SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT NGUYỄN THỊ MINH KHAI
(*Đề thi có 6 trang*)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
Môn: Toán 12, năm học 2020-2021
Thời gian làm bài 90 phút (50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... **Mã đề thi 001**

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

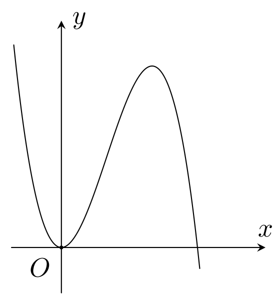
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+z=0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?
A. $M(1;2;1)$. **B.** $N(0;0;1)$. **C.** $P(-4;5;-9)$. **D.** $Q(1;-2;1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z-3)^2=4$. Bán kính R của mặt cầu đã cho bằng
A. $R=16$. **B.** $R=\sqrt{2}$. **C.** $R=4$. **D.** $R=2$.

Câu 4.
Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?
A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$.
C. $y=-x^3+3x^2$. **D.** $y=x^4-x^2$.



Câu 5. Nếu $\displaystyle\int_0^2 2f(x)\,\mathrm{d}x=9$ thì $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng
A. 7. **B.** 3. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** 18.

Câu 6. Cho số phức $z=4-5i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào dưới đây?
A. $Q(-4;5)$. **B.** $M(-5;4)$. **C.** $P(4;-5)$. **D.** $N(4;5)$.

Câu 7. Cho khối lập phương cạnh a và có thể tích bằng 27. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a^3=18$. **B.** $a^3=9$. **C.** $a^3=27$. **D.** $a^3=81$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(4a^2)$ bằng
A. $\dfrac{1}{2}+2\log_2 a$. **B.** $(\log_2(2a))^2$. **C.** $2+2\log_2 a$. **D.** $4\log_2 a$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2021i$ là
A. $1-2021i$. **B.** $-1-2021i$. **C.** $1+2021i$. **D.** $-1+2021i$.

Câu 10. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 (2x+1)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 6$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $3^{4x-2} = 81$ là

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = -\dfrac{3}{2}$. **C.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 12. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 5x$ là

A. $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\sin 5x}{5} + C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\cos 5x}{5} + C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\sin 5x}{5} + C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\cos 5x}{5} + C$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 14. Với $x > 0$, đạo hàm của hàm số $y = \log_{11} x$ là

A. $y' = \dfrac{11}{x}$. **B.** $y' = \dfrac{x}{\ln 11}$. **C.** $y' = x\ln 11$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 11}$.

Câu 15. Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 6 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một đôi song ca gồm một nam và một nữ?

A. 42. **B.** 36. **C.** 49. **D.** 13.

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Câu 17. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng đã cho bằng

A. 162. **B.** 14. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 19. Cho hình phẳng $(\mathscr{H})$ giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay $(\mathscr{H})$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int\limits_{-1}^{2} \sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi^2 \int\limits_{-1}^{2} (x+1)\,\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi \int\limits_{-1}^{2} (x+1)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int\limits_{-1}^{2} \sqrt{x+1}\,\mathrm{d}x$.

Câu 20. Cho hình trụ có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 53π. **C.** 42π. **D.** 36π.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3\mathrm{e}^{3x} + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{3x} + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{3x} + C$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} \geq \left(\frac{1}{16}\right)^{-x}$ là

A. $(0; 4)$. **B.** $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. **D.** $[0; 4]$.

Câu 23. Cho hai số phức $z = 1 - i$ và $w = 7 + 3i$. Số phức $2z - w$ có tổng phần thực và phần ảo bằng

A. 10. **B.** -5. **C.** 0. **D.** -10.

Câu 24. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{1}{22}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 25. Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 34 = 0$. Mô-đun của số phức $(1 + i)z_0 + 2\overline{z_0}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** $2\sqrt{85}$. **D.** $2\sqrt{65}$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy $4a$, chiều cao $3a$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. $15\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $20\pi a^2$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

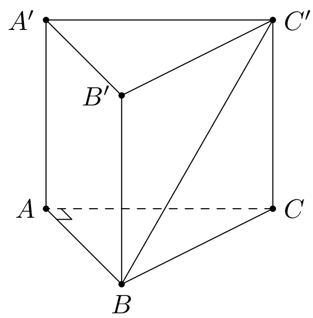
Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $10^{2\log a}$ bằng

A. $20a$. **B.** $2a$. **C.** a^{20}. **D.** a^2.

Câu 29.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = AA' = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; -1)$, $B(1; 0; 2)$ và $C(0; 2; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x - 2y + z - 4 = 0$. **B.** $x - 2y + z + 4 = 0$.

