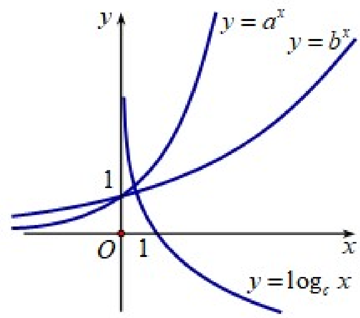
ĐỀ 01

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN
ÔN TẬP CUỐI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	C	C	C	C	D	A	B	B	B	C	A	D	A	A	C	D	C	A	C	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	A	A	D	D	B	A	D	D	C	B	D	B	B	D	C	B	C	B	A	B	D	D

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=\log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c<b<a$. **B.** $a<c<b$. **C.** $c<a<b$. **D.** $a<b<c$.

Câu 2. Số nghiệm thực của phương trình $4^x-2^{x+2}+3=0$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

C. $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^3+2$.

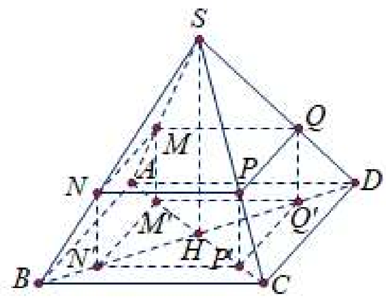
Câu 4. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\backslash\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$. Tính $k+l$.

A. $k+l=3$. **B.** $k+l=4$. **C.** $k+l=5$. **D.** $k+l=2$.

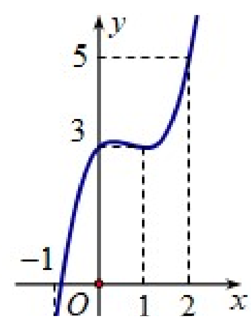
Câu 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.



A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình 2 dưới đây.

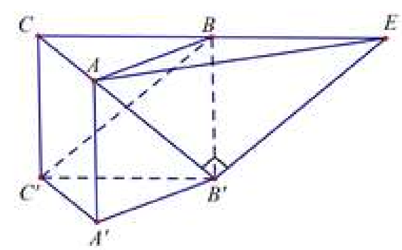
Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $g(-1)=g(1)$. **B.** $g(1)=g(2)$.

C. $g(1)>g(2)$. **D.** $g(-1)>g(1)$.

Câu 7. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V=\dfrac{7a^3}{8}$. **B.** $V=a^3\sqrt{6}$.

C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(2;-1;-3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB.

A. $(x+10)^2+(y-17)^2+(z-7)^2=8$. **B.** $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

C. $(x-10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$. **D.** $(x+10)^2+(y+17)^2+(z+7)^2=8$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ trên $(0;3)$ là

A. -61. **B.** 3. **C.** 61. **D.** 2.

Câu 12. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d

A. $d=\dfrac{3}{11}$. **B.** $d=\dfrac{11}{3}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

Câu 13. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\overline{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

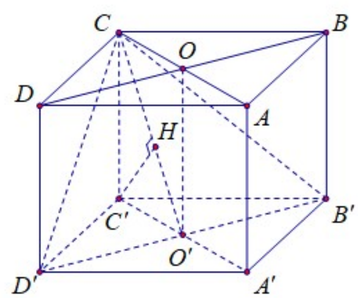
A. $I(2;-1);R=4$. **B.** $I(2;-1);I(2;-1)$.

C. $I(-2;-1);R=4$. **D.** $I(-2;-1);R=2$.

Câu 14. Cho số phức z. Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng (Oxy) biểu diễn các số phức z và $(1+i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=4\sqrt{2}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=2\sqrt{2}$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'.



A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 16. Cho $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 17. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=4\pi$.

Câu 18. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Câu 19. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\dfrac{1}{341}$. **B.** $\dfrac{1}{385}$. **C.** $\dfrac{1}{261}$. **D.** $\dfrac{3}{899}$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2<m\le -1$. **D.** $-2\le m\le -1$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\ln\left(e^x+m^2\right)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1)=\dfrac{1}{2}$.

A. $m=\pm\sqrt{e}$. **B.** $m=-e$. **C.** $m=\dfrac{1}{e}$. **D.** $m=e$.

Câu 22. Kết quả của $I=\int xe^x\mathrm{d}x$ là

A. $I=\dfrac{x^2}{2}e^x+C$. **B.** $I=\dfrac{x^2}{2}e^x+e^x+C$.

C. $I=xe^x-e^x+C$. **D.** $I=e^x+xe^x+C$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 24. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases}|z-3-2i|\le 1\\ |w+1+2i|\le|w-2-i|\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=|z-w|$.

A. $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $P_{\min}=\sqrt{2}+1$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{5\sqrt{2}-2}{2}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 26. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

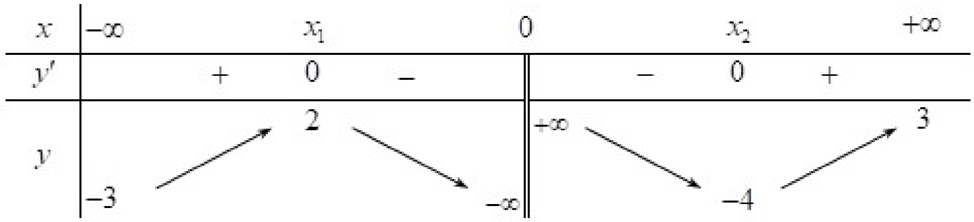
C. $\int 2f(x)\mathrm{d}x=2\int f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 27. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

A. $P=8$. **B.** $P=10$ **C.** $P=4$. **D.** $P=6$.

Câu 28. Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $-3<m<2$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-4<m<3$.

Câu 30. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=(1+2i)z_1-\dfrac{3}{2}i$?

A. $M(3;2)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $M(-2;1)$. **D.** $M(3;-2)$.

Câu 31. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $3x-2y+2z+6=0$. **B.** $x+y+z+1=0$.

C. $x-2y-z-3=0$. **D.** $2x+2y-z-1=0$.

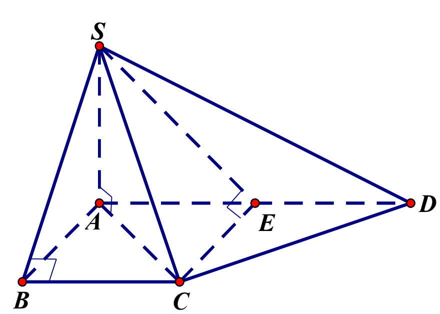
Câu 32. Cho hai số thực x, y thoả mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó giá trị của x và y là:

A. $x=3$, $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=3$, $y=2$. **C.** $x=3i$, $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=3$, $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-15}{1}=\dfrac{y-22}{2}=\dfrac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

A. $\dfrac{8+30\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{12+9\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA\perp(ABCD)$, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E.



A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục, luôn dương trên $\left[0;3\right]$ và thỏa mãn $I=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int\limits_0^3\left(e^{1+\ln\left(f(x)\right)}+4\right)\mathrm{d}x$ là:

A. $3\mathrm{e}+14$. **B.** $14+3\mathrm{e}$. **C.** $4+12\mathrm{e}$. **D.** $12+4\mathrm{e}$.

Câu 36. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $1<x<\sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\log_x y-1\right)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

A. 30 **B.** 18. **C.** 9. **D.** 27.

Câu 37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-2x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16 **B.** 18 **C.** 15. **D.** 17.

Câu 38. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

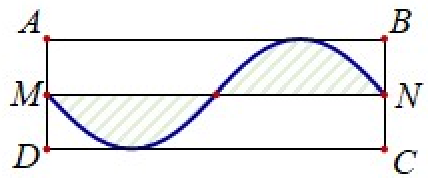
A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** 10^2. **D.** A_{10}^8.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H\left(2;2;1\right)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là

A. $d:\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z-6}{2}$. **B.** $d:\frac{x-\frac{8}{3}}{1}=\frac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d:\frac{x+\frac{4}{9}}{1}=\frac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\frac{z-\frac{19}{9}}{2}$. **D.** $d:\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 40. Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình $\sin$. Biết $AB=2\pi\left(m\right)$, $AD=2\left(m\right)$. Tính diện tích phần còn lại.



A. $4\pi-1$. **B.** $4\left(\pi-1\right)$. **C.** $4\pi-2$. **D.** $4\pi-3$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2;\,2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng (Oxz), điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C.

A. $N\left(\frac{-3}{4};\,0;\,\frac{-1}{2}\right)$. **B.** $P\left(\frac{3}{4};\,0;\,\frac{-1}{2}\right)$. **C.** $Q\left(\frac{-3}{4};\,0;\,\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{4};\,0;\,\frac{1}{2}\right)$.

Câu 42. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC).

A. 45°. **B.** 90°.
C. 60°. **D.** 30°.

Câu 43. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-4}{x-1}$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u} = (4;-1;3)$. **B.** $\vec{u} = (4;0;-1)$. **C.** $\vec{u} = (4;1;3)$. **D.** $\vec{u} = (4;1;-1)$.

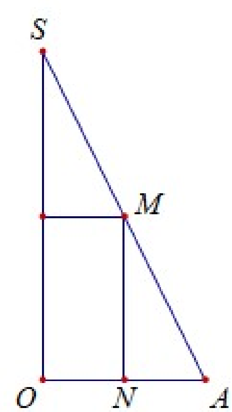
Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C. Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 3$. **B.** $6x + 3y - 2z - 6 = 0$.
C. $x + 2y + 3z - 14 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 11 = 0$.

Câu 46. Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là:

A. $x > \frac{10}{3}$. **B.** $x > 3$. **C.** $\frac{1}{3} < x < 3$. **D.** $x < 3$.

Câu 47. Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN \,//\, SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO = h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.



A. $MN = \frac{h}{3}$. **B.** $MN = \frac{h}{4}$.
C. $MN = \frac{h}{6}$. **D.** $MN = \frac{h}{2}$.

Câu 48. Biết $\int_0^4 x\ln(x^2+9)\,\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=11$. **D.** $T=10$.

Câu 49. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

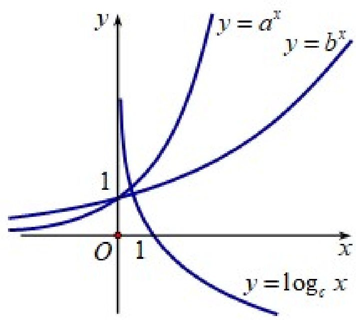
A. $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT – ĐỀ THI THỬ SỐ 1

Câu 1. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=\log_c x$.

