

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi có 07 câu, gồm 01 trang)

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **180 phút** (không kể giao đề)

Ngày thi: **28/9/2021**.

**Câu 1.** (4,0 điểm)

1) Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = -x - m$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{10}$ .

2) Cho hàm số  $f(x) = |x^4 - 2x^2 + m - 1|$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 2]$  bằng 18.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Một nhóm học sinh gồm 10 em trong đó có 2 học sinh lớp 11A1, 3 học sinh lớp 12A2 và 5 học sinh lớp 12A1. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

**Câu 3.** (4,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau trên tập số thực 
$$\begin{cases} (\sqrt{9x^2+1}-3x)(3y+\sqrt{9y^2+1})=1 \\ 3\sqrt{x+2y-2}+x\sqrt{x-2y+6}=10 \end{cases}$$

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA = 2a$ ,  $BD = \sqrt{3}AC$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $A$ , hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm  $H$  của đoạn  $AO$ .

1) Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Đường phân giác trong của  $BAC$  cắt cạnh  $BC$  tại  $D$  và cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $P$  ( $P$  khác  $A$ ). Gọi  $E$  là điểm đối xứng với  $D$  qua  $M$ ; trên đường thẳng  $AO$  và đường thẳng  $AD$  lần lượt lấy các điểm  $H, F$  sao cho các đường thẳng  $HD, FE$  cùng vuông góc với đường thẳng  $BC$ .

1) Gọi  $K$  là giao điểm của  $PE$  và  $DH$ . Chứng minh rằng  $BHCK$  là tứ giác nội tiếp và bốn điểm  $B, H, C, F$  cùng nằm trên một đường tròn.

2) Gọi  $(\omega)$  là đường tròn qua bốn điểm  $B, H, C, F$  và  $T$  là giao điểm khác  $F$  của  $AD$  và  $(\omega)$ . Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MTP$  cắt đường thẳng  $TH$  tại điểm thứ hai  $Q$  ( $Q$  khác  $T$ ). Chứng minh rằng đường thẳng  $QA$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$ .

**Câu 6.** (2,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là các số thực không âm thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
$$P = \frac{16}{\sqrt{x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 1}} + \frac{xy + yz + zx + 1}{x + y + z}$$

**Câu 7.** (1,0 điểm)

Xác định tất cả các số nguyên dương  $n \geq 2$  thỏa mãn  $n = a^2 + b^2$ , trong đó  $a$  là ước nguyên tố nhỏ nhất của  $n$  và  $b$  là một ước nguyên dương của  $n$ .

Hết