SỞ GD & ĐT NGHỆ AN
TRƯỜNG THPT ĐÔ LƯƠNG 2

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 3
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

(Đề gồm 6 trang)

Mã đề thi 132

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..
Số báo danh:...

Câu 1: Cho b là một số thực dương, biểu thức $b^{\frac{2}{3}}\sqrt{b^3}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $b^{\frac{19}{10}}$. **B.** $b^{\frac{1}{5}}$. **C.** $b^{\frac{4}{5}}$. **D.** $b^{\frac{10}{9}}$.

Câu 2: Trong các số phức sau số nào là số thuần ảo.

A. $z = 4 + i$. **B.** $z = \sqrt{3} - 2i$. **C.** $z = -5i$. **D.** $z = 5$.

Câu 3 : Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $R\setminus\{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2

Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $3^x = 9$ là:

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$ **C.** $x = -2$. **D.** $x = 3$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - 9)$ là:

A. $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$.
C. $(-3;3)$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$?

A. $F(x) = \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $F(x) = 3^x\ln 3 + C$.

C. $F(x) = \dfrac{3^x}{3\ln 3} + \mathrm{C}$. **D.** $F(x) = -\dfrac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, tìm giao điểm M của đường thẳng $d:\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$.

A. $M(2;-3;6)$. **B.** $M(-3;2;6)$. **C.** $M(2;-3;-6)$. **D.** $M(2;-3;-6)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-2021)^5(x-2020)^{2020}(x-2019)^{2019}$. Hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2.

Câu 9: Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh. **B.** Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

C. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh. **D.** Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 10: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x}$ với $x\neq 0$ là:

A. $G(x)=2\ln x+C$. **B.** $\mathrm{F}(x)=-\dfrac{2}{x^2}+C$.

C. $\mathrm{P}(x)=-2\ln x+C$. **D.** $H(x)=2\ln\left|x\right|+C$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây có vectơ chỉ phương $\vec{u}(3;1;-7)$

A. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{7}$ **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{7}$

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{7}$ **D.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{7}$

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			0				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

Mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số -4.

D. Giá trị cực đại của hàm số 0.

Câu 13: Hàm số nào sau đây đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{-x+1}$. **C.**. $y=\dfrac{x-3}{x+3}$ **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-3}$.

Câu 14: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^2+1$ với m là tham số thực. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=0;m=2$. **D.** $m=2$.

Câu 15: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-1$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$. Tính $P=M-m$.

A. $P=4$. **B.** $P=5$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-5$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(1;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là:

A. $G\left(\dfrac{1}{3};0;\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $G\left(\dfrac{2}{3};0;2\right)$. **C.** $G\left(\dfrac{2}{3};0;\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $G\left(\dfrac{2}{3};0;0\right)$.

Câu 17: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng *(H)* giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox, $x=0, x=4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\int_4^0 f^2\left(x\right)dx.$ **B.** $V=\pi\int_0^4 \left|f(x)\right|dx.$ **C.** $V=\pi\int_0^4 f(x)dx.$ **D.** $V=\pi\int_0^4 f^2(x)dx.$

Câu 18: Cho cấp số cộng $1,\ 7,\ 13,\ 19,\ 25,\ldots$.Công sai của cấp số cộng này là:

A. 9. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua 3 điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0,-3\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=6.$ **B.** $6x+3y-2z=6.$ **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1.$ **D.** $x-2y+3z=1.$

Câu 20: Tìm các số thực $x,\ y$ sao cho $x^2+1+yi=1+2i$

A. $x=-1;\ y=2.$ **B.** $x=0;\ y=2.$ **C.** $x=2;\ y=0.$ **D.** $x=0;\ y=-2.$

Câu 21: Cho hình nón có bán kính đáy 3 *cm,* đường cao 4*cm,* diện tích xung quanh của hình nón này là:

A. $12\pi(cm).$ **B.** $26\pi(cm^2).$ **C.** $24\pi(cm^2).$ **D.** $12\pi(cm^2).$

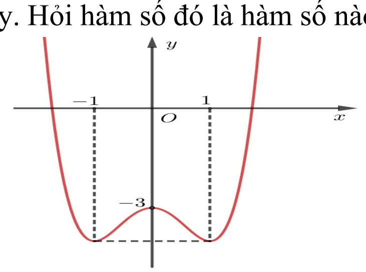
Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(x-3)\le 0$ là:

