



- Câu 1.** Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là
A. $S_{xq} = \pi r l$. **B.** $S_{xq} = 2\pi r l$. **C.** $S_{xq} = \pi r(l+r)$. **D.** $S_{xq} = \pi r^2 l$.
- Câu 2.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) và $SA = 3a$. Diện tích tam giác ABC bằng $2a^2$; $BC = a$. Khoảng cách từ S đến BC bằng
A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $5a$. **D.** $4a$.
- Câu 3.** Cho hình chóp tam giác $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình thang tại A, B biết cạnh bên $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng.
A. 90° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 45° .
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là
A. $I(-1; 3; 2)$. **B.** $I(1; -3; -2)$. **C.** $I(-1; -3; 2)$. **D.** $I(-1; 3; -2)$.

- Câu 5.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới?

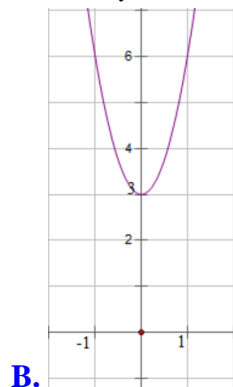
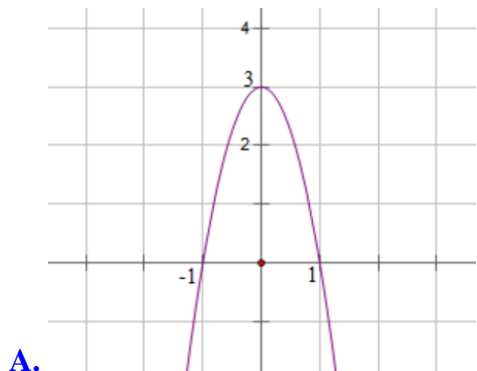
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1		$+\infty$		-1

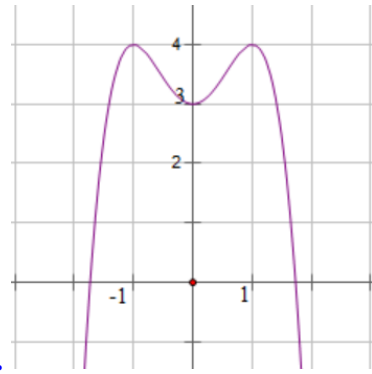
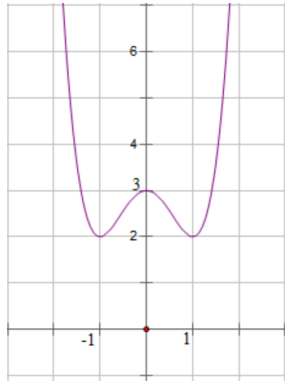
- A.** $y = \frac{-x+5}{x-1}$. **B.** $y = \frac{-x-3}{x-1}$. **C.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+3}{x-1}$.

- Câu 6.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng

- A.** $y = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

- Câu 7.** Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$?





C.

D.

Câu 8. V_1 thể tích của một hình hộp và V_2 là thể tích của một hình chóp. Hình hộp và hình chóp có cùng đáy và chiều cao. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

A. $P(2; -1; 0)$.

B. $N(1; 3; 3)$.

C. $Q(2; -1; 3)$.

D. $M(1; 3; 0)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

C. $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Câu 11. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

A. $x = 8$.

B. $x = 7$.

C. $x = 9$.

D. $x = 10$.

Câu 12. Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = 3$.

B. $I = -\frac{1}{3}$.

C. $I = -3$.

D. $I = \frac{1}{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

A. $(1; 5)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = 2$.

Câu 15. Có 6 quyển sách Toán, 5 quyển sách Hóa và 3 quyển sách Lí. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 6 quyển sách sao cho mỗi loại có hai quyển?

A. 28.

B. 336.

C. 90.

D. 450.

Câu 16. Một hình trụ có đường kính đáy 6cm và độ dài đường cao $h = 5$ cm. Thể tích của khối trụ đó bằng

- A. $45\pi(\text{cm}^3)$. B. $60\pi(\text{cm}^3)$. C. $30\pi(\text{cm}^3)$. D. $180\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ 5 học sinh?

- A. A_5^2 . B. $2!$. C. C_5^2 . D. 5^2 .

Câu 18. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $z = 5 - 7i$.

- A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$. B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.
C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 . D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $\log_2 x$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 0)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

- A. $\max_{[0;2]} y = 11$, $\min_{[0;2]} y = 2$. B. $\max_{[0;2]} y = 2$, $\min_{[0;2]} y = 0$.
C. $\max_{[0;2]} y = 11$, $\min_{[0;2]} y = 3$. D. $\max_{[0;2]} y = 3$, $\min_{[0;2]} y = 2$.

Câu 21. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Số phức $w = z - 4 + 2i$ bằng

- A. $w = -1 - 2i$. B. $w = -1 + 2i$. C. $w = -1 - 6i$. D. $w = 7 - 6i$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} = 8$

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 24. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 [3f(x) - 1] dx$

- A. $I = 4$. B. $I = -5$. C. $I = 2$. D. $I = 5$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$?