C. $x - 2y - z - 6 = 0$. **D.** $x - 2y - z + 4 = 0$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz)?

A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. **B.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$. **D.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. $-22\sqrt{11}$. **B.** -58. **C.** -72. **D.** $22\sqrt{11}$.

Câu 33. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = 3x^2$ là

A. 1. **B**. 0. **C**. 2. **D**. 3.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số là

A. 4. **B**. 2. **C**. 1. **D**. 3.

Câu 35. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + x) = 1$ là

A. 2. **B**. 0. **C**. -2. **D**. -1.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3; 1; -1)$ và song song với d là

A. $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. **B**. $\dfrac{x+3}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. **D**. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -3), B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Đoạn thẳng OM có độ dài bằng

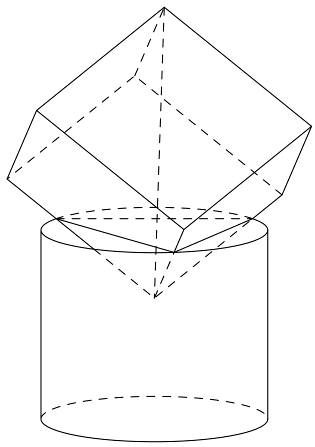
A. $\sqrt{5}$. **B**. $\sqrt{6}$. **C**. $2\sqrt{5}$. **D**. $2\sqrt{6}$.

Câu 38.

Một cái ly hình trụ có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là 4 cm; 10 cm được đổ đầy nước. Một khối lập phương có cạnh bằng 8 cm được đặt trên miệng ly sao cho một đường chéo của hình lập phương vuông góc với đáy ly. Khi đó nước trong ly tràn ra. Tính thể tích nước còn lại trong ly.

A. $160\pi - 6\sqrt{6}$ cm^3. **B**. $160\pi - 2\sqrt{6}$ cm^3.

C. $160\pi - 8\sqrt{6}$ cm^3. **D**. $160\pi - 4\sqrt{6}$ cm^3.



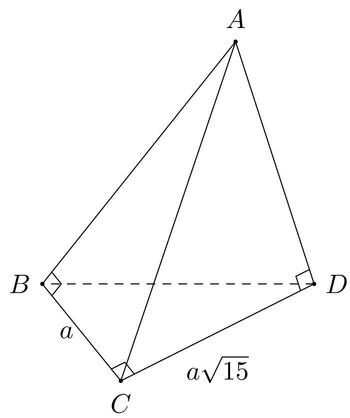
Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x+1} - \sqrt{3}\right)(3^x - 81)^2 \cdot \sqrt{y - 3^x} > 0$?

A. 486. **B**. 485. **C**. 161. **D**. 162.

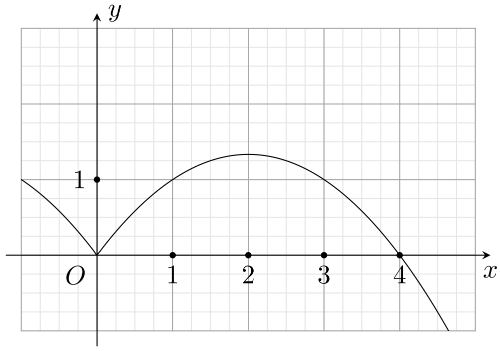
Câu 40.

Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC vuông tại B, tam giác BCD vuông tại C, tam giác ACD vuông tại D, $BC = a$, $DC = \sqrt{15}a$ và góc giữa hai đường thẳng AB, DC bằng $30°$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{2}$. **B**. $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{6}$. **C**. $\dfrac{5a^3}{6}$. **D**. $\dfrac{5a^3}{2}$.



Câu 41.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - x$ trên đoạn $[0;3]$.



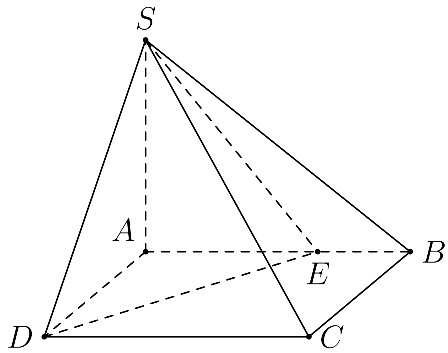
A. $f(0)$. **B**. $f(1) - 1$.
C. $f(1) - 3$. **D**. $f(3) - 3$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-3;-1;2)$, vuông góc với đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-7}{-3} = \dfrac{y-1}{6} = \dfrac{z-9}{-2}$ và cắt đường thẳng $d_2\colon \dfrac{x-3}{5} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{2}$ có phương trình là

A. $\Delta\colon \dfrac{x-3}{6} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}$. **B**. $\Delta\colon \dfrac{x+3}{-6} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-3}$.
C. $\Delta\colon \dfrac{x+3}{6} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-3}$. **D**. $\Delta\colon \dfrac{x+6}{-3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 + 2i|z|^2 = 0$?
A. 4. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 5.