A. $\left(3;4\right].$ **B.** $\left[-\frac{3}{8};3\right].$ **C.** $\left\{-\frac{3}{8};3\right\}.$ **D.** $\left(-\infty;4\right].$

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc giữa hai đường thẳng MN và AB là:

A. $30^0.$ **B.** $45^0.$ **C.** $60^0.$ **D.** $90^0.$

Câu 24: : Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2-3.$ **B.** $y=-x^4+x^2-1.$

C. $y=x^4-2x^2-3.$ **D.** $y=-x^4+3x^2-2.$

Câu 25: Cho phương trình $z^2-2z+2=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2. Gọi $A,\ B$ lần lượt là hai điểm biểu diễn của z_1,z_2. Độ dài đoạn thẳng AB là :

A. 2. **B.** $\sqrt{2}.$ **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}.$ **B.** $\pi a^2\sqrt{2}.$ **C.** $2\pi a^2.$ **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}.$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{-5}$ **không** đi qua điểm nào?

A. $\left(1;-2;3\right).$ **B.** $\left(-1;2;-3\right)$ **C.** $\left(4;-6;-2\right).$ **D.** $\left(7;-10;-7\right).$

Câu 28: Cho mặt cầu tâm O, bán kính $r=5$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến đi qua ba điểm A,B,C mà $AB=3, BC=5, CA=4$. Tính khoảng cách từ O đến (P).

A. $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{65}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(2;\ 4;\ 1)$, $B(-2;\ 2;\ -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=3$. **B.** $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 30: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3(5+3^x)$

A. $y'=\dfrac{3^x\ln 3}{5+3^x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(5+3^x)\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{(5+3^x)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{5+3^x}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int\limits_1^5 (2f(x)-1)dx=2$ và $\int\limits_1^3 f(x)dx=7$ thì $\int\limits_3^5 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. -4. **B.** -8. **C.** 9. **D.** -5.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 33: Cho số phức $z=3-4i$. Môđun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

A. 50. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 45^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 35: Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ:

A. $\dfrac{2}{15}$ **B.** $\dfrac{7}{15}$ **C.** $\dfrac{8}{15}$ **D.** $\dfrac{1}{3}$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(-3;2;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-3t \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=1-4t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-3-t \\ z=1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π

A. $m=-3$ **B.** $m=-4$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=-2$

Câu 38 : Số phức z thỏa $2z-3i\overline{z}+6+i=0$ có phần ảo là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x+2\right)+\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+2021$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=g\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 điểm cực trị.

C. Hàm số $y=g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;4\right)$.

D. $g\left(5\right)<g\left(6\right)$ và $g\left(0\right)<g\left(1\right)$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc $\left[-1;10\right]$ để bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_2(3^x+1)\right)\ge\log_{0.25}m$ có nghiệm với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** Vô số .

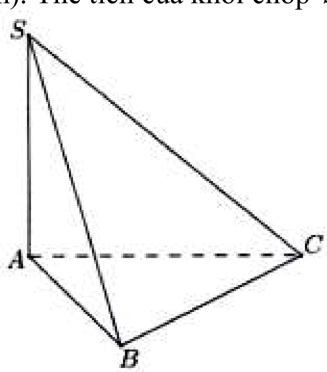
Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 3\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(e^x)e^x dx+\int_1^e \frac{f\left(\ln x\right)}{x}dx$

A. $4e-\frac{e^2}{2}+\frac{7}{2}$ **B.** $4e-\frac{e^2}{2}+1$ **C.** $4e-\frac{e^2}{2}-\frac{5}{2}$ **D.** $4e-\frac{e^2}{2}-\frac{9}{2}$

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $\left(z-i\right)^2$ là số thuần ảo.