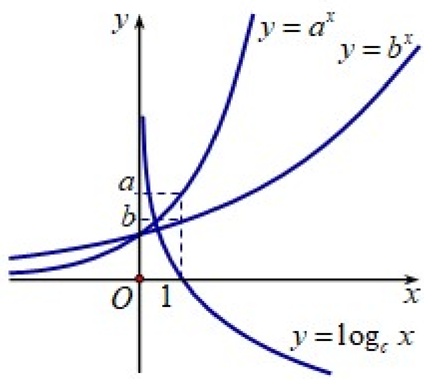


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c<b<a$. **B.** $a<c<b$. **C.** $c<a<b$. **D.** $a<b<c$.

Lời giải

Chọn A



Vì hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến nên $0<c<1$, các hàm số $y=a^x, y=b^x$ đồng biến nên $a>1; b>1$ nên c là số nhỏ nhất trong ba số.

Đường thẳng $x=1$ cắt hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là a và b, dễ thấy $a>b$. Vậy $c<b<a$

Câu 2. Số nghiệm thực của phương trình $4^x-2^{x+2}+3=0$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

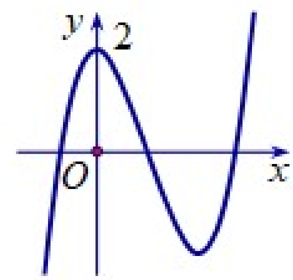
Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x, t>0$ ta được phương trình $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$

Với $2^x=1 \Leftrightarrow x=0$ và với $2^x=3 \Leftrightarrow x=\log_2 3$.

Câu 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

C. $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^3+2$.

Lời giải

Chọn A

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm đa thức bậc 3 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$. Do đó, chỉ có đồ thị ở đáp án A là thỏa mãn.

Câu 4. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$. Tính $k+l$.

A. $k+l=3$. **B.** $k+l=4$. **C.** $k+l=5$. **D.** $k+l=2$.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình $f(x)=2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

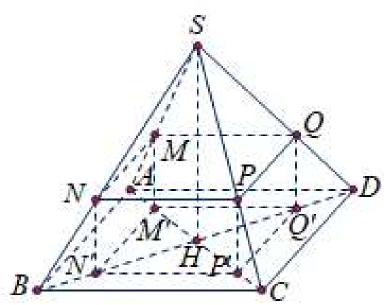
Mặt khác, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-2018}=-\dfrac{1}{2019}$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2019}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-2018}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$.

Vậy $k+l=5$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

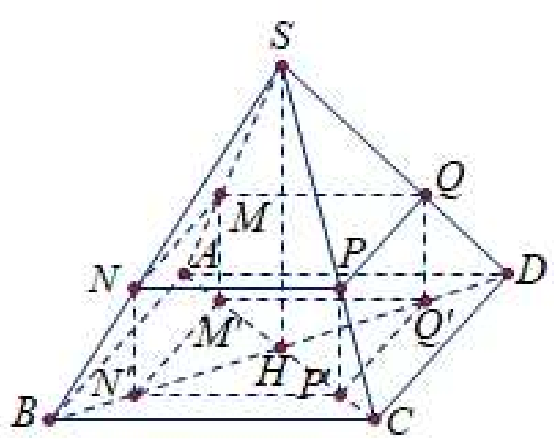


A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\dfrac{SM}{SA}=k$ với $k\in[0;1]$.



Xét tam giác SAB có $MN\,//\,AB$ nên

$\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{SM}{SA}=k\Rightarrow MN=k.AB$

Xét tam giác SAD có $MQ\,//\,AD$ nên

$\dfrac{MQ}{AD}=\dfrac{SM}{SA}=k\Rightarrow MQ=k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét tam giác SAH có:

$MM' \,//\, SH$ nên $\dfrac{MM'}{SH}=\dfrac{AM}{SA}=\dfrac{SA-SM}{SA}=1-\dfrac{SM}{SA}=1-k \Rightarrow MM'=(1-k).SH$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=MN.MQ.MM'=AB.AD.SH.k^2.(1-k)$.

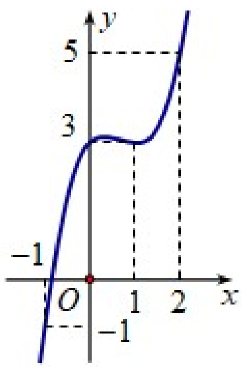
Mà $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=3.V_{S.ABCD}.k^2.(1-k)$.

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1-k)$ lớn nhất.

Ta có $k^2.(k-1)=\dfrac{2(1-k).k.k}{2}\le\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-2k+k+k}{3}\right)^3=\dfrac{4}{27}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k)=k \Leftrightarrow k=\dfrac{2}{3}$. Vậy $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình 2 dưới đây.



Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $g(-1)=g(1)$.

B. $g(1)=g(2)$.

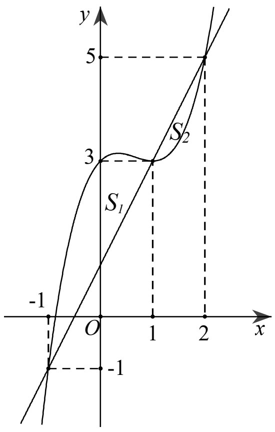
C. $g(1)>g(2)$.

D. $g(-1)>g(1)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $h(x)=f'(x)-(2x+1)$. Khi đó hàm số $h(x)$ liên tục trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và có $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=h(x)$.



Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$$S_1=\int_{-1}^{1}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left[f'(x)-(2x+1)\right]\mathrm{d}x=g(x)\Big|_{-1}^{1}=g(1)-g(-1).$$

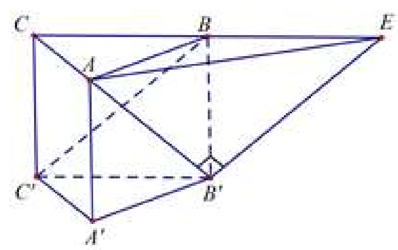
Vì $S_1>0$ nên $g(1)>g(-1)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$$S_2=\int_{1}^{2}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int_{1}^{2}\left[(2x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-g(x)\Big|_{1}^{2}=g(1)-g(2).$$

Vì $S_2>0$ nên $g(1)>g(2)$.

Câu 7. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V=\dfrac{7a^3}{8}$.

B. $V=a^3\sqrt{6}$.

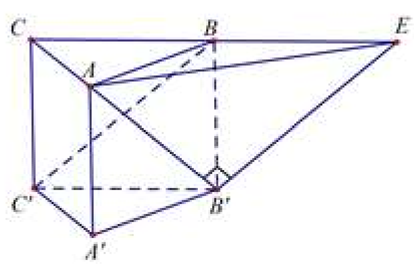
C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B. Khi đó tam giác ACE vuông tại A.



$\Rightarrow AE=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Mặt khác, ta có $BC'=B'E=AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B'.

$\Rightarrow AB'=\dfrac{AE}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra: $AA' = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 8. Cho hàm số $f\left(x\right) = \left|x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[0;2\right]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $\left[-3;3\right]$ sao cho $M \le 2m$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g\left(x\right) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$.

$g'\left(x\right) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$; $g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	a	$\nearrow$	$a+1$	$\searrow$	a

Do $2m \ge M > 0$ nên $m > 0$ suy ra $g\left(x\right) \ne 0\ \forall x \in \left[0;2\right]$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a+1 < 0 \\ a > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < -1 \\ a > 0 \end{array}\right.$.

Nếu $a < -1$ thì $M = -a$, $m = -a - 1 \Rightarrow 2\left(-a-1\right) \ge -a \Leftrightarrow a \le -2$.

Nếu $a > 0$ thì $M = a + 1$, $m = a \Rightarrow 2a \ge a + 1 \Leftrightarrow a \ge 1$.

Do đó $a \le -2$ hoặc $a \ge 1$, do a nguyên và thuộc đoạn $\left[-3;3\right]$ nên $a \in \left\{-3;-2;1;2;3\right\}$.

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\left(-1;2;-3\right)$. **B.** $\left(-3;2;-1\right)$. **C.** $\left(2;-3;-1\right)$. **D.** $\left(2;-1;-3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB.

A. $(x+10)^2+(y-17)^2+(z-7)^2=8$.

B. $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

C. $(x-10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

D. $(x+10)^2+(y+17)^2+(z+7)^2=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB = 2\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB : $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ trên $(0;3)$ là

A. -61. **B.** 3. **C.** 61. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -4x^3+4x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;3) \\ x=1\in(0;3) \\ x=-1\notin(0;3) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow y(0)=2;\ y(1)=3;\ y(3)=-61$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 12. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d

A. $d=\dfrac{3}{11}$. **B.** $d=\dfrac{11}{3}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn B

$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.

Câu 13. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $\left|\bar{z} + 2 - i\right| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(2;-1)$; $R = 4$.
B. $I(2;-1)$; $I(2;-1)$.
C. $I(-2;-1)$; $R = 4$.
D. $I(-2;-1)$; $R = 2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z = x + iy \, (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có:

$\left|\bar{z} + 2 - i\right| = 4 \Leftrightarrow \left|(x+2) + (-y-1)i\right| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $\left|\bar{z} + 2 - i\right| = 4$ là đường tròn có tâm $I(-2;-1)$ và có bán kính $R = 4$.

Câu 14. Cho số phức z. Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng (Oxy) biểu diễn các số phức z và $(1+i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $|z| = 4$.
B. $|z| = 4\sqrt{2}$.
C. $|z| = 2$.
D. $|z| = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

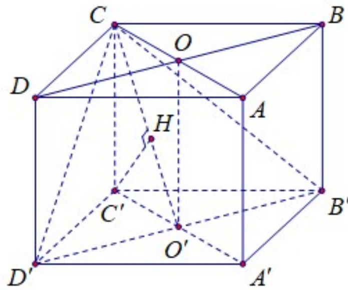
Chọn A

Ta có $OA = |z|$, $OB = |(1+i)z| = \sqrt{2}|z|$, $AB = |(1+i)z - z| = |iz| = |z|$.

Suy ra ΔOAB vuông cân tại A ($OA = AB$ và $OA^2 + AB^2 = OB^2$)

Ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA.AB = \frac{1}{2}|z|^2 = 8 \Leftrightarrow |z| = 4$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'.



A. $2a$.
B. $a\sqrt{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.
D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $O,\ O'$ lần lượt là tâm của hai mặt đáy.Khi đó tứ giác $COO'C'$ là hình bình hành và $C'O'=\dfrac{AC}{2}=a$

Do $BD\,//\,B'D'\Rightarrow BD\,//\left(CB'D'\right)$ nên $d\left(BD;CD'\right)=d\left(O;\left(CB'D'\right)\right)=d\left(C';\left(CB'D'\right)\right)$.