- A. $P(2; -3)$. B. $N(2; 3)$. C. $Q(-3; 2)$. D. $M(3; 2)$.

Câu 26. Nếu $\int_0^1 [3f(x) + 2g(x)] dx = 7$ và $\int_0^1 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 1. C. -3. D. -1.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (1; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (1; 0; -3)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 2)$. D. $\vec{u} = (3; 1; 0)$.

Câu 28. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 4x^3 - 3x^2 + 6x$. B. $y = x^2 + 3x$. C. $y = \frac{x+2}{x-4}$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 29. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 3^x$ là

- A. $F(x) = 1 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3^x + C$. D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3^x \cdot \ln 2 + C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2; 1)$ đồng thời vuông góc với $(P): x + y - z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 31. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4; 1; x$. Khi đó giá trị của x bằng

- A. $x=9$. B. $x=4$. C. $x=7$. D. $x=6$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 33. Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$ ta được tập nghiệm:

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 34. Tìm các số thực x, y biết $(2x-y) + (2y+x)i = (x-y+2) + (x+y-1)i$

A. $x=2, y=-1$.

B. $x=2, y=1$.

C. $x=1, y=-2$.

D. $x=-2, y=1$.

Câu 35. Cho một khối lăng trụ có diện tích đáy là $3dm^2$ và chiều cao là $5dm$. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

A. $5dm^3$.

B. $\frac{5}{3}dm^3$.

C. $15dm^3$.

D. $\frac{3}{5}dm^3$.

Câu 36. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ là

A. $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$.

B. $y' = 3^{x+1}$.

C. $y' = (x+1)3^{x+2}$.

D. $y' = 3^{x+1} \ln 3$.

Câu 37. Tích phân $\int_{-1}^0 e^{-x} dx$ bằng

A. $I = -e - 1$.

B. $I = e + 1$.

C. $I = e - 1$.

D. $I = 1 - e$.

Câu 38. Trong không gian Oxyz cho 2 điểm A, B. Biết A $2; -1; 3$, B $2; 1; 1$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $AB=2$.

B. $AB=\sqrt{14}$.

C. $AB=2\sqrt{2}$.

D. $AB=4$.

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{3}, |z_2| = \sqrt{5}, |z_1 + z_2| = \sqrt{10}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|2z_1 + z_2 - 3|$.

A. $5 + \sqrt{21}$.

B. $-3 + \sqrt{21}$.

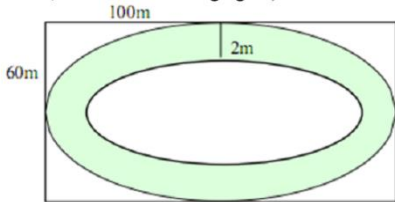
C. $3 + 2\sqrt{21}$.

D. $3 + \sqrt{21}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;-7)$ và $B(5;4;9)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có dạng $mx+ny+4z+p=0$. Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2 - p$

- A. $T = 19$. B. $T = 23$. C. $T = 20$. D. $T = -20$.

Câu 41. Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



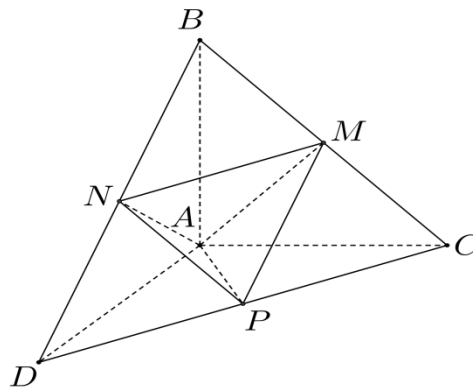
- A. 294053000. B. 283604000. C. 293804000. D. 283904000.

Câu 42. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc 30° . Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$.

- A. -8 . B. -4 . C. 7 . D. 5 .

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh BC, BD, CD (như hình vẽ phía dưới). Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$.



- A. $V = \frac{7}{2}a^3$. B. $V = \frac{28}{3}a^3$. C. $V = 7a^3$. D. $V = 14a^3$.

Câu 44. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị ấy đi qua gốc tọa độ, đặt $T = bcd + bc + 3d$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức T bằng

- A. $\min T = -4$. B. $\min T = -6$. C. $\min T = 4$. D. $\min T = 6$.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên x, y thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2^x - 1}{y} \right) = y + 1 - 2^x$?

- A. 2020. B. 10. C. 11. D. 2021.

Câu 46. Trong một ngôi đình làng X có 20 cây cột gỗ lim hình trụ tròn. Trong các cây cột đó có bốn cây cột lớn ở giữa có đường kính 60 cm và chiều cao $4,5$ m. Các cột nhỏ còn lại đều có đường kính

40 cm và cây cột nhỏ có diện tích xung quanh bằng $\frac{16}{27}$ diện tích xung quanh cây cột ở giữa.