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=5a, BC=6a, CA=7a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $6a^3\sqrt{2}$

Câu 44 : Hai bạn Hùng và Chương cùng dự thi trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2021 và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Hùng và Chương có chung đúng một mã đề thi bằng

A. $\dfrac{32}{235}$. B. $\dfrac{46}{2209}$. C. $\dfrac{23}{288}$. D. $\dfrac{23}{576}$.

Câu 45 Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-3;0;1);B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$ **B.** $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{2}$ **C.** $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{2}$ **D.** $d:\dfrac{x+3}{-26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$

Câu 46: Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\dfrac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị bằng

A. -2016. **B.** -496. **C.** 1952. **D.** 2016.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E.

A. $x-2y+2z+8=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $2x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-2y+z+9=0$.

Câu 48: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$. Tìm giá trị P_{max} của biểu thức $P=\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. $P_{max}=0$ **B.** $P_{max}=2$ **C.** $P_{max}=1$ **D.** $P_{max}=3$

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

A. $\sqrt{13}+2$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{13}+1$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A’B’C’. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA’, BB’, CC’ sao cho $AM=2MA'$, $NB'=2NB$, $PC=PC'$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện ABCMNP và A’B’C’MNP. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

----------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	**2. C**	**3. A**	**4. B**	**5. A**	**6. A**	**7. A**	**8. D**	**9. B**	**10.D**
11.C	**12.B**	**13.C**	**14.A**	**15.B**	**16.C**	**17.D**	**18.C**	**19.B**	**20.B**
21.D	**22.A**	**23.D**	**24.C**	**25.A**	**26.B**	**27.D**	**28.A**	**29.B**	**30.D**
31.A	**32.A**	**33.A**	**34.B**	**35.D**	**36.C**	**37.A**	**38.A**	**39.C**	**40.B**
41.C	**42.C**	**43.D**	**44.C**	**45.D**	**46.A**	**47.D**	**48.C**	**49.D**	**50.C**

LỜI GIẢI CHI TIẾT VD – VDC

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π

A. $m=-3$ **B.** $m=-4$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=-2$

Hướng dẫn giải

Chu vi đường tròn giao tuyến là $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r=4$

Tâm mặt cầu $I(-1;2;3)$; bán kính $R=\sqrt{17-m}$; Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng $d(I;P)=2=h$

Ta có : $R^2=r^2+h^2 \Leftrightarrow 17-m=16+4 \Leftrightarrow m=-3$

Chọn A

Câu 38: Số phức z thỏa $2z-3i\overline{z}+6+i=0$ có phần ảo là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi\ (x, y\in\mathbb{R})$. Ta có:

$2(x+yi)-3i(x-yi)+6+i=0 \Leftrightarrow 2x-3y+6+(-3x+2y+1)i=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y+6=0 \\ -3x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

Vậy phần ảo là $y=4$.

Chọn A

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Đặt $g(x)=f(x+2)+\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+2021$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số $y=g(x)$ có 1 điểm cực trị.

C. Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

D. $g(5)<g(6)$ và $g(0)<g(1)$.

Hướng dẫn giải

$g'(x)=f'(x+2)+x^2-4x+3$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$; $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

$f'(x+2)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<x+2<3 \\ x+2>5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$

$f'(x+2)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2<1 \\ 3<x+2<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 1<x<3 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của

x	$-\infty$		-1	0	1		3	5		6	$+\infty$
$g'(x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0		$+$		
x^2-4x+3		$+$		$+$	0	$-$	0		$+$		
$g'(x)$	chưa xác định			$+$		$-$			$+$		

Dựa vào bảng ta chọn **đáp án D**

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị m nguyên thuộc $\left[-1;10\right]$ để bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_2(3^x+1)\right) \geq \log_{0.25} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty;0)$.

A. 11. **B.** 10.. **C.** 9.. **D.** Vô số .

Hướng dẫn giải

Điều kiện của tham số $m > 0$

$\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_2(3^x+1)\right) \geq \log_{0.25} m \Leftrightarrow \log_2(3^x+1) \leq m$

Xét hàm số $f(x) = \log_2(3^x+1), \forall x \in (-\infty;0)$, Ta có $f'(x) = \dfrac{3^x \ln 3}{(3^x+1)\ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty;0)$

Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên thì $m \geq 1$, kết hợp $m \in \left[-1;10\right] \Rightarrow m \in \left[1;10\right]$

Và m nguyên nên có 10 giá trị m thỏa mãn

Câu 41: Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(e^x)e^x dx + \int_1^e \dfrac{f\left(\ln x\right)}{x} dx$