Ta có: $\begin{cases}B'D'\perp A'C'\\B'D'\perp CC'\end{cases}\Rightarrow B'D'\perp\left(COO'C'\right)\Rightarrow\left(CB'D'\right)\perp\left(COO'C'\right)$

Lại có $\left(CB'D'\right)\cap\left(COO'C'\right)=CO'$.

Trong $\Delta CC'O'$ hạ $C'H\perp CO'\Rightarrow C'H\perp\left(CB'D'\right)\Rightarrow d\left(BD;CD'\right)=C'H$

Khi đó: $\dfrac{1}{C'H^2}=\dfrac{1}{CC'^2}+\dfrac{1}{C'O'^2}=\dfrac{1}{(2a)^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{5}{4a^2}\Rightarrow C'H=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 16. Cho $f\left(x\right)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f\left(f\left(x\right)+1\right)+1}=f\left(x\right)+2$ có số nghiệm thực là

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=f\left(x\right)+1\Rightarrow t=x^3-3x^2-6x+2$.

Khi đó $\sqrt{f\left(f\left(x\right)+1\right)+1}=f\left(x\right)+2$ trở thành:

$$\sqrt{f\left(t\right)+1}=t+1\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge-1\\f\left(t\right)+1=t^2+2t+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge-1\\t^3-4t^2-8t+1=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge-1\\\left[\begin{array}{l}t=t_1\in\left(-2;-1\right)\\t=t_2\in\left(-1;1\right)\\t=t_3\in\left(1;6\right)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_2\in\left(-1;1\right)\\t=t_3\in\left(5;6\right)\end{array}\right..$$

Vì $g\left(t\right)=t^3-4t^2-8t+1$; $g\left(-2\right)=-7$; $g\left(-1\right)=4$; $g\left(1\right)=-10$; $g\left(5\right)=-14$; $g\left(6\right)=25$.

Xét $t=x^3-3x^2-6x+2$

Ta có

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-7+6\sqrt{3}$	$\searrow$	$-7-6\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t = t_2 \in (-1;1)$, ta có d cắt tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t = t_3 \in (5;6)$, ta có d cắt tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 17. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V = 8\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 4\pi$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi .2^2.2 = 8\pi$.

Câu 18. Giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1 + x_2 = 3$ là

A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1.t_2 = 2^{x_1}.2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8$.

Khi đó phương trình (1) có: $\begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = 2m > 0 \\ P = 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 19. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\dfrac{1}{341}$. **B.** $\dfrac{1}{385}$. **C.** $\dfrac{1}{261}$. **D.** $\dfrac{3}{899}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 4 đỉnh trong 32 đỉnh để tạo thành tứ giác, $|\Omega| = C_{32}^4$.

Gọi A là biến cố "chọn được hình chữ nhật".

Để chọn được hình chữ nhật cần chọn 2 trong 16 đường chéo đi qua tâm của đa giác, do đó số phần tử của A là C_{16}^2.

Xác suất biến cố A là $P(A) = \dfrac{C_{16}^2}{C_{32}^4} = \dfrac{3}{899}$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. $-2 \le m \le 2$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $-2 < m \le -1$. **D.** $-2 \le m \le -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có $y' = \dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$

$\Leftrightarrow y' < 0,\ \forall x \in (-\infty;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 1 \le -m \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le -1$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \ln\left(e^x + m^2\right)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \dfrac{1}{2}$.

A. $m = \pm\sqrt{e}.$ **B.** $m = -e.$ **C.** $m = \dfrac{1}{e}.$ **D.** $m = e.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{e^x}{e^x + m^2} \Rightarrow y'(1) = \dfrac{e}{e+m^2}$.

Khi đó $y'(1) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{e}{e+m^2} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2e = e + m^2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{e}$.

Câu 22. Kết quả của $I = \int xe^x \mathrm{d}x$ là

A. $I = \dfrac{x^2}{2}e^x + C$. **B.** $I = \dfrac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.

C. $I = xe^x - e^x + C$. D. $I = e^x + xe^x + C$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Sử dụng tích phân từng phần ta có

$$I = \int xe^x \mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}e^x = xe^x - \int e^x \mathrm{d}x = xe^x - e^x + C.$$

Cách 2: Ta có $I' = \left(xe^x - e^x + C\right)' = e^x + xe^x - e^x = xe^x$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↘		↗	

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(|x|)$:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(\|x\|)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là 3.

Câu 24. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases}|z-3-2i|\le 1\\ |w+1+2i|\le|w-2-i|\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=|z-w|$.

A. $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $P_{\min}=\sqrt{2}+1$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{5\sqrt{2}-2}{2}$.

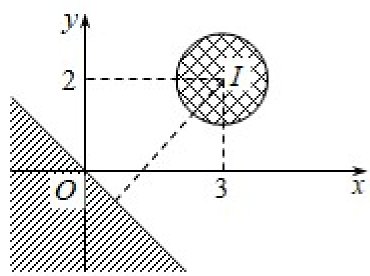
Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=a+bi$; $w=x+yi$ $(a,b,x,y\in\mathbb{R})$. Ta có

$|z-3-2i|\le 1\Leftrightarrow(a-3)^2+(b-2)^2\le 1$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là hình tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R=1$.

$|w+1+2i|\le|w-2-i|\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+2)^2\le(x-2)^2+(y-1)^2\Leftrightarrow x+y\le 0$. Suy ra tập hợp điểm N biểu diễn số phức w là nửa mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ không chứa I



Ta có $d(I,\Delta)=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Gọi H là hình chiếu của I trên Δ.

Khi đó $|z-w|=MN\ge d(I,\Delta)-R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$. Suy ra $P_{\min}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy tập xác định: $D=(1;+\infty)$.

Câu 26. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int 2f(x)\mathrm{d}x=2\int f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Nguyên hàm không có tính chất nguyên hàm của tích bằng tích các nguyên hàm.

Hoặc B, C, D đúng do đó là các tính chất cơ bản của nguyên hàm nên A sai.

Câu 27. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

A. $P=8$. **B.** $P=10$ **C.** $P=4$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn C

$2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$.

$\Leftrightarrow 2\left(y^3-3y^2+3y-1\right)+\left(y-1\right)=2\left(1-x\right)\sqrt{1-x}+3\sqrt{1-x}-2\sqrt{1-x}$.

$\Leftrightarrow 2\left(y-1\right)^3+\left(y-1\right)=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$ trên $[0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=6t^2+1>0$ với $\forall t\ge 0\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow y=1+\sqrt{1-x}$.

$\Rightarrow P=x+2y=x+2+2\sqrt{1-x}$ với $(x\le 1)$.

Xét hàm số $g(x)=2+x+2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty;1]$.

Ta có: $g'(x)=1-\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}=\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}}$. $g'(x)=0\Rightarrow x=0$.

Bảng biến thiên $g(x)$:

x	$-\infty$		0		1
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max\limits_{(-\infty;1]} g(x) = 4$.

Câu 28. Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

Lời giải

Chọn A

A. $y = \dfrac{x-2}{x-1}$. B. $y = x^5 + x^3 - 10$. C. $y = x^3 + 1$. D. $y = x + 1$.

Vì hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3

Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $-3 < m < 2$. B. $-3 < m < 3$. C. $-4 < m < 2$. D. $-4 < m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $-3 < m < 2$.

Câu 30. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = (1+2i)z_1 - \dfrac{3}{2}i$?

A. $M(3;2)$. B. $M(2;1)$. C. $M(-2;1)$. D. $M(3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4z^2-16z+17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=2-\dfrac{1}{2}i\\ z_2=2+\dfrac{1}{2}i\end{array}\right.$.

Khi đó: $w=(1+2i)z_1-\dfrac{3}{2}i=(1+2i)\left(2-\dfrac{1}{2}i\right)-\dfrac{3}{2}i=3+2i\Rightarrow$ tọa độ điểm biểu diễn số phức w là: $M(3;2)$.

Câu 31. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $3x-2y+2z+6=0$.
B. $x+y+z+1=0$.
C. $x-2y-z-3=0$.
D. $2x+2y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn: $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-3}=1\Leftrightarrow-3x+2y-2z-6=0$.

Câu 32. Cho hai số thực x, y thoả mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó giá trị của x và y là:

A. $x=3,\ y=-\dfrac{1}{2}$.
B. $x=3,\ y=2$.
C. $x=3i,\ y=\dfrac{1}{2}$.
D. $x=3,\ y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Từ $x+2i=3+4yi\Rightarrow\begin{cases}x=3\\2=4y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

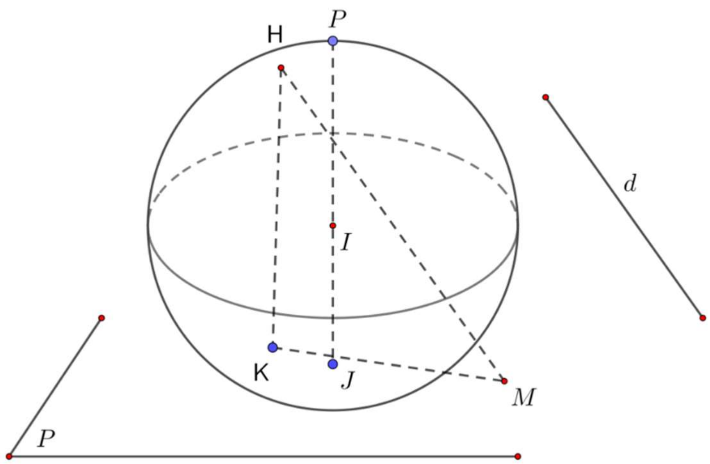
Vậy $x=3,\ y=\dfrac{1}{3}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-15}{1}=\dfrac{y-22}{2}=\dfrac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

A. $\dfrac{8+30\sqrt{3}}{9}$. B. $\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$. C. $\dfrac{12+9\sqrt{3}}{5}$. D. $\dfrac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH\perp AB$ và $IH=3$ nên H thuộc mặt cầu (S') tâm I bán kính $R'=3$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, M nằm trên mặt phẳng (P).

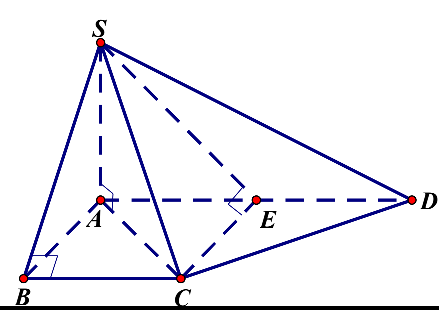
Mặt khác ta có $d(I;(P))=\dfrac{4}{\sqrt{3}}<R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) và $\sin(d;(P))=\sin\alpha=\dfrac{5}{3\sqrt{3}}$. Gọi K là hình chiếu của H lên (P) thì $HK=HM.\sin\alpha$.

Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì HK lớn nhất

$\Leftrightarrow HK$ đi qua I nên $HK_{\max}=R'+d(I;(P))=3+\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $AA'+BB'$ lớn nhất bằng $2\left(\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right).\dfrac{3\sqrt{3}}{5}=\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA\perp(ABCD)$, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E.

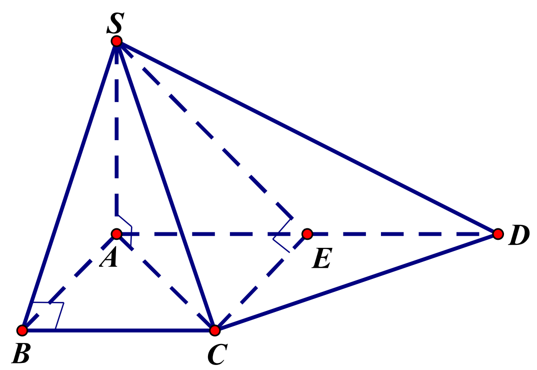


A. a. B. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.   **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



* Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90°$.

* Do $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \widehat{SBC} = 90°$.

* Do $CE // AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SE \Rightarrow \widehat{SEC} = 90°$.

Suy ra các điểm A, B, E cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là mặt cầu đường kính SC.

Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là: $R = \frac{SC}{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ $\Rightarrow SC = AC\sqrt{2} = 2a$

$\Rightarrow R = \frac{SC}{2} = a$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;3]$ và thỏa mãn $I = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Khi đó giá trị của tích phân $K = \int_0^3 \left(e^{1+\ln(f(x))} + 4\right)\mathrm{d}x$ là:

A. $3\mathrm{e} + 14$.   **B.** $14 + 3\mathrm{e}$.   **C.** $4 + 12\mathrm{e}$.   **D.** $12 + 4\mathrm{e}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $K = \int_0^3 \left(\mathrm{e}^{1+\ln(f(x))} + 4\right)\mathrm{d}x = \int_0^3 \mathrm{e}^{1+\ln(f(x))}\mathrm{d}x + \int_0^3 4\mathrm{d}x = \mathrm{e}.\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 4\mathrm{d}x = 4\mathrm{e} + 4x\Big|_0^3 = 4\mathrm{e} + 12$.

Vậy $K = 4\mathrm{e} + 12$.

Câu 36. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $1<x<\sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\log_x y-1\right)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

A. 30　　B. 18.　　C. 9.　　D. 27.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{1}{2}\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{y}{x}\right)=\frac{1}{2}.\frac{\log_x y-1}{\frac{1}{2}\log_x y-1}=\frac{\log_x y-1}{\log_x y-2}=\frac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}$.

Suy ra $P=\left(2\log_x\sqrt{y}-1\right)^2+8\left(\frac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}\right)^2$.

Đặt $t=2\log_x\sqrt{y}$, do $1<x<\sqrt{y}\Leftrightarrow\log_x 1<\log_x x<\log_x\sqrt{y}\Rightarrow t>2$.

Ta có hàm số $f(t)=(t-1)^2+8.\left(\frac{t-1}{t-2}\right)^2$ với $t>2$.

$f'(t)=\frac{2(t-1)(t-4)\left(t^2-2t+4\right)}{(t-2)^3}$; $f'(t)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên trên $(2;+\infty)$ ta được

t	2		4		$+\infty$
$f'(t)$	||	$-$	0	$+$	
$f(t)$	|| $+\infty$	$\searrow$	27	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\log_x y-1\right)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$ là 27 đạt được khi $t=4\Leftrightarrow 2\log_x\sqrt{y}=4\Leftrightarrow\sqrt{y}=x^2\Leftrightarrow y=x^4$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16　　B. 18　　C. 15.　　D. 17.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x^2-8x+m\right)$

$$f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-2x\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=\left(2x-8\right)\left(x^2-8x+m-1\right)^2\left(x^2-8x+m\right)\left(x^2-8x+m-2\right)$$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=4 & \\ x^2-8x+m-1=0 & (1)\\ x^2-8x+m=0 & (2)\\ x^2-8x+m-2=0 & (3)\end{array}\right.$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $\left(x^2-8x+m-1\right)^2\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra $g\left(x\right)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_2=16-m>0\\ \Delta_3=16-m+2>0\\ 16-32+m\neq 0\\ 16-32+m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\ m<18\\ m\neq 16\\ m\neq 18\end{cases}\Leftrightarrow m<16.$$

Vì m nguyên dương và $m<16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 38. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** 10^2. **D.** A_{10}^8.

Lời giải

Chọn B

Số tập con gồm 2 phần tử của M là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M. Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^2.

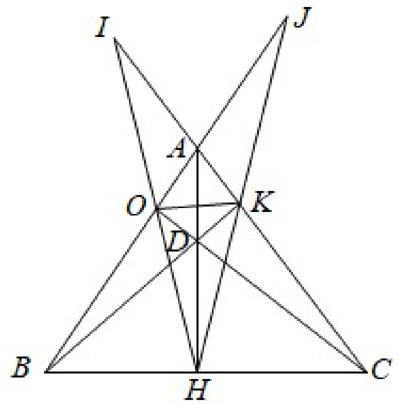
Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H\left(2;2;1\right)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là

A. $d:\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z-6}{2}$. **B.** $d:\frac{x-\frac{8}{3}}{1}=\frac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+\dfrac{4}{9}}{1}=\dfrac{y-\dfrac{17}{9}}{-2}=\dfrac{z-\dfrac{19}{9}}{2}$.   **D.** $d:\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{OKB}=\widehat{OCB}$ (1)

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OCB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OKB}$. Do đó BK là đường phân giác trong của góc $\widehat{OKH}$ và AC là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$.

Tương tự ta chứng minh được OC là đường phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$ và AB là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{KOH}$.

Ta có $OK=4$; $OH=3$; $KH=5$.

Gọi I, J lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$ và $\widehat{KOH}$.

Ta có $I=AC\cap HO$ ta có $\dfrac{IO}{IH}=\dfrac{KO}{KH}=\dfrac{4}{5}\Rightarrow\overrightarrow{IO}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{IH}\Rightarrow I\left(-8;-8;-4\right)$.

Ta có $J=AB\cap KH$ ta có $\dfrac{JK}{JH}=\dfrac{OK}{OH}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{JK}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{JH}\Rightarrow J\left(16;4;-4\right)$.

Đường thẳng IK qua I nhận $\overrightarrow{IK}=\left(\dfrac{16}{3};\dfrac{28}{3};\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{4}{3}\left(4;7;5\right)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình

$$\left(IK\right):\begin{cases}x=-8+4t\\y=-8+7t\\z=-4+5t\end{cases}.$$

Đường thẳng OJ qua O nhận $\overrightarrow{OJ}=(16;4;-4)=4(4;1;-1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình

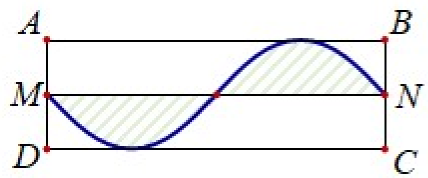
$$(OJ):\begin{cases}x=4t'\\y=t'\\z=-t'\end{cases}.$$

Khi đó $A=IK\cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4;-1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(4;7;5)$ và $\overrightarrow{IJ}=(24;12;0)$, ta tính $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}\right]=(-60;120;-120)=-60(1;-2;2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên có phương trình $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 40. Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình $\sin$. Biết $AB=2\pi(m)$, $AD=2(m)$. Tính diện tích phần còn lại.

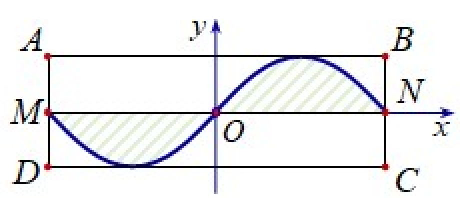


A. $4\pi-1$. **B.** $4(\pi-1)$. **C.** $4\pi-2$. **D.** $4\pi-3$.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ tọa độ Oxy. Khi đó



Diện tích hình chữ nhật là $S_1=4\pi$.

Diện tích phần đất được tô màu đen là $S_2=2\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x=4$.

Tính diện tích phần còn lại: $S=S_1-S_2=4\pi-4=4(\pi-1)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $B(-2;\,2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng (Oxz), điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C.

A. $N\left(\frac{-3}{4};\,0;\,\frac{-1}{2}\right)$. **B.** $P\left(\frac{3}{4};\,0;\,\frac{-1}{2}\right)$. **C.** $Q\left(\frac{-3}{4};\,0;\,\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{4};\,0;\,\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(2;2;2)$ và $PA=PB=PC=\frac{3\sqrt{21}}{4}$.

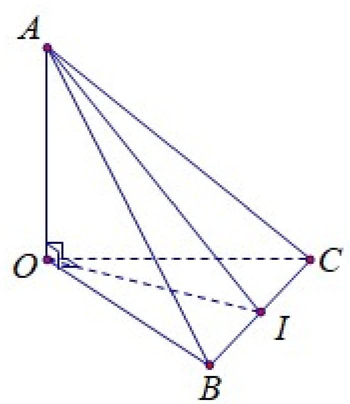
Câu 42. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB=OC=a\sqrt{6}$, $OA=a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC).

A. $45°$. **B.** $90°$.

C. $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$. Mà $OA \perp BC$ nên $AI \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases}(OBC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp AI\\ BC\perp OI\end{cases} \Rightarrow \widehat{((OBC),(ABC))}=\widehat{(OI,AI)}=\widehat{OIA}$.

Ta có: $OI=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác OAI vuông tại A có $\tan\widehat{OIA}=\frac{OA}{OI}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{OIA}=30°$.

Vậy $\widehat{\left((OBC),(ABC)\right)}=30°$.

Câu 43. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x-z+3=0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(4;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;0;-1)$. **C.** $\vec{u}=(4;1;3)$. **D.** $\vec{u}=(4;1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Do $d\perp(P)$ nên vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là vec-tơ pháp tuyến của (P).

Suy ra một một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(4;0;-1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C. Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=3$. **B.** $6x+3y-2z-6=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$. **D.** $x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq0$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì $M(1;2;3)\in(P)$ nên ta có: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$.

Điểm M là trực tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AM \perp BC \\ BM \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (1-a;2;3)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-b;c)$, $\overrightarrow{BM} = (1;2-b;3)$, $\overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -2b+3c=0 \\ -a+3c=0 \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{3}{2}c \\ a=3c \\ \dfrac{1}{3c}+\dfrac{2}{\dfrac{3}{2}c}+\dfrac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\dfrac{14}{3} \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Câu 46. Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là:

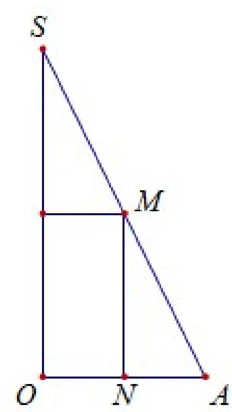
A. $x>\dfrac{10}{3}$. **B.** $x>3$. **C.** $\dfrac{1}{3}<x<3$. **D.** $x<3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>8 \Leftrightarrow x>3$.