Hỏi giá của 20 cây cột trên là bao nhiêu (đơn vị VNĐ)? (Biết $1m^3$ có giá 45.000.000 (đồng); lấy $\pi = 3,14$).

A. 590.643.000(VNĐ). **B.** 590.634.000(VNĐ).

C. 509.634.000(VNĐ). **D.** 590.364.000(VNĐ).

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \geq 0 \\ 3x^2-2x-1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x - 1)\cos x dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2+3i| = \sqrt{2}$ và $|z+4-2i| = |\bar{z}+5+i|$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) > m - 1$ có nghiệm $x \geq 1$.

A. $m \geq 7$

B. $m > 7$

C. $m \leq 7$

D. $m < 7$

Câu 50. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. $-\frac{29}{5}$

B. -9

C. $-\frac{11}{2}$

D. -5

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	A	A	B	D	C	D	B	C	A	A	B	D	A	C	C	C	A	A	B	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	B	C	D	B	D	A	C	D	C	C	D	B	A	A	C	A	B	B	C	C	D	D

- Câu 1.** Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là
A. $S_{xq} = \pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi r(l+r)$. **D.** $S_{xq} = \pi r^2 l$.

Lời giải

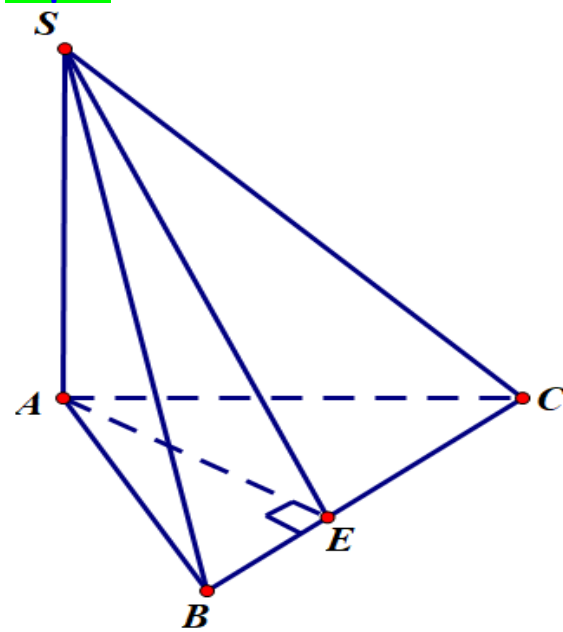
Chọn A

Theo lý thuyết diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl$.

- Câu 2.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) và $SA = 3a$. Diện tích tam giác ABC bằng $2a^2$; $BC = a$. Khoảng cách từ S đến BC bằng
A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $5a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AE \perp BC$ tại E .
 Mà $BC \perp SA$ ($SA \perp (ABC)$)
 Suy ra $BC \perp (SAE)$.
 Do đó $d(S, BC) = SE$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AE \cdot BC \Rightarrow AE = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 4a.$$

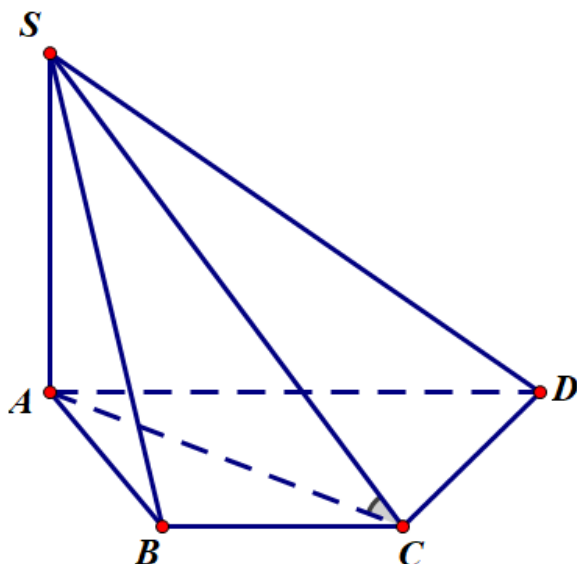
$$\Delta SAE \text{ vuông tại } A, SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a.$$

Vậy $d(S, BC) = SE = 5a$.

- Câu 3.** Cho hình chóp tam giác $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình thang tại A, B biết cạnh bên $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng.
A. 90° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 45° .

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.
 $SA \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SC, AC = \angle SCA$.

Tam giác SAC vuông cân tại C nên $\angle SCA = 45^\circ$.
 Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

- A.** $I(-1; 3; 2)$. **B.** $I(1; -3; -2)$. **C.** $I(-1; -3; 2)$. **D.** $I(-1; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(-1; 3; 2)$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-1		$-\infty$		-1

- A.** $y = \frac{-x+5}{x-1}$. **B.** $y = \frac{-x-3}{x-1}$. **C.** $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **D.** $y = \frac{x+3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A có $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$, tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ (thỏa đề).

Xét đáp án B có $y' = \frac{4}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$ nên loại.

Xét đáp án C có $y' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in D$ nên loại.

Xét đáp án D có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên loại.