Câu 44.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2a$, $AB = 4a$, $SA = 2a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến (SDE) bằng $\dfrac{3a}{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng



A. $\dfrac{9a}{4}$. **B**. $\dfrac{3a}{2}$. **C**. $2a$. **D**. $a\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x) = \dfrac{2x^3 + 2x + 3}{x^2 + 1}$, $g(x) = -\dfrac{1}{x^2+1}$. Với mỗi số thực $m \in (1;2)$, tồn tại đúng hai giá trị x_1, x_2 thỏa mãn $f'(x_1) = f'(x_2) = m$. Khi $\displaystyle\int_{-x_1}^{x_2} g''(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{3}{5}$ thì $m = \dfrac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên, phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b$.
A. $a + b = 19$. **B**. $a + b = 21$. **C**. $a + b = 25$. **D**. $a + b = 33$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f^2(x^2-4x)-(m+5)f(x^2-4x)+m=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. **B**. 4. **C**. 6. **D**. 7.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\sqrt{3};1;0\right)$, $B(0;2;0)$, S là điểm di động trên tia Oz. Gọi G là trọng tâm của tam giác OAB, H là hình chiếu vuông góc của G lên (SAB). Khi thể tích của khối tứ diện $GHAB$ lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (GHB) có dạng $ax+by-\sqrt{3}z+c=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $3+\sqrt{3}$. **B**. $\sqrt{3}-1$. **C**. $2\sqrt{3}$. **D**. $1-\sqrt{3}$.

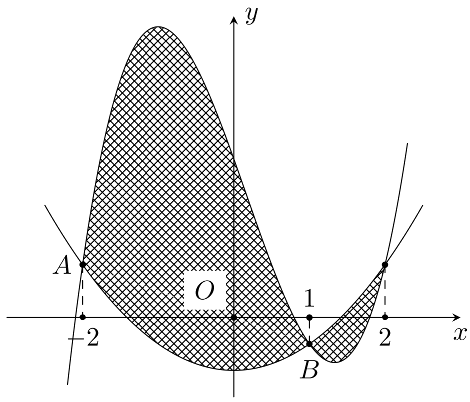
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y $(y\geq 3)$ sao cho tồn tại đúng 2 số thực x lớn hơn $\dfrac{1}{2021}$ thỏa mãn $\left(\mathrm{e}^{y^x-xy+x}\right)^{\ln y}=xy$?

A. 2028. **B**. 2026. **C**. 2027. **D**. 2025.

Câu 49.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3-\dfrac{1}{2}x^2+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $AB=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\dfrac{71}{6}$. **B**. $\dfrac{71}{12}$. **C**. $\dfrac{93}{9}$. **D**. $\dfrac{45}{4}$.



Câu 50. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-2i|=1$, $|z_2-2|=|z_2-i|$ và $\dfrac{z_1-z_2}{1-2i}$ là một số thuần ảo. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$. Khi đó tích $M\cdot m$ có giá trị thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B**. $(2;4)$. **C**. $(4;5)$. **D**. $(5;6)$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1. C	2. A	3. D	4. C	5. C	6. D	7. C	8. C	9. C
10. D	11. A	12. D	13. B	14. D	15. A	16. D	17. C	18. B
19. C	20. C	21. A	22. C	23. D	24. C	25. D	26. D	27. C
28. D	29. C	30. A	31. C	32. A	33. C	34. B	35. C	36. C
37. A	38. C	39. A	40. B	41. B	42. C	43. A	44. C	45. B
46. A	47. B	48. B	49. A	50. C				

ĐÁP ÁN CHI TIẾT MÃ ĐỀ 001

Câu 1. Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Thay tọa độ điểm M vào ta thấy thỏa mãn. Vậy (α) đi qua điểm M.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Bán kính R của mặt cầu đã cho bằng 2.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ và đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ. Vậy hàm số thỏa mãn là $y = -x^3 + 3x^2$.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Ta có $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{9}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 6. Ta có $\overline{z} = 4 + 5i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là $N(4; 5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Ta có $V = a^3 = 27$.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Ta có $\log_2(4a^2) = \log_2 4 + \log_2(a^2) = 2 + 2\log_2 a$.
Chọn đáp án C □

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z} = 1 + 2021i$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Ta có $I = \int\limits_0^2 (2x+1)\,\mathrm{d}x = \left(x^2 + x\right)\Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Ta có $3^{4x-2} = 81 \Leftrightarrow 3^{4x-2} = 3^4 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.
Chọn đáp án A □

Câu 12. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (x - \sin 5x)\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}x - \int \sin 5x\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\cos 5x}{5} + C$.
Chọn đáp án D □