Câu 47. Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN // SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.

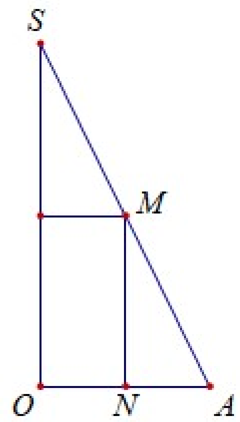


A. $MN=\dfrac{h}{3}$. **B.** $MN=\dfrac{h}{4}$.

C. $MN=\dfrac{h}{6}$. **D.** $MN=\dfrac{h}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $MN = x, (x > 0)$ và $OA = a, (a > 0)$, a là hằng số.

Ta có $\frac{MN}{SO} = \frac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \frac{MN.OA}{SO} \Rightarrow NA = \frac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \frac{xa}{h}$.

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng ON và chiều cao bằng MN.

Thể tích khối trụ là $V = \pi.ON^2.MN = \pi.x.a^2\left(\frac{h-x}{h}\right)^2 = \pi a^2 \frac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \le \frac{\pi a^2}{2h^2}\left(\frac{2h}{3}\right)^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x = h - x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

Câu 48. Biết $\int_0^4 x\ln(x^2+9)\,\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là

A. $T = 9$. **B.** $T = 8$. **C.** $T = 11$. **D.** $T = 10$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2+9) \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{2x}{(x^2+9)}\mathrm{d}x \\ v = \frac{x^2+9}{2} \end{cases}$

Suy ra $\int_0^4 x\ln(x^2+9)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2+9}{2}\ln(x^2+9)\Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2+9}{2}.\frac{2x}{x^2+9}\mathrm{d}x = 25\ln 5 - 9\ln 3 - 8$.

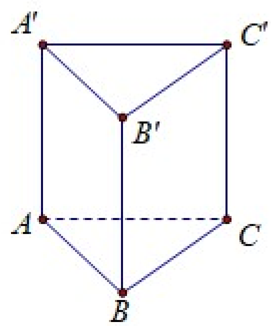
Do đó $a = 25$, $b = -9$, $c = -8$ nên $T = 8$.

Câu 49. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.3.3.\sin 60° = \frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Thử lại: với $m = 0$ thì $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(2) = 6 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.C	5.C	6.C	7.C	8.D	9.A	10.B
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.A	17.A	18.C	19.D	20.C
21.A	22.C	23.B	24.D	25.A	26.B	27.C	28.A	29.A	30.A
31.D	32.D	33.B	34.A	35.D	36.D	37.C	38.B	39.D	40.B
41.B	42.D	43.C	44.B	45.C	46.B	47.A	48.B	49.D	50.D

ĐỀ 02

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN
ÔN TẬP CUỐI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	C	D	D	B	D	C	A	D	B	B	C	C	A	D	B	D	A	B	C	B	C	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	A	D	A	A	A	B	B	A	A	B	D	A	B	D	C	C	D	A	B	B	C	B

Câu 1. Tính tích phân $\int_1^2 (2ax+b)\,dx$.

A. $a+b$. **B.** $3a+2b$. **C.** $a+2b$. **D.** $3a+b$.

Câu 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\frac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

B. $f'(x)=\frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)}$.

D. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Câu 3. Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2.

B. Cạnh đáy bằng 4, chiều cao bằng 3.

C. Cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 1.

D. Cạnh đáy bằng 3, chiều cao bằng 4.

Câu 4. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;\,3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M=f(-1)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(2)$. **D.** $M=f(0)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-3)$. **B.** $\vec{u}=(2;0;0)$. **C.** $\vec{u}=(0;1;3)$. **D.** $\vec{u}=(0;1;-3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là:

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$, $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=13$. **B.** $T=\sqrt{5}$. **C.** $T=8$. **D.** $T=62$.

Câu 8. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2-6z+5=0$. Số phức iz_0 bằng

A. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$. **B.** $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **C.** $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **D.** $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y+2z+1=0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$.Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[3;4]$ là

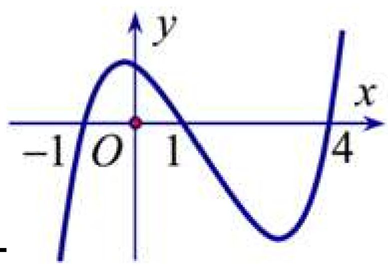
A. $-\frac{3}{2}$. **B.** -4. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** -2.

Câu 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$.

A. $\int(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+x+C$. **B.** $\int(2x+1)\mathrm{d}x=x^2+x+C$.

C. $\int(2x+1)\mathrm{d}x=2x^2+1+C$. **D.** $\int(2x+1)\mathrm{d}x=x^2+C$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 5 **B.** 3

C. 4 D. 2

Câu 13. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2018. B. 2020. C. 2019. D. 2017.

Câu 14. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a.$ Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$. D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

A. $3\ln\dfrac{5}{2}-1$ B. $2\ln\dfrac{3}{2}-1$ C. $5\ln\dfrac{3}{2}-1$ D. $3\ln\dfrac{3}{2}-1$

Câu 17. Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=\pi a^2$. B. $S_{xq}=2\pi a^2$. C. $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$. D. $S_{xq}=2a^2$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2-2i$. B. $z=-2+2i$. C. $z=2+2i$. D. $z=-2-2i$.

Câu 19. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC), $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 20. Với điều kiện $\begin{cases} ac(b^2-4ac)>0 \\ ab<0 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 21. Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-10$, $x=10$.

A. $S=\dfrac{2000}{3}$. B. $S=2008$. C. $S=\dfrac{2008}{3}$. D. 2000.

Câu 22. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ, N là điểm đối xứng của M qua Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Số phức w có điểm biểu diễn lên mặt phẳng tọa độ là N. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $w=-z$. B. $w=-\overline{z}$. C. $w=\overline{z}$. D. $|w|>|z|$.

Câu 23. Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln\left(x^2 + mx + 1\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

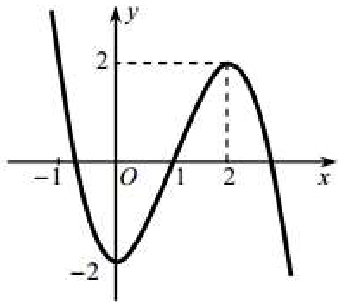
Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm phía dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thoi $ABCD$ với $A(-1;2;1), B(2;3;2)$. Tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tọa độ đỉnh D là.

A. $D(0;1;2)$. **B.** $D(2;1;0)$. **C.** $D(-2;-1;0)$. **D.** $D(0;-1;-2)$.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;\, 2)$. **B.** $(-\infty;\, 0)$. **C.** $(0;\, 2)$. **D.** $(2;\, +\infty)$.

Câu 27. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa điều kiện $\int_1^3 \left[f(x) + 3g(x)\right]\mathrm{d}x = 10$ đồng thời $\int_1^3 \left[2f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = 6$. Tính $\int_1^3 \left[f(x) + g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 29. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm 2 tiệm cận của (C) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Câu 33. Phương trình $2^{x^2-3x+2}=4$ có 2 nghiệm là x_1; x_2. Hãy tính giá trị của $T=x_1^3+x_2^3$.

A. $T=27$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=9$.

Câu 34. Bất phương trình $\log_2\frac{x^2-6x+8}{4x-1}\ge 0$ có tập nghiệm là $T=\left(\frac{1}{4};a\right]\cup[b;+\infty)$. Hỏi $M=a+b$ bằng

A. $M=9$. **B.** $M=10$. **C.** $M=12$. **D.** $M=8$.

Câu 35. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+mx-m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;10)$. **D.** $(-2+\sqrt{8};+\infty)$.

Câu 36. Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=-1$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a $(a>0)$ thỏa mãn $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^{2017}\le\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0<a\le 2017$. **B.** $1<a<2017$. **C.** $a\ge 2017$. **D.** $0<a<1$.

Câu 38. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\overline{z}-i)$ là số thực.

A. $z=2-i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=1+2i$. **D.** $z=-1-2i$.

Câu 39. Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 40. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d, $n \geq 2.$?

A. $u_n = u_1 + (n-1)d$. **B.** $u_n = u_1 + (n+1)d$.

C. $u_n = u_1 - (n-1)d$. **D.** $u_n = u_1 + d$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i;\ z_2 = \omega + 9i;\ z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a+b+c|$..

A. $P = 36$. **B.** $P = 136$. **C.** $P = 208$. **D.** $P = 84$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

Câu 43. Cho $A(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Viết phương trình tham số đường thẳng d đi qua A, vuông góc với (P).

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;1;-4)$ và $B(1;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 56$. **B.** $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 14$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 14$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $AD = 5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA. Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V = \dfrac{120a^3}{27}$. **B.** $V = \dfrac{10a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{80a^3}{7}$. **D.** $V = \dfrac{20a^3}{27}$.

Câu 46. Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 47. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 48. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là:

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;2)$. **C.** $D=(-\infty;2]$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 49. Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại hai điểm A và B khi đó độ dài đoạn AB bằng?

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↘	$f(x_1)$	↗	$f(x_2)$	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b<0, c>0$. **B.** $b>0, c<0$. **C.** $b>0, c>0$. **D.** $b<0, c<0$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính tích phân $\int\limits_1^2 (2ax+b)\,\mathrm{d}x$.

A. $a+b$. **B.** $3a+2b$. **C.** $a+2b$. **D.** $3a+b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 (2ax+b)\,\mathrm{d}x = (ax^2+bx)\Big|_1^2 = 4a+2b-(a+b) = 3a+b$.

Câu 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\frac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

B. $f'(x)=\frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)}$.

D. $f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\log_2(3x-1) \Rightarrow f'(x)=\frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

Câu 3. Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2.

B. Cạnh đáy bằng 4, chiều cao bằng 3.

C. Cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 1.

D. Cạnh đáy bằng 3, chiều cao bằng 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là cạnh của đáy hộp.

h là chiều cao của hộp.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ.

Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với S.

Ta có: $S(x)=x^2+4xh(1)$;$V=x^2h=4 => h=4/x^2(2)$..

Từ (1) và (2), ta có $S(x)= x^2+\frac{16}{x}$.

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x=2$.