Chọn A

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

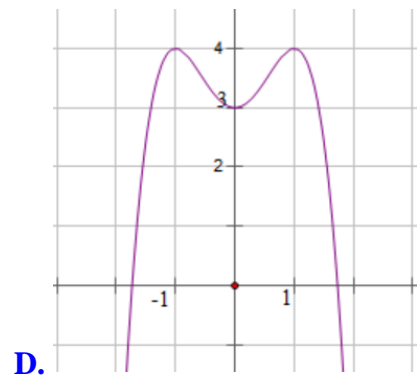
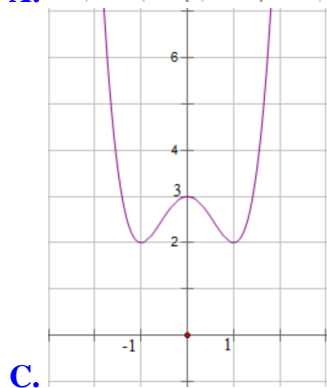
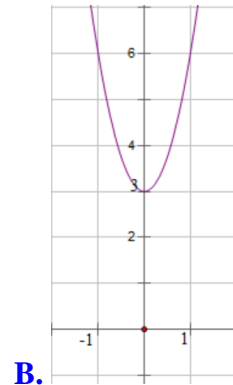
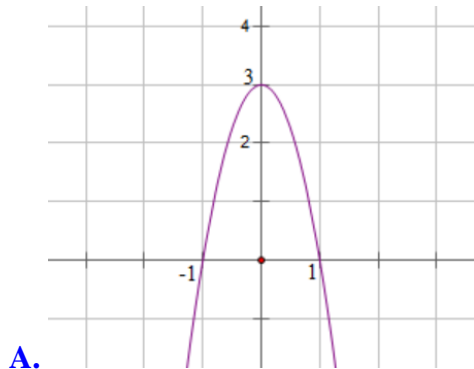
Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết, đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$. Suy ra đồ thị hàm số

$y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 7. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$?



Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ đi qua các điểm $A(0;3)$, $B(1;4)$, $C(-1;4)$.

Đồ thị ở các phương án A, B, C không đi qua điểm B nên loại các phương án A, B, C.

Đồ thị ở phương án D đi qua các điểm A, B, C. Chọn D

Câu 8. V_1 thể tích của một hình hộp và V_2 là thể tích của một hình chóp. Hình hộp và hình chóp có cùng đáy và chiều cao. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi B là diện tích đáy của khối hộp, h là đường cao của khối hộp.

Thể tích khối hộp $V_1 = B.h$, thể tích khối chóp $V_2 = \frac{1}{3}B.h$.

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{B.h}{\frac{1}{3}.B.h} = 3$.

- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?
- A.** $P(2; -1; 0)$. **B.** $N(1; 3; 3)$. **C.** $Q(2; -1; 3)$. **D.** $M(1; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Chọn $t = 0$ suy ra $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}$. Vậy đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 3; 0)$.

- Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = \sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$. **B.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.
- C.** $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

- Câu 11.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

- A.** $x = 8$. **B.** $x = 7$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 10$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 9$.

- Câu 12.** Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

- A.** $I = 3$. **B.** $I = -\frac{1}{3}$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Với $a > 0, a \neq 4$ ta có $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right) = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a}{4} \right)^3 = 3 \log_{\frac{a}{4}} \frac{a}{4} = 3$.

- Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

- A.** $(1; 5)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(5; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 6x + 5$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{31}{3}$	$+\infty$	

Khoảng nghịch biến của hàm số là $(1;5)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=1$.

B. $x=-1$.

C. $x=-2$.

D. $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-1$.

Câu 15. Có 6 quyển sách Toán, 5 quyển sách Hóa và 3 quyển sách Lí. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 6 quyển sách sao cho mỗi loại có hai quyển?

A. 28.

B. 336.

C. 90.

D. 450.

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy ra 2 quyển sách Toán là $C_6^2 = 15$.

Số cách lấy ra 2 quyển sách Hóa là $C_5^2 = 10$.

Số cách lấy ra 2 quyển sách Lí là $C_3^2 = 3$.

Vậy số cách lấy ra 6 quyển sách sao cho mỗi loại có hai quyển là $15 \cdot 10 \cdot 3 = 450$.

Câu 16. Một hình trụ có đường kính đáy 6cm và độ dài đường cao $h=5$ cm. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $45\pi(\text{cm}^3)$.

B. $60\pi(\text{cm}^3)$.

C. $30\pi(\text{cm}^3)$.

D. $180\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính đáy của hình trụ là $r=3$ cm.

Vậy thể tích của khối trụ đó là $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ 5 học sinh?

A. A_5^2 .

B. $2!$.

C. C_5^2 .

D. 5^2 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn ra 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5.

Do đó số cách chọn ra 2 học sinh từ 5 học sinh là C_5^2 .

Câu 18. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $z=5-7i$.

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$.

B. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 .

D. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z=5-7i$ có phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7 .