Câu 13. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 4.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Ta có $y' = \dfrac{1}{x \ln 11}$.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Số cách chọn một học sinh nam là 7 cách.
Số cách chọn một học sinh nữ là 6 cách.
Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn là $7 \times 6 = 42$ cách.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.
Chọn đáp án D □

Câu 17. Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = 2$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = 2$.
Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là $u_n = u_1 + (n-1)\,d$.
Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay $(\mathscr{H})$ xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int\limits_{-1}^{2} \left(\sqrt{x+1}\right)^2 \mathrm{d}x = \pi \int\limits_{-1}^{2} (x+1)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án C □

Câu 20. Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{\text{tp}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 42\pi$.
Chọn đáp án C □

Câu 21. Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$.
Chọn đáp án A □

Câu 22. Ta có $2^{x^2} \geq \left(\dfrac{1}{16}\right)^{-x} \Leftrightarrow 2^{x^2} \geq 16^x \Leftrightarrow 2^{x^2} \geq 2^{4x} \Leftrightarrow x^2 \geq 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 4 \\ x \leq 0. \end{array}\right.$
Chọn đáp án C □

Câu 23. Ta có $2z - w = 2(1-i) - (7+3i) = 2 - 2i - 7 - 3i = -5 - 5i$.
Khi đó số phức $2z - w$ có phần thực là -5 và phần ảo là -5.
Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $2z - w$ là -10.
Chọn đáp án D □

Câu 24. • Gọi $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu; A là biến cố "lấy được 3 quả cầu màu xanh"; $n(A)$ là số phần tử của biến cố A.
• Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$, $n(A) = \mathrm{C}_5^3$.
Vậy xác suất $\mathrm{P}(A)$ của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{22}$.
Chọn đáp án C □

Câu 25. Ta có $z^2 - 6z + 34 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 3 + 5i \\ z = 3 - 5i. \end{array}\right.$

Vậy $z_0 = 3 - 5i$. Khi đó $(1 + i)z_0 + 2\overline{z_0} = 14 + 8i$.
Vậy $|14 + 8i| = 2\sqrt{65}$.
Chọn đáp án D ☐

Câu 26. Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{\text{xq}} = \pi Rl = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2$.
Chọn đáp án D ☐

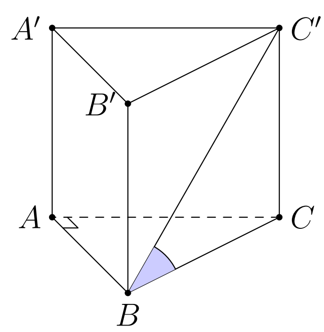
Câu 27. Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = x^2 - 2mx + 4$.
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad x^2 - 2mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Leftrightarrow \quad \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2. \end{aligned}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.
Chọn đáp án C ☐

Câu 28. Ta có $10^{2\log a} = \left(10^{\log a}\right)^2 = a^2$.
Chọn đáp án D ☐

Câu 29.
Vì $CC' \perp (ABC)$ nên BC là hình chiếu của BC' lên (ABC).
Do đó $(BC', (ABC)) = (BC', BC) = \widehat{C'BC} = \alpha$.
Khi đó $\tan\alpha = \dfrac{CC'}{BC} = \dfrac{CC'}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án C ☐

Câu 30. Ta có $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{BC} = (-1; 2 - 1)$. Khi đó phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là

$$-1(x - 1) + 2(y + 2) - 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z - 4 = 0.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 31. Gọi $M(0; 2; 3)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oyz). Khi đó $IM = R = 1$.
Vậy phương trình của mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$.
Chọn đáp án C ☐

Câu 32. Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 19]$, có $f'(x) = 3x^2 - 33$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{11} \notin (2; 19) \\ x = \sqrt{11} \in (2; 19). \end{array}\right.$

Lại có $f(2) = -58$, $f\left(\sqrt{11}\right) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = -22\sqrt{11}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 33. Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 = 3x^2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị của hai hàm số có 2 điểm chung.
Chọn đáp án C □

Câu 34. Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại là $x = -1$ và $x = 3$.
Chọn đáp án B □

Câu 35. Điều kiện: $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x < -1. \end{array}\right.$

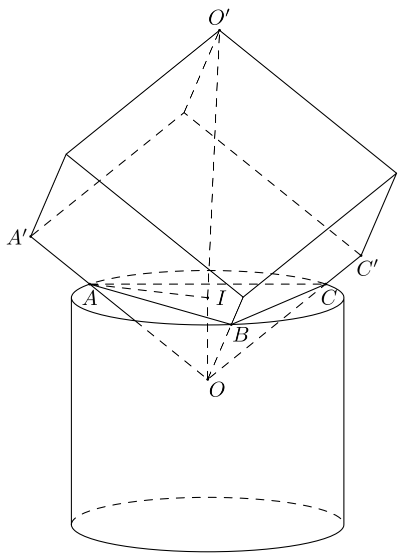
Ta có $\log_2(x^2 + x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng -2.
Chọn đáp án C □