Câu 4. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1;\,3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M = f(-1)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2;1;-3)$. **B.** $\vec{u} = (2;0;0)$. **C.** $\vec{u} = (0;1;3)$. **D.** $\vec{u} = (0;1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d cắt mặt phẳng (Oyz) tại $M \Rightarrow M\left(0;\frac{5}{2};-\frac{7}{2}\right)$, chọn $A(-3;1;1) \in d$ và gọi B là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow B(0;1;1)$.

Lại có $\overrightarrow{BM} = \left(0;\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$. Khi đó, vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm sẽ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{BM}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là:

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$ $\forall x \neq 2$. Gọi I là giao của hai tiệm cận $\Rightarrow I(2;1)$.

Gọi $M(x_0;y_0) = M\left(x_0;\frac{x_0+1}{x_0-2}\right) \in (C)$.

Khi đó tiếp tuyến tại $M\left(x_0;y_0\right)$ có phương trình:

$\Delta: y=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{-3}{\left(x_0-2\right)^2}\left(x-x_0\right)+\dfrac{x_0+1}{x_0-2} \Leftrightarrow \dfrac{-3}{\left(x_0-2\right)^2}.x-y+\dfrac{3x_0}{\left(x_0-2\right)^2}+\dfrac{x_0+1}{x_0-2}=0$.

Khi đó ta có: $d\left(I;\Delta\right)=\dfrac{\left|\dfrac{-6}{\left(x_0-2\right)^2}-1+\dfrac{3x_0}{\left(x_0-2\right)^2}+\dfrac{x_0+1}{x_0-2}\right|}{\sqrt{1+\dfrac{9}{\left(x_0-2\right)^4}}}$.

$\Leftrightarrow d\left(I;\Delta\right)=\dfrac{\left|6x_0-12\right|}{\sqrt{\left(x_0-2\right)^4+9}}$.

Áp dụng BĐT: $a^2+b^2\ge 2ab \quad \forall a,b$.

Tacó: $9+\left(x_0-2\right)^4\ge 2.3.\left(x_0-2\right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{9+\left(x_0-2\right)^4}\ge\sqrt{6\left(x_0-2\right)^2}$

$\Rightarrow d\left(I;\Delta\right)=\dfrac{\left|6x_0-12\right|}{\sqrt{\left(x_0-2\right)^4+9}}\le\dfrac{\left|6x_0-12\right|}{\sqrt{6\left(x_0-2\right)^2}}=\sqrt{6}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$, $A\left(2;1;4\right)$. Gọi $H\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=13$. **B.** $T=\sqrt{5}$. **C.** $T=8$. **D.** $T=62$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1+2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

$H\in d\Rightarrow H\left(1+t;2+t;1+2t\right)$.

Độ dài $AH=\sqrt{\left(t-1\right)^2+\left(t+1\right)^2+\left(2t-3\right)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6\left(t-1\right)^2+5}\ge\sqrt{5}$.

Độ dài AH nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $t=1\Rightarrow H\left(2;3;3\right)$.

Vậy $a=2$, $b=3$, $c=3\Rightarrow a^3+b^3+c^3=62$.

Câu 8. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2-6z+5=0$. Số phức iz_0 bằng

A. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$. **B.** $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **C.** $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **D.** $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2z^2-6z+5=0 \Leftrightarrow 4z^2-12z+10=0 \Leftrightarrow (2z-3)^2=-1=i^2 \Leftrightarrow z=\frac{3\pm i}{2}$

$\Rightarrow z_0=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y+2z+1=0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-2}$ đi qua $M(2;1;0)$ và có $vtcp:\vec{u}=(1;1;-2)$.

$(\beta):x+y+2z+1=0$ có $vtpt:\vec{n}=(1;1;2)$.

$$(\alpha):\begin{cases}\text{đi qua } M\\ vtpt\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(4;-4;0)=4(1;-1;0)\end{cases}.$$

Phương trình $(\alpha):(x-2)-(y-1)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

Gọi (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β). Ta có:

$$(d):\begin{cases}\text{đi qua } N(0;-1;0)\\ vtcp\left[\vec{n},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(2;2;-2)=2(1;1;-1)\end{cases}.$$

Phương trình $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$.Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[3;4]$ là

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** -4. **C.** $-\frac{5}{2}$ **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

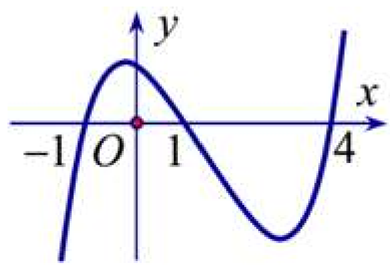
A. $\int(2x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.
B. $\int(2x+1)dx = x^2 + x + C$.
C. $\int(2x+1)dx = 2x^2 + 1 + C$.
D. $\int(2x+1)dx = x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int(2x+1)dx = x^2 + x + C$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến.



A. 5 **B.** 3
C. 4 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \left[f(x^2)\right]' = 2x.f'(x^2)$

Hàm số nghịch biến

$$\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x > 0\\ f'(x^2) < 0\end{cases}\\ \begin{cases}x < 0\\ f'(x^2) > 0\end{cases}\end{array}\right. \xleftrightarrow{\text{theo dt } f'(x)} \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x > 0\\ x^2 < -1 \vee 1 < x^2 < 4\end{cases}\\ \begin{cases}x < 0\\ -1 < x^2 < 1 \vee x^2 > 4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1 < x < 2\\ x < -2 \vee -1 < x < 0\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y = f(x^2)$ có 3 khoảng nghịch biến.

Câu 13. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức $(a+b)^n$ thì số các số hạng là $n+1$ nên trong khai triển $(2x-3)^{2018}$ có 2019 số hạng.

Câu 14. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

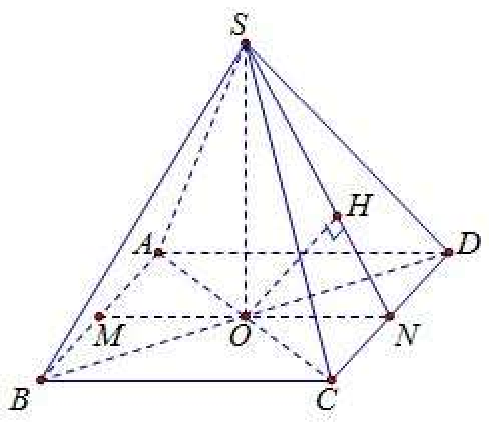
Chọn C

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{15}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD; H là hình chiếu vuông góc của O trên SN.

Vì $AB // CD$ nên $d(AB, SC) = d(AB,(SCD)) = d(M,(SCD)) = 2d(O,(SCD))$

Ta có $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH$

Khi đó $\begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O;(SCD)) = OH$.

Tam giác SON vuông tại O nên $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{ON^2} + \dfrac{1}{OS^2} = \dfrac{1}{\frac{a^2}{4}} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a}{\sqrt{5}}$

Vậy $d(AB, SC) = 2OH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

A. $3\ln\dfrac{5}{2}-1$ **B.** $2\ln\dfrac{3}{2}-1$ **C.** $5\ln\dfrac{3}{2}-1$ **D.** $3\ln\dfrac{3}{2}-1$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và trục hoành:

$\dfrac{x+1}{x-2}=0\left(x\neq 2\right)\Leftrightarrow x=-1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng:

$$\int_{-1}^{0}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{-1}^{0}\frac{x+1}{x-2}\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{3}{x-2}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(x+3\ln\left|x-2\right|\right)\Big|_{-1}^{0}\right|=\left|1+3\ln\frac{2}{3}\right|=-1-3\ln\frac{2}{3}=3\ln\frac{3}{2}-1.$$

Câu 17. Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=2a^2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều cao hình nón là h, bán kính đáy bằng a, ta có:

Độ dài đường sinh $l=\sqrt{(a\sqrt{3})^2+a^2}=2a$.

Do đó: $S_{xq}=\pi rl=\pi .a.(2a)=2\pi a^2$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2-2i$. **B.** $z=-2+2i$. **C.** $z=2+2i$. **D.** $z=-2-2i$.

Lời giải

Chọn D

$z=z_1+z_2=2+3i-4-5i=-2-2i$.

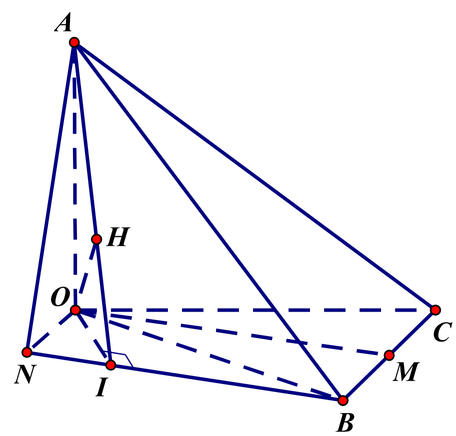
Câu 19. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng $\left(OBC\right)$, $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Trong mặt phẳng (OBC) dựng hình bình hành $OMBN$, kẻ $OI\perp BN$.



Kẻ $OH\perp AI$. Nhận xét $OM//(ABN)$ nên khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM bằng khoảng cách giữa đường thẳng OM và mặt phẳng (ABN), bằng khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABN). Suy ra $h=d\left(O,(ABN)\right)=OH$.

Tam giác OBI có $OB=a$, $\widehat{BOM}=60^{\circ}$ nên $OI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác AOI vuông tại O nên $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OI^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{3a^2}+\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow OH=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Câu 20. Với điều kiện $\begin{cases}ac\left(b^2-4ac\right)>0\\ ab<0\end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét: $ac\left(b^2-4ac\right)>0\Leftrightarrow ab^2c-4(ac)^2>0$ vì $4(ac)^2>0\Rightarrow ab^2c>4(ac)^2>0$ hay $a.c>0$.

Vì $ac\left(b^2-4ac\right)>0\Rightarrow b^2-4ac>0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $ax^4+bx^2+c=0$.

Đặt $x^2 = t;\quad (t \ge 0)$.Phương trình theo t: $at^2 + bt + c = 0$.

Ta có: $\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac > 0 \\ t_1 + t_2 = \dfrac{-b}{a} > 0 \\ t_1.t_2 = \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Phương trình hai nghiệm dương phân biệt.

$\Rightarrow ax^4 + bx^2 + c = 0$ có bốn nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

Câu 21. **Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.**

A. $S = \dfrac{2000}{3}$. **B.** $S = 2008$. **C.** $S = \dfrac{2008}{3}$. **D.** 2000.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = x^2 - 2x$ **và** $y = 0$ **là** $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Trên đoạn $[-10;10]$ **ta có**

$x^2 - 2x \ge 0$, $\forall x \in [-10;0]$ **và** $[2;10]$.

$x^2 - 2x \le 0$, $\forall x \in [0;2]$.