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $\log_2 x$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $\log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định D của hàm số $\log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

A. $\max_{[0;2]} y = 11, \min_{[0;2]} y = 2$.

B. $\max_{[0;2]} y = 2, \min_{[0;2]} y = 0$.

C. $\max_{[0;2]} y = 11, \min_{[0;2]} y = 3$.

D. $\max_{[0;2]} y = 3, \min_{[0;2]} y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Xét trên đoạn $[0; 2]$ ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$y(0) = 3, y(1) = 2, y(2) = 11.$$

Vậy $\max_{[0;2]} y = 11, \min_{[0;2]} y = 2$.

Câu 21. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Số phức $w = z - 4 + 2i$ bằng

A. $w = -1 - 2i$.

B. $w = -1 + 2i$.

C. $w = -1 - 6i$.

D. $w = 7 - 6i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = z - 4 + 2i = 3 - 4i - 4 + 2i = -1 - 2i$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} = 8$

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

C. $S = \{2\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2(x+1)} = 2^3 \Leftrightarrow 2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm S của phương trình $4^{x+1} = 8$ là $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{IA} = (1; 2; -2) \Rightarrow IA = \sqrt{1+4+4} = 3$.

Mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ có bán kính $R = IA = 3$.

Phương trình mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 24. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 [3f(x) - 1] dx$.

A. $I = 4$.

B. $I = -5$.

C. $I = 2$.

D. $I = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_{-1}^1 [3f(x) - 1] dx = 3 \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 dx = 3 \cdot 2 - x \Big|_{-1}^1 = 6 - 2 = 4$.

- Câu 25.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$?
A. $P(2; -3)$. **B.** $N(2; 3)$. **C.** $Q(-3; 2)$. **D.** $M(3; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $Q(-3; 2)$ biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$.

- Câu 26.** Nếu $\int_0^1 [3f(x) + 2g(x)] dx = 7$ và $\int_0^1 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_0^1 [3f(x) + 2g(x)] dx = 7 \Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx + 2 \int_0^1 g(x) dx = 7 \Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx + 2 \cdot (-1) = 7$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = 3.$$

- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có một vectơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u} = (1; 1; -3)$. **B.** $\vec{u} = (1; 0; -3)$. **C.** $\vec{u} = (1; -3; 2)$. **D.** $\vec{u} = (3; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Theo bài, $d \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1; 0; -3)$.

Vậy đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 0; -3)$.

- Câu 28.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A.** $y = 4x^3 - 3x^2 + 6x$. **B.** $y = x^2 + 3x$. **C.** $y = \frac{x+2}{x-4}$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} thì trước hết phải có tập xác định là \mathbb{R} nên loại đáp án C .

Hàm trùng phương và hàm bậc hai thì cũng không thể đồng biến hoặc nghịch biến trên \mathbb{R} nên loại đáp án B và D . Vậy còn đáp án A .

$$\text{Kiểm tra đáp án } A: y' = 12x^2 - 6x + 6 = 12 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{21}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên}$$

\mathbb{R} .

- Câu 29.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 3^x$ là

- A.** $F(x) = 1 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3^x + C$. **D.** $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3^x \cdot \ln 2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int (x + 3^x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2; 1)$ đồng thời vuông góc với $(P): x + y - z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $d \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_p(1;1;-1)$ với \vec{u}_d, \vec{n}_p lần lượt là VTCP của đường thẳng d và VTPT của mặt phẳng (P) .

Mà $M(-1;2;1) \in d$ nên phương trình (d) là: $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 31. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4; 1; x$. Khi đó giá trị của x bằng

A. $x=9$. B. $x=4$. C. $x=7$. D. $x=6$.

Lời giải

Chọn D

Cấp số cộng có ba số hạng lần lượt là $-4; 1; x$ nên ta có: $\frac{-4+x}{2} = 1 \Leftrightarrow -4+x = 2 \Leftrightarrow x = 6$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-		
$f(x)$		$+\infty$		1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A\left(1; \frac{4}{3}\right)$, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

Câu 33. Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$ ta được tập nghiệm:

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3x^2 < 2x+1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 34. Tìm các số thực x, y biết $(2x - y) + (2y + x)i = (x - y + 2) + (x + y - 1)i$

- A.** $x = 2, y = -1$. **B.** $x = 2, y = 1$. **C.** $x = 1, y = -2$. **D.** $x = -2, y = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(2x - y) + (2y + x)i = (x - y + 2) + (x + y - 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = x - y + 2 \\ 2y + x = x + y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$.

Câu 35. Cho một khối lăng trụ có diện tích đáy là 3 dm^2 và chiều cao là 5 dm . Thể tích khối lăng trụ đó bằng

- A.** 5 dm^3 . **B.** $\frac{5}{3} \text{ dm}^3$. **C.** 15 dm^3 . **D.** $\frac{3}{5} \text{ dm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 3.5 = 15 \text{ dm}^3$.

Câu 36. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ là

- A.** $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$. **B.** $y' = 3^{x+1}$. **C.** $y' = (x+1)3^{x+2}$. **D.** $y' = 3^{x+1} \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (3^{x+1})' = (x+1)' \cdot 3^{x+1} \ln 3 = 3^{x+1} \ln 3$.

