

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 18/3/2021

Bài 1. (5,0 điểm)

1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{6 \sin 3x \cdot \cos 3x - 8 \cos^2 3x - 3m + 6}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

2. Giải phương trình: $4\sqrt{1-x} = x + 6 - 3\sqrt{1-x^2} + 5\sqrt{1+x}$.

Bài 2. (5,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Chứng minh rằng $xa^2 + yb^2 + zc^2 \geq 4S$ (S là diện tích tam giác ABC).

2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2}$ với mọi $n \geq 1$. Tính tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{2021}^2$.

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Gọi B là tập số tự nhiên có 10 chữ số mà các chữ số lấy từ tập hợp A. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp B. Tính xác suất để số được chọn có một số lẻ chữ số 1 và một số chẵn chữ số 2.

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho trước một số dương S không đổi. Trong không gian, trên ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho tam giác ABC có diện tích S . Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các tam giác OBC, OCA, OAB .

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa S và S_1, S_2, S_3 .

b) Khi A, B, C lần lượt di chuyển trên Ox, Oy, Oz và vẫn thỏa mãn diện tích tam giác

ABC là S . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{S_1}{S + 2S_1} + \frac{S_2}{S + 2S_2} + \frac{S_3}{S + 2S_3}$.

Bài 5. (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng cho điểm cố định S , kẻ hai đường thẳng song song cố định d và d' nằm cùng một phía với điểm S . Một cát tuyến di động qua S cắt d và d' lần lượt tại M và M' . Chứng minh rằng các tiếp điểm T và T' của các tiếp tuyến vẽ từ S đến đường tròn đường kính MM' nằm trên các đường thẳng cố định.