Do đó $S = \int\limits_{-10}^{10} \left|x^2 - 2x\right| \mathrm{d}x = \int\limits_{-10}^{0} \left(x^2 - 2x\right) \mathrm{d}x - \int\limits_{0}^{2} \left(x^2 - 2x\right) \mathrm{d}x + \int\limits_{2}^{10} \left(x^2 - 2x\right) \mathrm{d}x = \dfrac{2008}{3}$.

Câu 22. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ, N là điểm đối xứng của M qua Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Số phức w có điểm biểu diễn lên mặt phẳng tọa độ là N. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $w = -z$. **B.** $w = -\overline{z}$. **C.** $w = \overline{z}$. **D.** $|w| > |z|$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow M(x;y)$.

N là điểm đối xứng của M qua $Oy \Rightarrow N(-x;y) \Rightarrow w = -x + yi = -(x - yi) = -\overline{z}$.

Câu 23. Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln\left(x^2 + mx + 1\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \dfrac{2x+m}{x^2+mx+1} \geq 0$ với mọi $x \in (0;+\infty)$.

Xét $g(x) = x^2 + mx + 1$ có $\Delta = m^2 - 4$.

TH1: $\Delta < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ khi đó $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có $2x + m \geq 0$, $\forall x \in (0;+\infty)$

Suy ra $0 \leq m < 2$.

TH2: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{array}\right.$.

Nếu $m \leq -2$ thì $\lim\limits_{x \to 0} y' = m \leq -2$ nên không thỏa $y' = \dfrac{2x+m}{x^2+mx+1} \geq 0$ với mọi $x \in (0;+\infty)$.

Nếu $m \geq 2$ thì $2x + m > 0$ với mọi $x \in (0;+\infty)$ và $g(x)$ có 2 nghiệm âm. Do đó $g(x) > 0$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Suy ra $2 \leq m < 10$.

Vậy ta có: $0 \leq m < 10$ nên có 10 giá trị nguyên của m.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm phía dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$.

$\Delta' = 1 - m$;

hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$ (1). Mặt khác $y'' = 6x - 6$.

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4m - 3$.

Hàm số bậc ba có đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng. Do đó:

m cần tìm thoả (1) và điểm uốn nằm trên trục hoành m < 1 và $4m-3=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{4}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thoi $ABCD$ với $A(-1;2;1), B(2;3;2)$. Tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$. Tọa độ đỉnh D là.

A. $D(0;1;2)$. **B.** $D(2;1;0)$. **C.** $D(-2;-1;0)$. **D.** $D(0;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(-1-t;-t;2+t)\in d.\overrightarrow{IA}=(t;t+2;-t-1),\overrightarrow{IB}=(t+3;t+3;-t)$.

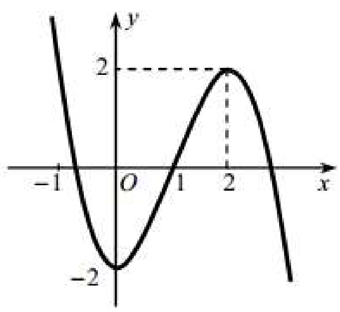
Do $ABCD$ là hình thoi nên $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0 \Leftrightarrow 3t^2+9t+6=0 \Leftrightarrow t=-2; t=-1$.

Do C đối xứng A qua I và D đối xứng B qua I nên:

+) $t=-1 \Rightarrow I(0;1;1) \Rightarrow C(1;0;1), D(-2;-1;0)$.

+) $t=-2 \Rightarrow C(3;2;-1), D(0;1;-2)$.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 27. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa điều kiện $\int_1^3 [f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=10$ đồng thời $\int_1^3 [2f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=6$. Tính $\int_1^3 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^3 [f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+3\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=10(1)$$

$$\int_1^3 [2f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=6 \Leftrightarrow 2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=6(2)$$

Giải hệ (1) và (2) ta được $\Leftrightarrow \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=4; \int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=2$ suy ra $\int_1^3 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=6$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}-\frac{1}{8}=0$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{2x-1}-\frac{1}{8}=0 \Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^{-3} \Leftrightarrow x=-1$.

Câu 29. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3+4x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên:

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm 2 tiệm cận của (C) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang $y=1$ nên $I(-1;\ 1)$.

Gọi $M_0\left(x_0;\ \dfrac{x_0+2}{x_0+1}\right)\in(C)$; $f'(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ nên phương trình tiếp tuyến của (C) là:

$$y-\frac{x_0+2}{x_0+1}=-\frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)\Leftrightarrow\frac{1}{(x_0+1)^2}x+y-\frac{x_0^2+4x_0+2}{(x_0+1)^2}=0.$$

$$d(I,\ \Delta)=\frac{\left|-\dfrac{1}{(x_0+1)^2}+1-\dfrac{x_0^2+4x_0+2}{(x_0+1)^2}\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^4}+1}}=\frac{2|x_0+1|}{\sqrt{(x_0+1)^4+1}}\le 2\sqrt{\frac{(x_0+1)^2}{2\sqrt{(x_0+1)^4}}}=\sqrt{2}.$$

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

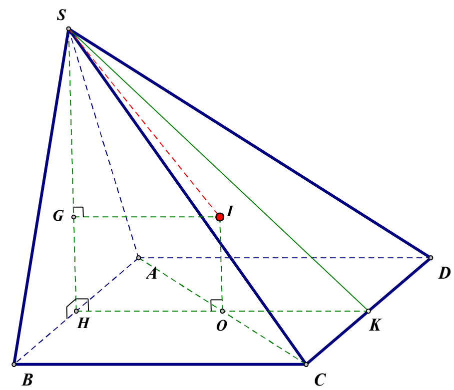
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH\perp(ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ΔSAB và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Từ G kẻ $GI\,//\,HO$ suy ra GI là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔSAB và từ O kẻ $OI\,//\,SH$ thì OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Ta có hai đường này cùng nằm trong mặt phẳng và cắt nhau tại I.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$R=SI=\sqrt{SG^2+GI^2}=\frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$ là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

Câu 33. Phương trình $2^{x^2-3x+2}=4$ có 2 nghiệm là x_1; x_2. Hãy tính giá trị của $T=x_1^3+x_2^3$.

A. $T=27$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2-3x+2}=4 \Leftrightarrow x^2-3x+2=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy $T=x_1^3+x_2^3=27$.

Câu 34. Bất phương trình $\log_2\dfrac{x^2-6x+8}{4x-1}\ge 0$ có tập nghiệm là $T=\left(\dfrac{1}{4};a\right]\cup\left[b;+\infty\right)$. Hỏi $M=a+b$ bằng

A. $M=9$. **B.** $M=10$. **C.** $M=12$. **D.** $M=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2\dfrac{x^2-6x+8}{4x-1}\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-6x+8}{4x-1}\ge 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-10x+9}{4x-1}\ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-10x+9\ge 0 \\ 4x-1>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-10x+9\le 0 \\ 4x-1<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{4}<x\le 1 \\ x\ge 9 \end{array}\right..$$

Nên $T=\left(\dfrac{1}{4};1\right]\cup\left[9;+\infty\right) \Rightarrow M=a+b=1+9=10$.

Câu 35. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+mx-m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $\left[1;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;10\right)$. **D.** $\left(-2+\sqrt{8};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2+mx-m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac<0 \Leftrightarrow m>1$.

Câu 36. Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=-1$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng là

$\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a $(a>0)$ thỏa mãn $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^{2017}\le\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)^a$.

A. $0<a\le 2017$. **B.** $1<a<2017$. **C.** $a\ge 2017$. **D.** $0<a<1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)^{2017}\le\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)^a$

$\Rightarrow 2017\log_2\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)\le a\log_2\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{\log_2\left(2^a+\frac{1}{2^a}\right)}{a}\le\dfrac{\log_2\left(2^{2017}+\frac{1}{2^{2017}}\right)}{2017}$.

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{\log_2\left(2^x+\frac{1}{2^x}\right)}{x}=\dfrac{\log_2\left(4^x+1\right)-x}{x}=\dfrac{\log_2\left(4^x+1\right)}{x}-1$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\dfrac{\dfrac{\left(4^x+1\right)'}{4^x+1}.x-\ln\left(4^x+1\right)}{x^2}\right]=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\dfrac{4^x.\ln 4.x-\left(4^x+1\right)\ln\left(4^x+1\right)}{x^2\left(4^x+1\right)}\right]<0$

$y'=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\dfrac{4^x.\ln 4^x-\left(4^x+1\right)\ln\left(4^x+1\right)}{x^2\left(4^x+1\right)}\right]<0$, $\forall x>0$.

Nên $y=f(x)$ là hàm giảm trên $(0;+\infty)$.

Do đó $f(a)\le f(2017),(a>0)$ khi $0<a\le 2017$.

Câu 38. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\overline{z}-i)$ là số thực.

A. $z=2-i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=1+2i$. **D.** $z=-1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+iy$ với $x,y\in\mathbb{R}$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}|z-2|=|z|\\(z+1)(\overline{z}-i)\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)^2+y^2=x^2+y^2\\(x+1+iy)(x-iy-i)\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)^2+y^2=x^2+y^2\\(x+1+iy)(x-iy-i)\in\mathbb{R}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\(-x-1)(y+1)+xy=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$$

Câu 39. Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Hóa học".

B là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Vật lí".

$A\cup B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi".

$A\cap B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí".

Ta có: $n(A\cup B)=0,5.40=20$.

Mặt khác: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A.B)$

$\Rightarrow n(A.B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=12+13-20=5$.

Câu 40. Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1, công sai d, $n\geq 2.$?

A. $u_n=u_1+(n-1)d$. **B.** $u_n=u_1+(n+1)d$.

C. $u_n=u_1-(n-1)d$. **D.** $u_n=u_1+d$.

Lời giải

Chọn A

Công thức số hạng tổng quát : $u_n=u_1+(n-1)d$, $n\geq 2$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực sao cho phương trình $z^3+az^2+bz+c=0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1=\omega+3i;\ z_2=\omega+9i;\ z_3=2\omega-4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P=|a+b+c|$..

A. $P=36$. **B.** $P=136$. **C.** $P=208$. **D.** $P=84$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1+z_2+z_3=-a \Leftrightarrow 4w+12i-4=-a$ là số thực, suy ra w có phần ảo $-3i$ hay $w=m-3i$.

Khi đó $z_1=m;\ z_2=m+6i; z_3=2m-6i-4$ mà $z_3;\ z_2$ là liên hợp của nhau nên $m=2m-4 \Leftrightarrow m=4$.

Vậy $z_1=4;\ z_2=4+6i; z_3=4-6i$.