A. $4e - \dfrac{e^2}{2} + \dfrac{7}{2}$ **B.** $4e - \dfrac{e^2}{2} + 1$ **C.** $4e - \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{5}{2}$ **D.** $4e - \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{9}{2}$

Hướng dẫn giải

$$\int_0^1 f(e^x)e^x dx + \int_1^e \frac{f\left(\ln x\right)}{x} dx = \int_0^1 f(e^x)d(e^x) + \int_1^e f(\ln x)d(\ln x)$$

$$= \int_1^e f(u)\,du + \int_0^1 f(t)dt = \int_1^e (4-x)dx + \int_0^1 3x^2 dx = 4e - \frac{e^2}{2} - \frac{5}{2}$$

Chọn C

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i| = 2\sqrt{2}$ và $\left(z-i\right)^2$ là số thuần ảo.

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Ta có

$\left(z-i\right)^2=\left(x+yi-i\right)^2=x^2-y^2-1-2xi+2xyi+2y=x^2-y^2+2y-1+(-2x+2xy)\mathrm{i}$

Là số thuần ảo khi

$x^2-y^2+2y-1=0 \Leftrightarrow x^2=(y-1)^2 (*)$

$|z+2-i|=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left|x+yi+2-i\right|=2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x^2+2x+4+x^2=8(do*) \Leftrightarrow 2x^2+2x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Với $x=1 \Rightarrow (y-1)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=0 \end{array}\right.$

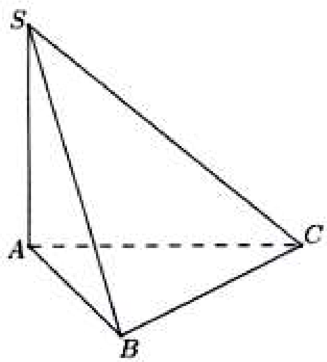
có 2 số phức thoả mãn $z=1+2i; z=1$

Với $x=-2 \Rightarrow (y-1)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-i \end{array}\right.$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn

Chọn C

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $\mathrm{AB}=5\mathrm{a}, \mathrm{BC}=6\mathrm{a}, \mathrm{CA}=7\mathrm{a}$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\frac{2\mathrm{a}\sqrt{6}}{3}$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



Lời giải.

Gọi p là nửa chu vi tam giác ABC, ta có: $\mathrm{p}=\frac{\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA}}{2}=9\mathrm{a}$

Nên diện tích tam giác ABC là:

$$\mathrm{S}_{\Delta \mathrm{ABC}}=\sqrt{\mathrm{p}(\mathrm{p}-\mathrm{AB})(\mathrm{p}-\mathrm{BC})(\mathrm{p}-\mathrm{AC})}=\sqrt{9\mathrm{a}.4\mathrm{a}.3\mathrm{a}.2\mathrm{a}}=6\mathrm{a}^2\sqrt{6}$$

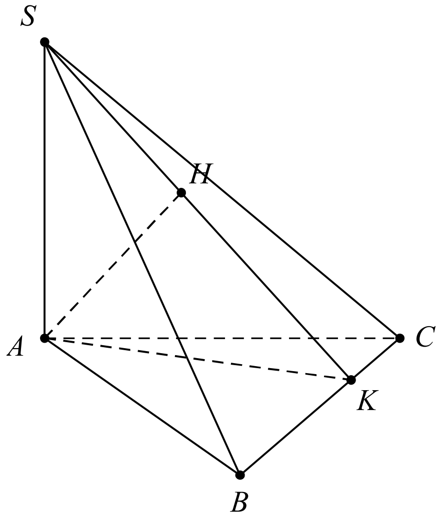
Kẻ đường cao AK của tam giác ABC và đường cao AH của tam giác SAK

Ta có: $\mathrm{AH} \perp (\mathrm{SBC}) \Rightarrow \mathrm{AH}=\mathrm{d}(\mathrm{A},(\mathrm{SBC}))=\frac{2\mathrm{a}\sqrt{6}}{3}$, $\mathrm{AK}=\frac{2\mathrm{S}_{\Delta \mathrm{ABC}}}{\mathrm{BC}}=2\mathrm{a}\sqrt{6}$