Câu 37. Tích phân $\int_{-1}^0 e^{-x} dx$ bằng

- A.** $I = -e - 1$. **B.** $I = e + 1$. **C.** $I = e - 1$. **D.** $I = 1 - e$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^0 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_{-1}^0 = e - 1$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm A, B . Biết $A(2; -1; 3)$, $B(2; 1; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A.** $AB = 2$. **B.** $AB = \sqrt{14}$. **C.** $AB = 2\sqrt{2}$. **D.** $AB = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AB = \sqrt{2 - 2^2 + 1 + 1^2 + 1 - 3^2} = 2\sqrt{2}$

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = \sqrt{3}, |z_2| = \sqrt{5}, |z_1 + z_2| = \sqrt{10}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|2z_1 + z_2 - 3|$.

- A.** $5 + \sqrt{21}$. **B.** $-3 + \sqrt{21}$. **C.** $3 + 2\sqrt{21}$. **D.** $3 + \sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z_1 = x + yi, z_2 = a + bi$ với $x, y, a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $|z_1| = \sqrt{3} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3$ (1).

Lại có $|z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$ (2).

Do $|z_1 + z_2| = \sqrt{10} \Rightarrow x + a^2 + y + b^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 + a^2 + b^2 + 2ax + 2by = 10$

Theo (1), (2) suy ra $ax + by = 1$.

Ta có

$$|2z_1 + z_2 - 3| \leq |2z_1 + z_2| + 3 = \sqrt{2x+a^2 + 2y+b^2} + 3$$

$$= \sqrt{4x^2 + y^2 + a^2 + b^2 + 4ax + 4by} + 3 = \sqrt{21} + 3$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;-7)$ và $B(5;4;9)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có dạng $mx + ny + 4z + p = 0$. Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2 - p$

A. $T = 19$.

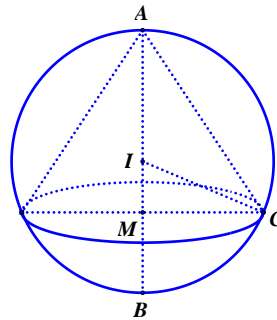
B. $T = 23$.

C. $T = 20$.

D. $T = -20$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overline{AB} = (4;4;16)$, $AB = 12\sqrt{2}$.

Gọi M là điểm thuộc đoạn IB (M khác B) sao cho $IM = x$, $0 \leq x < 6\sqrt{2}$ khi đó $AM = x + 6\sqrt{2}$, $MC = \sqrt{72 - x^2}$.

Thể tích khối nón: $V = \pi \cdot MC^2 \cdot AM = \pi(72 - x^2)(x + 6\sqrt{2})$.

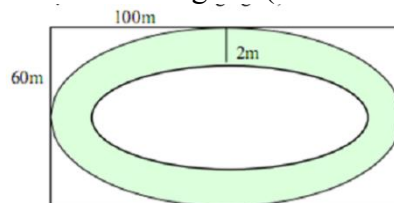
Lập bảng biến thiên ta có GTLN của V trên $[0; 6\sqrt{2})$ đạt được khi $x = 2\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow AM = 8\sqrt{2} \text{ và } \overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0} \Rightarrow M\left(\frac{11}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right)$$

Phương trình mặt phẳng chứa đáy của hình nón đi qua điểm M và có vectơ pháp tuyến $\frac{1}{4}\overline{AB} = (1;1;4)$ là: $x + y + 4z - 21 = 0$.

Vậy $m^2 + n^2 - p = 23$.

Câu 41. Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 294053000.

B. 283604000.

C. 293804000.

D. 283904000.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(E_1), (E_2)$ lần lượt là viền ngoài và viền trong của con đường;
 a_1, b_1 lần lượt là độ dài bán trục lớn, bán trục nhỏ của (E_1)

a_2, b_2 lần lượt là độ dài bán trục lớn, bán trục nhỏ của (E_2) .

Ta có: $S_1 = \pi a_1 b_1 = \pi \cdot 50 \cdot 30 = 1500\pi \text{ m}^2$

$S_2 = \pi a_2 b_2 = \pi \cdot 48 \cdot 28 = 1344\pi \text{ m}^2$

Diện tích con đường là: $S = S_1 - S_2 = 1500\pi - 1344\pi = 156\pi \text{ m}^2$

Vậy số tiền làm con đường là $156\pi \cdot 600000 = 294.053.000$ đồng.

Câu 42. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$(\Delta): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M(1; -2; 1)$, nằm trong (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc 30° . Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $(9; a; b)$ và $(-29; c; d)$. Tính $a+b+c+d$.

A. -8.

B. -4.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u} = (a; b; c)$ là vectơ chỉ phương của d . $\vec{u} \perp \vec{n}_{(P)}$ nên $a - b + 3c = 0 \Leftrightarrow b = a + 3c$.

$\Rightarrow \vec{u} = (a; a + 3c; c)$.