Câu 36. Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{a}_d = (-2; 1; 2)$.
Vì Δ song song với d nên Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{a}_\Delta = \overrightarrow{a}_d = (-2; 1; 2)$.
Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 37. Ta có $M(2; 0; -1)$. Nên $OM = \sqrt{4 + 0 + 1} = \sqrt{5}$.
Chọn đáp án A □

Câu 38.
Kí hiệu các điểm như hình vẽ bên.
Thể tích nước tràn ra bằng thể tích hình chóp $O.ABC$.
Do khối lập phương được đặt trên miệng ly sao cho đường chéo OO' vuông góc với đáy ly nên $O.ABC$ là hình chóp đều.
Gọi I là tâm đường tròn đáy trên, có bán kính R của hình trụ.
Ta có ABC là tam giác đều có



$$AB = AC = BC = \sqrt{3}IA = \sqrt{3}R = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

Do đó, diện tích tam giác ABC là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3} \cdot \left(4\sqrt{3}\right)^2}{4} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Lại có, tam giác OAB vuông cân tại O nên

$$OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6} \text{ cm}.$$

Xét $\triangle AIO$, ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = 2\sqrt{2}$ cm.
Suy thể tích nước tràn ra là

$$V_{\text{nước tràn}} = \frac{1}{3} \cdot OI \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 12\sqrt{3} = 8\sqrt{6} \text{ cm}^3.$$

Thể tích nước trong ly lúc ban đầu là $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$ cm^3.
Vậy thể tích nước còn lại trong ly là

$$V_{\text{còn lại}} = 160\pi - 8\sqrt{6}\ \text{cm}^3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 39. Điều kiện: $3^x \leq y$.

Bất phương trình tương đương $\begin{cases} 3^{x+1} - \sqrt{3} > 0 \\ 3^x \neq 81 \\ 3^x < y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{2} < x < \log_3 y \\ x \neq 4. \end{cases}$

Để tập nghiệm của bất phương trình trên chứa đúng 5 số nguyên thì

$$5 < \log_3 y \leq 6 \Leftrightarrow 243 < y \leq 729.$$

Vì y nguyên dương nên $y \in \{244; 245; \ldots; 729\}$. Có tất cả 486 giá trị nguyên của y thỏa mãn.
Chọn đáp án A □

Câu 40.

Dựng $AH \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (HBCD)$.

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHB) \Rightarrow BC \perp HB.$

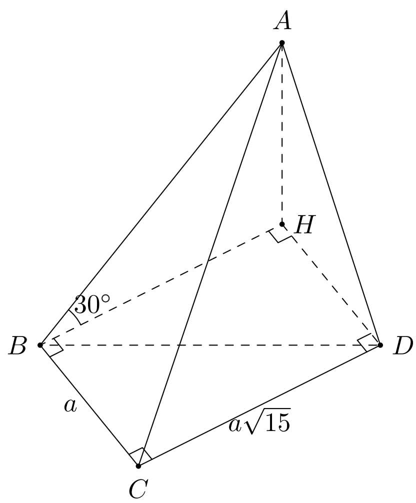
$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp AH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (AHD) \Rightarrow CD \perp HD.$

Từ đó suy ra $HBCD$ là hình chữ nhật.

$HB \parallel DC \Rightarrow (DC, AB) = (HB, AB) = \widehat{ABH} = 30^\circ$.

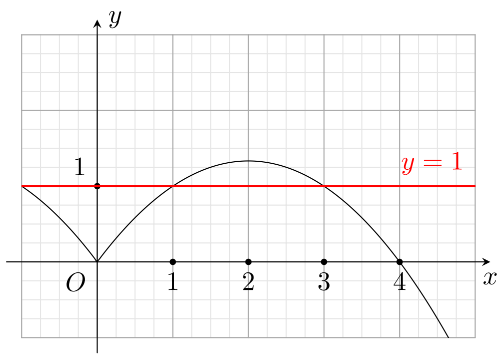
$AH = HB \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{15}a \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{5}a$.

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot AH = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{15}a^2}{2} \cdot \sqrt{5}a = \dfrac{5\sqrt{3}a^3}{6}.$



Chọn đáp án B □

Câu 41. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.