Trong tam giác vuông SAK, ta có:

$\frac{1}{\mathrm{AH}^2}=\frac{1}{\mathrm{SA}^2}+\frac{1}{\mathrm{AK}^2} \Rightarrow \frac{1}{\mathrm{SA}^2}=\frac{1}{\mathrm{AH}^2}-\frac{1}{\mathrm{AK}^2}=\frac{9}{24\mathrm{a}^2}-\frac{1}{24\mathrm{a}^2}=\frac{1}{3\mathrm{a}^2} \Rightarrow \mathrm{SA}=\mathrm{a}\sqrt{3}$

Vậy $\mathrm{V}_{\mathrm{S.ABCD}}=\frac{1}{3}.\mathrm{a}\sqrt{3}.6\mathrm{a}^2\sqrt{6}=6\mathrm{a}^3\sqrt{2}$.



Câu 44 : Hai bạn Hùng và Chương cùng dự thi trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2021 và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Hùng và Chương có chung đúng một mã đề thi bằng

A. $\frac{32}{235}$. B. $\frac{46}{2209}$. C. $\frac{23}{288}$. D. $\frac{23}{576}$.

Hướng dẫn giải

Xác suất của biến cố A: $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{\mathrm{n}(\mathrm{A})}{\mathrm{n}(\Omega)}$.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu : $\mathrm{n}(\Omega)=24^4$

A: "Hùng và Chương có chung đúng một mã đề thi"

- Chọn một môn chung mã đề thi có : 2 cách
- Chọn một mã chung có: 24 cách
- Chọn mã môn còn lại:
  +) Cho Hùng: 24 cách
  +) Cho Chương: 23 cách

Xác suất: $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{\mathrm{n}(\mathrm{A})}{\mathrm{n}(\Omega)}=\frac{2.24.24.23}{24^4}=\frac{23}{288}$

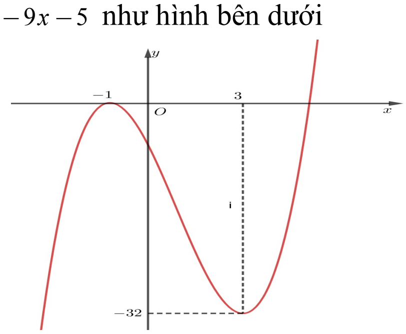
Chọn C

Câu 46: Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x-5+\frac{m}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị bằng

A. -2016. **B.** -496. **C.** 1952. **D.** 2016.

Hướng dẫn giải.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x-5$ như hình bên dưới



Ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị nên $f(x)+\frac{m}{2}$ cũng luôn có 2 điểm cực trị.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị $f(x)+\frac{m}{2}$ với trục hoành là 3.

Để số giao điểm của đồ thị $f(x)+\frac{m}{2}$ với trục hoành là 3, ta cần tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên nhưng phải nhỏ hơn 32 đơn vị $\longrightarrow 0<\frac{m}{2}<32 \Leftrightarrow 0<m<64 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{1;\ 2;\ 3;\ ...;\ 63\}$

$\longrightarrow \sum m = 2016.$ **Chọn D.**

Câu 47: Hướng dẫn giải

Phương pháp giải: Dựng hình, áp dụng công thức trung tuyến để biện luận giá trị lớn nhất

Xét mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ có tâm $I(1;2;2)$, bán kính $R=3$.

Ta có $MI=NI=3\sqrt{5}>3=R \Rightarrow$ M, N nằm bên ngoài khối cầu (S).

Gọi H là trung điểm của $MN \Rightarrow H(5;-2;4)$ và $EH^2=\frac{EM^2+EN^2}{2}-\frac{MN^2}{4}$.

Lại có $(EM+EN)^2 \le (1^2+1^2)(EM^2+EN^2)=2\left(EH^2+\frac{MN^2}{4}\right)$.

Để $\{EM+EN\}_{max} \Leftrightarrow EH_{max}$

Khi và chỉ khi E là giao điểm của IH và mặt cầu (S).

Gọi (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) tại E $\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=a.\overrightarrow{EI}=b.\overrightarrow{IH}=b(4;-4;2)$.

Dựa vào các đáp án ta thấy ở đáp án D, $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-2;1)=\frac{1}{2}(4;-4;2)$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x-2y+z+9=0$.