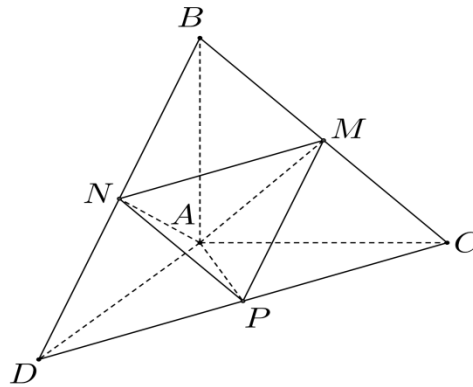
Ta có $\cos(a; \Delta) = \cos 30^\circ \Leftrightarrow \frac{|2a + a + 3c + c|}{\sqrt{6}\sqrt{2a^2 + 6ac + 10c^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow -6ac = 58c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ -3a = 29c \end{cases}$

Xét $c = 0 \Rightarrow a = b$, d vectơ chỉ phương $\vec{u} = (9; 9; 0)$.

Xét $-3a = 29c$, d vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-29; -29; 3)$.

Vậy $a + b + c + d = 9 + 9 + 0 + (-29) + 3 = -8$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh BC, BD, CD (như hình vẽ phía dưới). Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$.



A. $V = \frac{7}{2}a^3$.

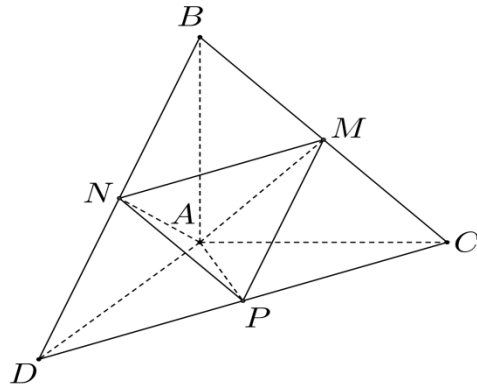
B. $V = \frac{28}{3}a^3$.

C. $V = 7a^3$.

D. $V = 14a^3$.

Lời giải

Chọn C



Do $AB \perp AD, AB \perp AC \Rightarrow AB \perp (ACD)$ và $AD \perp AC$ nên tam giác ADC vuông tại A .

$$\text{Suy ra } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot S_{\Delta ACD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3.$$

Mặt khác do M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh BC, BD, CD nên ta có:

$$\begin{aligned} S_{\Delta MNP} &= S_{\Delta MPC} = S_{\Delta DNP} = S_{\Delta MNB} \\ \Rightarrow S_{MNP} &= \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3. \end{aligned}$$

- Câu 44.** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị ấy đi qua gốc tọa độ, đặt $T = bcd + bc + 3d$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức T bằng **A.** $\min T = -4$. **B.** $\min T = -6$. **C.** $\min T = 4$. **D.** $\min T = 6$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 2bx + c.$$

Để hàm số có 2 điểm cực trị thì $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3c > 0 \Leftrightarrow b^2 > 3c$.

Ta có

$$y = y' \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{b}{9} \right) + \left(\left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9} \right) x + d - \frac{bc}{9} \right).$$

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là 2 điểm cực trị của đồ thị $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$.

$$\text{Khi đó } y_1 = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9} \right) x_1 + d - \frac{bc}{9}, y_2 = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9} \right) x_2 + d - \frac{bc}{9}.$$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B của đồ thị hàm số là $y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9} \right) x + d - \frac{bc}{9}$.

$$\text{Do } AB \text{ đi qua gốc tọa độ } O \text{ nên ta được } d - \frac{bc}{9} = 0 \Leftrightarrow bc = 9d.$$

$$\text{Khi đó } T = 9d^2 + 12d = (3d + 2)^2 - 4 \geq -4.$$

$$\text{Vậy } \min T = -4 \text{ khi } d = -\frac{2}{3}, bc = -6.$$

- Câu 45.** Có bao nhiêu cặp số nguyên x, y thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2^x - 1}{y} \right) = y + 1 - 2^x$?

A. 2020.

B. 10.

C. 11.

D. 2021.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ \frac{2^x - 1}{y} > 0 \\ 0 \leq y \leq 2020 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ 0 < y \leq 2020 \\ 2^x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_3 \left(\frac{2^x - 1}{y} \right) = y + 1 - 2^x$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2^x - 1) + 2^x - 1 = \log_3 y + y$$

$$\Leftrightarrow 2^x - 1 = y \text{ (vì } f(t) = \log_3 t + t \text{ là hàm đồng biến trên khoảng } (0; +\infty)).$$

$$\text{Mà } 0 < y \leq 2020 \Leftrightarrow 0 < 2^x - 1 \leq 2020$$

$$\Leftrightarrow 1 < 2^x \leq 2021$$

$$\Leftrightarrow 0 < x \leq \log_2 2021 \approx 10,98$$

So điều kiện suy ra $x \in \{1; 2; 3; \dots; 10\}$

Vậy có 10 cặp số nguyên x, y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong một ngôi đình làng X có 20 cây cột gỗ lim hình trụ tròn. Trong các cây cột đó có bốn cây cột lớn ở giữa có đường kính 60 cm và chiều cao 4,5 m. Các cột nhỏ còn lại đều có đường kính 40 cm và cây cột nhỏ có diện tích xung quanh bằng $\frac{16}{27}$ diện tích xung quanh cây cột ở giữa.