Dựa vào đồ thị hàm số, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	0		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(0)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(3)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;3]$ bằng $g(1) = f(1) - 1$.
Chọn đáp án B □

Câu 42. Ta có véc-tơ $\overrightarrow{u}_1 = (-3;6;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1.
Đường thẳng d_2 có $\overrightarrow{u}_2 = (5;3;2)$ là một véc-tơ chỉ phương.
Gọi $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(3+5t; 1+3t; -1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (6+5t; 2+3t; -3+2t)$.
Vì $\begin{cases} B \in \Delta \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$, nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u}_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u}_1 = 0$, hay

$$-3(6+5t) + 6(2+3t) - 2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (6;2;-3).$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-3;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (6;2;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là $\Delta\colon \dfrac{x+3}{6} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-3}$.
Chọn đáp án C □

Câu 43. Ta có

$$z^3 + 2i|z|^2 = 0 \Leftrightarrow z^3 + 2iz\overline{z} = 0 \Leftrightarrow z\left(z^2 + 2i\overline{z}\right) = 0 \left[\begin{array}{l} z = 0 \\ z^2 + 2i\overline{z} = 0. \quad (*) \end{array}\right.$$

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \overline{z} = x - yi$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
Thay vào $(*)$, ta có

$$x^2 - y^2 + 2y + 2x(y+1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ 2x(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ y = -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

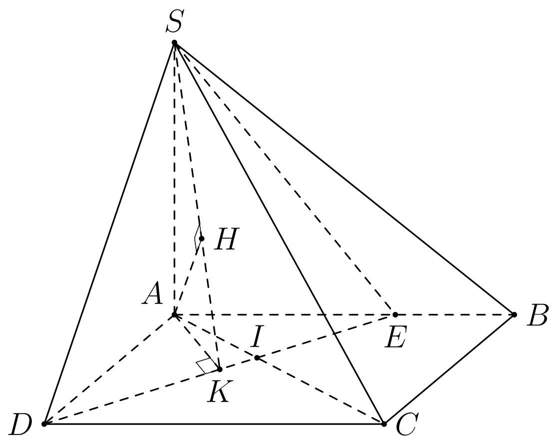
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ -y^2 + 2y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -1 \\ x^2 - 3 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 0 \\ z = 2i \\ z = -\sqrt{3} - i \\ z = \sqrt{3} - i. \end{array}\right.$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn.
Chọn đáp án A □

Câu 44.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $AK \perp DE$, mà $DE \perp SA$ nên $DE \perp (SAK)$ hay $(SDE) \perp (SAK)$.
Trong mặt phẳng (SAK), kẻ $AH \perp SK$ suy ra $AH \perp (SDE)$ hay $AH = \mathrm{d}(A, (SDE))$.
Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AK^2} \Rightarrow \dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{13}{36a^2}$.
Mà $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{AE^2} \Rightarrow AE = 3a$.
Gọi I là giao điểm của AC và DE. Ta có

$$\frac{\mathrm{d}(C, (SDE))}{\mathrm{d}(A, (SDE))} = \frac{CI}{AI} = \frac{DC}{AE} = \frac{4}{3}.$$



Vậy $\mathrm{d}(C, (SDE)) = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{3a}{2} = 2a$.
Chọn đáp án C □

Câu 45. Với $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có $f(x) + 3g(x) = \dfrac{2x^3 + 2x}{x^2 + 1} = 2x$.
Suy ra $f'(x) + 3g'(x) = 2$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.
Từ giả thiết ta có $f'(x_1) = f'(x_2) = m \Leftrightarrow g'(x_1) = g'(x_2) = \dfrac{2 - m}{3}$.
Mà $g'(x) = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ là hàm số lẻ nên $g'(-x_1) = -g'(x_1)$. Vậy ta có

$$\int\limits_{-x_1}^{x_2} g''(x)\,\mathrm{d}x = g'(x_2) - g'(-x_1) = g'(x_2) + g'(x_1) = \frac{4 - 2m}{3}.$$

Vậy suy ra $\dfrac{4 - 2m}{3} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{10} \Rightarrow a = 11, b = 10$.
Vậy $a + b = 21$.
Chọn đáp án B □

Câu 46. Ta có

$$\begin{aligned} & 5f^2(x^2 - 4x) - (m + 5)f(x^2 - 4x) + m = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \big(f(x^2 - 4x) - 1\big)\big(5f(x^2 - 4x) - m\big) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} f(x^2 - 4x) = 1 \\ f(x^2 - 4x) = \dfrac{m}{5}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Đặt $g(x) = f\left(x^2 - 4x\right)$, với $x \in (0; +\infty)$.
Ta có $g'(x) = 2(x - 2)f'\left(x^2 - 4x\right)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ f'\left(x^2 - 4x\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4. \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