Chọn D

Câu 48: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$. Tìm giá trị P_{max} của biểu thức $P=\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. $P_{max}=0$ **B.** $P_{max}=2$ **C.** $P_{max}=1$ **D.** $P_{max}=3$

Hướng dẫn giải

Đáp án C

$$\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y)-\log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2)=x^2-3x+y^2-3y+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y)+3x+3y=\log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2)+x^2+y^2+xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y)+2+3x+3y=\log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2)+x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3x+3y)+3x+3y=\log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2)+x^2+y^2+xy+2 \quad (2)$$

Đặt $f(t)=\log_{\sqrt{3}}t+t, t>0 \Rightarrow f(t)=\frac{1}{t\ln 3}+1>0, \forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

$$(2) \Leftrightarrow f(3x+3y)=f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow 3x+3=x^2+y^2+xy+2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy-12x-12y+8=0$$

$$\Leftrightarrow (2x+y)^2-6(2x+y)+5=-3(y-1)^2 \le 0 \Leftrightarrow 1\le 2x+y\le 5$$

Khi đó, $P=\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}=1+\dfrac{2x+y-5}{x+y+6}\le 1$, vì $\begin{cases}2x+y-5\le 0\\ x+y+6>0\end{cases}$

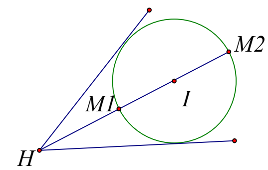
Vậy $P_{max}=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases}2x+y-5=0\\ y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

A. $\sqrt{13}+2$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{13}+1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi$ ta có $z-2-3i=x+yi-2-3i=x-2+(y-3)i$.



Theo giả thiết $(x-2)^2+(y-3)^2=1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R=1$.

Ta có $|\bar{z}+1+i|=|x-yi+1+i|=|x+1+(1-y)i|=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Gọi $M(x;y)$ và $H(-1;1)$ thì $HM=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

Phương trình $HI:\begin{cases}x=2+3t\\ y=3+2t\end{cases}$, giao của HI và đường tròn ứng với t thỏa mãn:

$9t^2+4t^2=1\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{13}}$ nên $M\left(2+\dfrac{3}{\sqrt{13}};3+\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right),M\left(2-\dfrac{3}{\sqrt{13}};3-\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right)$.

Chọn D

Câu 50: Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A’B’C’. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA’, BB’, CC’ sao cho $AM=2MA'$, $NB'=2NB$, $PC=PC'$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện ABCMNP và A’B’C’MNP. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

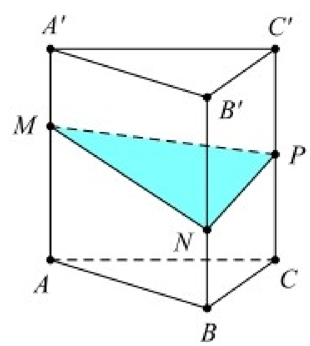
A. $\dfrac{V_1}{V_2}=2.$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}.$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=1.$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}.$

Hướng dẫn giải

Phương pháp giải: Chia thành các khối đa diện nhỏ để tính thể tích

Lời giải: Đặt $V=V_{ABC.A'B'C'}$. Ta có $V_{ABCMNP}=V_{P.ABMN}+V_{P.ABC}$,

Mặt khác:



- $V_{P.ABC}=\dfrac{1}{3}.d\left(P;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{6}.d\left(C;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{V}{6}$.
- $\dfrac{S_{ABMN}}{S_{ABB'A'}}=\dfrac{AM+BN}{AA'+BB'}=\dfrac{\frac{2}{3}AA'+\frac{1}{3}BB'}{AA'+BB'}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow V_{P.ABMN}=\dfrac{1}{2}V_{C.ABB'A'}$.

Mà $V_{C.ABB'A'}=\dfrac{2}{3}V$ suy ra $V_{P.ABMN}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}V=\dfrac{V}{3}$.

Khi đó $V_{ABCMNP}=\dfrac{V}{6}+\dfrac{V}{3}=\dfrac{V}{2}$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{V}{2}:\dfrac{V}{2}=1$.

Chọn C