Hỏi giá của 20 cây cột trên là bao nhiêu (đơn vị VNĐ)? (Biết $1m^3$ có giá 45.000.000 (đồng); lấy $\pi = 3,14$).

A. 590.643.000 (VNĐ). **B.** 590.634.000 (VNĐ).

C. 509.634.000 (VNĐ). **D.** 590.364.000 (VNĐ).

Lời giải

Chọn B

Gọi V_1, h_1, R_1 lần lượt là thể tích của 4 cây cột lớn, chiều cao và bán kính của một cây cột lớn.

Thể tích của bốn cây cột lớn ở giữa là $V_1 = 4 \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot h_1 = 4 \times 3,14 \times 0,3^2 \times 4,5 = 5,0868m^3$.

Diện tích xung quanh của một cây cột lớn là $S_1 = 2\pi R_1 h_1 = 2 \times 3,14 \times 0,3 \times 4,5 = 8,478m^2$.

Gọi V_2, h_2, R_2 lần lượt là thể tích của 16 cây cột nhỏ, chiều cao và bán kính của một cây cột nhỏ.

Thể tích của 16 cây cột nhỏ là $V_2 = 16 \cdot \pi \cdot R_2^2 \cdot h_2 = 16 \times 3,14 \times 0,2^2 \times h_2$.

Diện tích xung quanh của một cây cột nhỏ là $S_2 = 2\pi R_2 h_2 = 2 \times 3,14 \times 0,2 \times h_2 = 1,256h_2$

Theo đề bài ta có: $S_2 = \frac{16}{27} S_1 \Leftrightarrow 1,256h_2 = 5,024 \Leftrightarrow h_2 = 4m$.

Suy ra $V_2 = 16 \cdot \pi \cdot R_2^2 \cdot h_2 = 16 \times 3,14 \times 0,2^2 \times 4 = 8,0384m^3$

Giá tiền của 20 cây cột trên là

$T = V_1 + V_2 \cdot 45000000 = 5,0868 + 8,0384 \cdot 45000000 = 590634000$ (VNĐ).

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \geq 0 \\ 3x^2-2x-1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x - 1) \cos x dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = 2\sin x - 1 \Rightarrow du = 2\cos x dx$

$$x = 0 \Rightarrow u = -1$$

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$$

Khi đó

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x - 1) \cos x dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(u) du = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{-1}^0 (3x^2 - 2x - 1) dx + \int_0^1 (2x - 3) dx \right) = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = \sqrt{2}$ và $|z + 4 - 2i| = |\bar{z} + 5 + i|$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi$

$$|z - 2 + 3i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 3)^2 = 2 \quad (1)$$

$$|z + 4 - 2i| = |\bar{z} + 5 + i|$$

$$\Leftrightarrow (a + 4)^2 + (b - 2)^2 = (a + 5)^2 + (1 - b)^2$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2b = -6$$

$$\Leftrightarrow a = -3 - b$$

$$\text{Thay } a = -3 - b \text{ vào (1) ta được } (-5 - b)^2 + (b + 3)^2 = 2 \Leftrightarrow 2b^2 + 16b + 32 = 0 \Leftrightarrow b = -4 \Rightarrow a = 1$$

Vậy $z = -4 + i$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) > m - 1$ có nghiệm $x \geq 1$.

A. $m \geq 7$

B. $m > 7$

C. $m \leq 7$

D. $m < 7$

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x > 0$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) [1 + \log_2(5^x - 1)] + 1 > m \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(5^x - 1), \text{ với } x \geq 1 \Rightarrow t \geq 2. \text{ Ta có bất phương trình } f(t) = t^2 + t + 1 > m \quad (2)$$

$$\text{Để (1) có nghiệm } x \geq 1 \text{ thì (2) phải có nghiệm } t \geq 2 \Leftrightarrow m < \min_{[2; +\infty)} f(t) = f(2) = 7.$$

Câu 50. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. $-\frac{29}{5}$

B. -9

C. $-\frac{11}{2}$

D. -5

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $x \neq 1$

$$\text{Đặt } t = 1 - x. \text{ Với } x \in [-4; -1] \Rightarrow t \in [2; 5]$$

$$\text{Ta có } f(t) = 1 - t - \frac{9}{t} = 1 - \left(t + \frac{9}{t}\right), \forall t \in [2; 5]$$

$$t + \frac{9}{t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{9}{t}} = 6 (\text{BĐT Cauchy}). \Rightarrow f(t) \leq 1 - 6 = -5$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } t = 3 \Leftrightarrow 1 - x = 3 \Leftrightarrow x = -2.$$