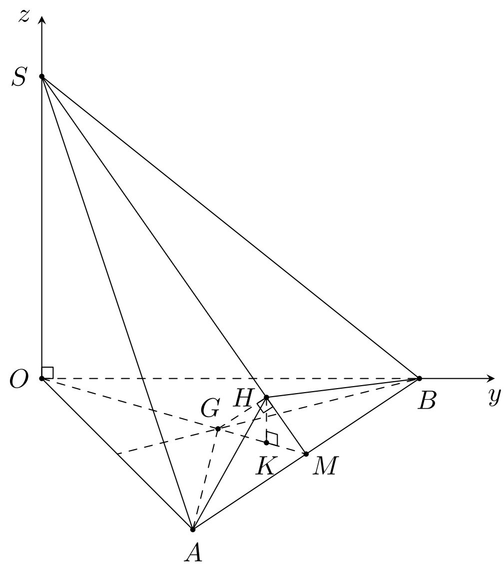
x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $g(x) = 1$ có 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$.
Để phương trình ban đầu có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ thì phương trình $g(x) = \dfrac{m}{5}$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\left[\begin{array}{l} -3 < \dfrac{m}{5} < -2 \\ \dfrac{m}{5} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -15 < m < -10 \\ m = 10. \end{array}\right.$

Mà m nguyên nên $m \in \{-14; -13; -12; -11; 10\}$.
Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.
Chọn đáp án A $\square$

Câu 47.



Ta có B thuộc tia Oy, lại có $OA = OB = AB = 2$ nên tam giác OAB là tam giác đều.
Gọi M là trung điểm của AB.
Ta có $\begin{cases} OM \perp AB \\ SO \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOM)$ hay $(SAB) \perp (SOM)$.
Trong mặt phẳng (SOM) kẻ $GH \perp SM$ suy ra H là hình chiếu của G lên (SAB).
Vì tam giác GAB có diện tích không đổi nên để thể tích khối tứ diện $GHAB$ lớn nhất thì khoảng cách từ H đến mặt phẳng (OAB) là lớn nhất.
Trong mặt phẳng (SOM) kẻ $HK \perp OM$ thì $HK = \mathrm{d}(H, (OAB))$.

Ta có $HK = \dfrac{GH \cdot HM}{GM} \le \dfrac{GH^2 + HM^2}{2GM} = \dfrac{GM}{2} = \dfrac{1}{6}OM = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$.
Đẳng thức xảy ra khi $GH = HM \Rightarrow \widehat{HMG} = 45^\circ$. Vậy tam giác SOM vuông cân tại O.
Ta có $OM = \sqrt{3}$. Suy ra $S(0; 0; \sqrt{3})$.
Lại có $\begin{cases} GB \perp OA \\ GB \perp SO \end{cases} \Rightarrow GB \perp SA$ mà $SA \perp HB$ nên $SA \perp (GHB)$.
Ta có $\overrightarrow{SA} = (\sqrt{3}; 1; -\sqrt{3})$.
Mặt phẳng (GHB) đi qua $B(0; 2; 0)$ và nhận $\overrightarrow{SA}$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$\sqrt{3}x + y - \sqrt{3}z - 2 = 0$$

Vậy $a = \sqrt{3}$, $b = 1$, $c = -2$.
Chọn đáp án B $\square$

Câu 48. Ta có

$$\begin{aligned}
&\left(\mathrm{e}^{y^x-xy+x}\right)^{\ln y}=xy\\
\Leftrightarrow\ &\left(\mathrm{e}^{\ln y}\right)^{y^x-xy+x}=xy\\
\Leftrightarrow\ &y^{y^x-xy+x}=xy\\
\Leftrightarrow\ &y^x-xy+x=\log_y(xy)\\
\Leftrightarrow\ &y^x+x=\log_y(xy)+xy\\
\Leftrightarrow\ &y^x+x=y^{\log_y(xy)}+\log_y(xy). \qquad (*)
\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t)=y^t+t$ với $y\geq 3, t\in\mathbb{R}$.
Ta có $f'(t)=y^t\ln y+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}$.
Vậy

$$(*)\Leftrightarrow f(x)=f(\log_y(xy))\Leftrightarrow x=\log_y(xy)\Leftrightarrow x=1+\log_y x\Leftrightarrow x-1=\frac{\ln x}{\ln y}\Leftrightarrow (x-1)\ln y=\ln x.$$

Đặt $g(x)=(x-1)\ln y-\ln x$.
Ta có $g'(x)=\ln y-\dfrac{1}{x}, g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\ln y}$.
Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau

x	0	$\frac{1}{2021}$		$\frac{1}{\ln y}$		1		$+\infty$
$g'(x)$			$-$	0			$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$g\left(\frac{1}{2021}\right)$	$\searrow$	$g\left(\frac{1}{\ln y}\right)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán tương đương

$$\begin{cases} g\left(\frac{1}{2021}\right)>0\\ \dfrac{1}{\ln y}>\dfrac{1}{2021}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{2020}{2021}\ln y>\ln\dfrac{1}{2021}\\ \ln y<2021\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\ln y<\dfrac{2021}{2020}\ln 2021\\ \ln y<2021\end{cases}\Leftrightarrow y<\mathrm{e}^{\frac{2021}{2020}\ln 2021}\approx 2028{,}63.$$

Vì y nguyên và $y\geq 3\Leftrightarrow y\in\{3;4;5;\ldots;2027;2028\}$.
Vậy có 2026 giá trị nguyên của y thỏa mãn.
Chọn đáp án B $\square$

Câu 49. Parabol $y=g(x)$ có dạng: $y=kx^2+m$, $(k,\ m\in\mathbb{R}, k>0)$.
Suy ra tọa độ các điểm $A\left(-2;4k+m\right); B(1;k+m)$.
Lại có $AB=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{9+9k^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow 1+k^2=\dfrac{5}{4}\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{2}$ (loại nghiệm $k=-\dfrac{1}{2}$).
Do đó $y=g(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+m$.
Mặt khác, phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là

$$f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow ax^3-x^2+cx+(d-m)=0.$$

Vì hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2, 1, 2$ nên

$$\begin{aligned} & ax^3 - x^2 + cx + (d - m) = a\,(x + 2)\,(x - 1)(x - 2)\ \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow\ & ax^3 - x^2 + cx + (d - m) = a(x^3 - x^2 - 4x + 4)\ \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

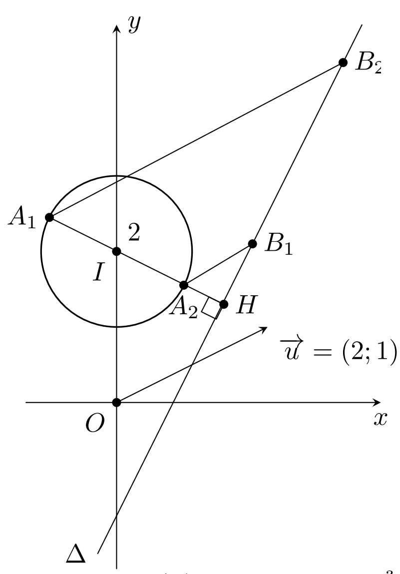
Đồng nhất hệ số của x^2 ở hai vế, từ đó ta có $-1 = -a \Leftrightarrow a = 1$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là

$$S = \int\limits_{-2}^{2} |(x + 2)(x - 1)(x - 2)|\, \mathrm{d}x = \frac{71}{6}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 50.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức z_1 và B là điểm biểu diễn số phức z_2.
Từ giả thiết suy ra, điểm A là tập hợp đường tròn tâm $I(0; 2)$ bán kính bằng 1; điểm B là đường $\Delta\colon 4x - 2y - 3 = 0$.
Mặt khác $\dfrac{z_1 - z_2}{1 - 2i}$ là một số thuần ảo nên $\dfrac{z_1 - z_2}{1 - 2i} = bi$ hay $z_1 - z_2 = 2b + bi$. Nhận xét rằng $b \neq 0$.
Do đó $\overrightarrow{BA} = (2b; b)$ với $b \in \mathbb{R}$. Hay đường thẳng AB nhận véc-tơ $\overrightarrow{u} = (2; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Suy ra, góc $\widehat{HBA} = \alpha$ không đổi.
Suy ra $|z_1 - z_2| = AB = \dfrac{\mathrm{d}(A, \Delta)}{\sin\alpha}$.
Vậy AB lớn nhất (nhỏ nhất) khi và chỉ khi $\mathrm{d}(A, \Delta)$ lớn nhất (nhỏ nhất).



Suy ra $M = A_1B_1$, $m = A_2B_2$. Với A_1, A_2 là các giao điểm của đường tròn (I) với đường thẳng qua tâm I đồng thời vuông góc với Δ.

$$M = \frac{A_1H}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{d}(I, \Delta) + 1}{\sin\alpha};\ m = \frac{A_2H}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{d}(I, \Delta) - 1}{\sin\alpha}.$$

Trong đó: $\mathrm{d}(I, \Delta) = \dfrac{7}{2\sqrt{5}}$, $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \dfrac{3}{5}$.

Vì $\cos\alpha = |\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{u_\Delta})| = \dfrac{|1 \cdot 2 + (2) \cdot 1|}{5} = \dfrac{4}{5}$. Suy ra $M \cdot m = \dfrac{\dfrac{7}{2\sqrt{5}} + 1}{\dfrac{3}{5}} \cdot \dfrac{\dfrac{7}{2\sqrt{5}} - 1}{\dfrac{3}{5}} = \dfrac{145}{36} \in (4; 5)$.

Chọn đáp án (C) □