Theo Viet ta có.

$$\begin{cases} z_1+z_2+z_3=-a \\ z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3=b \\ z_1z_2z_3=-c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-12 \\ b=84 \\ c=-208 \end{cases}.$$

$P=\left|-12+84-208\right|=136$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''\left(x_0\right)>0$ hoặc $f''\left(x_0\right)<0$.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'\left(x_0\right)=0$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'\left(x_0\right)=0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 43. Cho $A\left(1;-3;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+3z-1=0$. Viết phương trình tham số đường thẳng d đi qua A, vuông góc với $\left(P\right)$.

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-3t \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3+t \\ z=2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-t \\ z=2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Vì d đi qua A, vuông góc với $\left(P\right)$ nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=\left(2;-1;3\right)$.

* Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;1;-4)$ và $B(1;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 56$.

B. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 14$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 14$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow I(-1;0;-1)$.

Mặt cầu cần tìm có tâm $I(-1;0;-1)$

và bán kính $R = IA = \sqrt{(-1+3)^2 + (0-1)^2 + (-1+4)^2} = \sqrt{14}$.

Ta có phương trình $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $AD = 5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA. Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V = \dfrac{120a^3}{27}$.

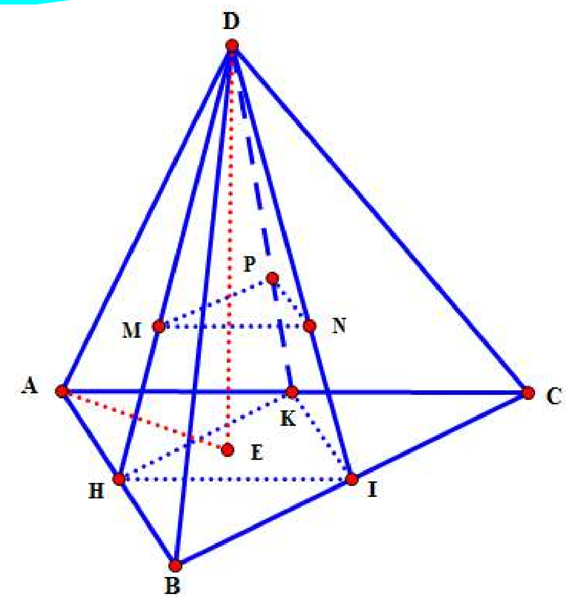
B. $V = \dfrac{10a^3}{4}$.

C. $V = \dfrac{80a^3}{7}$.

D. $V = \dfrac{20a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\dfrac{V_{D.MNP}}{V_{D.HIK}}=\dfrac{DM}{DH}.\dfrac{DN}{DI}.\dfrac{DP}{DK}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow V_{D.MNP}=\dfrac{8}{27}V_{D.HIK}=\dfrac{8}{27}.\dfrac{1}{4}.V_{D.ABC}=\dfrac{2}{27}.V_{D.ABC}$

Ta có: $V_{D.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.DE=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin A.DE\le\dfrac{1}{6}AB.AC.DE\le\dfrac{1}{6}AB.AC.DA$

(DE là đường cao của hình chóp $D.ABC$)

Dấu bằng xảy ra khi: $DA=DE$ và $\widehat{BAC}=90^\circ$

Suy ra: $\left(V_{D.ABC}\right)_{\max}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.AB.AC.DA=\dfrac{1}{6}.3a.4a.5a=10a^3$

Vậy: $V_{D.MNP}=\dfrac{2}{27}.10a^3=\dfrac{20}{27}a^3$

Câu 46. Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$; $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};1\right)$ là trung điểm của AB.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB và $\Delta=(\alpha)\cap(P)$. Khi đó Δ chính là đường thẳng thuộc mặt phẳng (P) và cách đều hai điểm A,B.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$ là:

$-3\left(x-\frac{3}{2}\right)-\left(y-\frac{5}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+y-7=0$.

Khi đó d là đường giao tuyến của (α) và (P).

Véctơ chỉ phương của $d:\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-1;3;-2)=-(1;-3;2)$, d đi qua $C(0;7;0)$.

Vậy d có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$ (t là tham số).

Câu 47. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 48. Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$ là:

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;2)$. **C.** $D=(-\infty;2]$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt{3}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x>0 \Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;2)$.

Câu 49. Đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại hai điểm A và B khi đó độ dài đoạn AB bằng?

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là nghiệm của phương trình.

$$\frac{x+1}{x-1}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2-2x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Với $x=0 \Rightarrow A(0;-1)$.

Với $x=2 \Rightarrow B(2;3)$.

Do đó $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↘	$f(x_1)$	↗	$f(x_2)$	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b<0,c>0$. **B.** $b>0,c<0$. **C.** $b>0,c>0$. **D.** $b<0,c<0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều dương.

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2-3ac>0 \\ x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}>0 \end{cases}$$ và hệ số $a<0$ do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=-\infty$.

Từ đó suy ra $c<0,b>0$.

ĐỀ 03

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ BẮC GIANG

Câu 1. Gọi T là tập tất cả các giá trị thực của x để $\log_3(2021-x)$ có nghĩa. Tìm T ?

A. $T=[0;2021]$. **B.** $T=(0;2021)$. **C.** $T=(-\infty;2021)$. **D.** $T=(-\infty;2021]$.

Câu 2. Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)dx=8$ và $\int_{5}^{-2} f(x)dx=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)-1]dx$.

A. $I=27$. **B.** $I=3$. **C.** $I=13$. **D.** $I=-11$.

Câu 3. Nguyên hàm $\int \cos 2x\,dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $-\sin 2x+C$. **C.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\sin 2x+C$.

Câu 4. Cho một hình cầu có diện tích bề mặt bằng 16π, bán kính của hình cầu đã cho bằng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Câu 6. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=3$.Tính $\log_a(a^2b)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 7. Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 3. Chiều cao của khối lăng
trụ đó bằng.

A. 4. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là

A. $S=\frac{9}{4}$. **B.** $S=\frac{8}{9}$. **C.** $S=9$. **D.** $S=\frac{9}{2}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 10. Cho hình nón có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 20π. **C.** 36π. **D.** 26π.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;-1;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y-2=0$. **B.** $2x+y+z-4$. **C.** $x+y-2z+3=0$. **D.** $-x-y+2z+3=0$.

Câu 12. Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 13. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 2. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;0)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(0;3;4)$. **D.** $(2;0;4)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$?

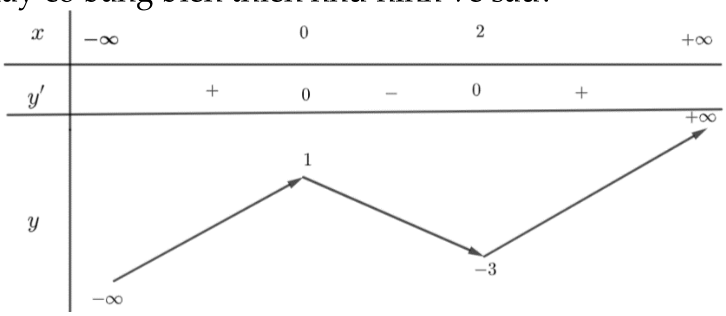
A. $F(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+2020$. **B.** $F(x)=2e^{2x}+1$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+x$. **D.** $F(x)=e^{2x}+2021$.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

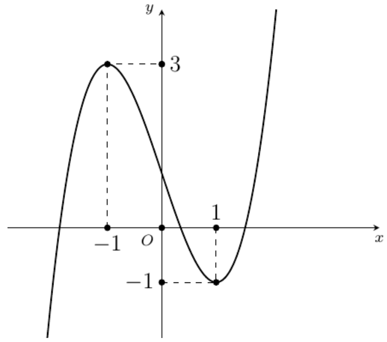
A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

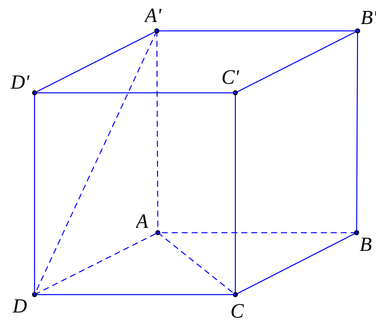
Câu 20. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 21. Khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 36π.

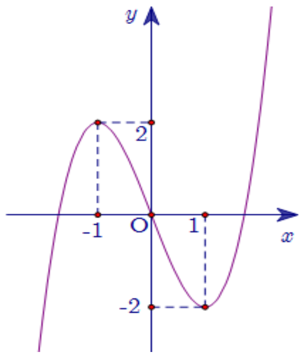
Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=\frac{10}{3}$. **B.** $x=\frac{7}{3}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=6$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 26. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 27. Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 120.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân là

A. $u_6=160$. **B.** $u_6=320$. **C.** $u_6=-320$. **D.** $u_6=-160$.

Câu 29. Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 120. **B.** 30. **C.** 120. **D.** 6.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm nào sau đây?

A. $P(-1;-3;1)$. **B.** $M(1;-3;-1)$. **C.** $Q(1;3;1)$. **D.** $N(-1;3;1)$.

Câu 31. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ là

A. $(-4;1]$. **B.** $[-4;1)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,2}\left(x^2-2x+1\right)}$ là

A. $[0;2]$. **B.** $(0;2)\backslash\{1\}$. **C.** $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[0;2]\backslash\{1\}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=x\cdot f'(x)$ là

A. $\dfrac{3}{2}\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$. **B.** $\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$.

C. $\dfrac{2}{3}\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$. **D.** $\dfrac{2}{3}\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	||	+	0	+	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x + 2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. $2+4\sqrt{2}$. **B.** $2-4\sqrt{2}$. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8$ là

A. $(-\infty;-2]$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 37. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $27^{\log_9(ab^2)} = 2ab$. Giá trị biểu thức ab^4 bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 16.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là:

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

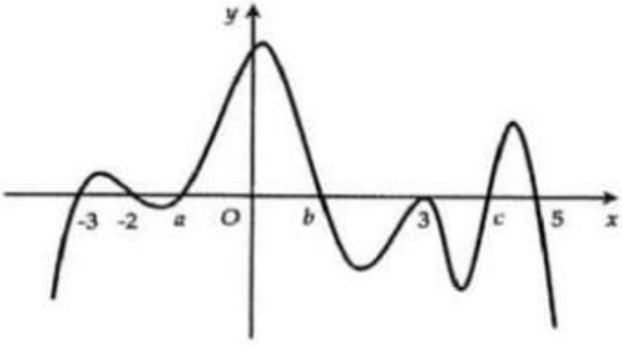
Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $2cm$ và thiết diện qua trục của hình nón đó là tam giác đều. Thể tích khối nón đã cho là.

A. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$. **B.** $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$. **C.** $8\pi\sqrt{3}cm^3$. **D.** $16\pi\sqrt{3}cm^3$.

Câu 40. Số nghiệm thực của phương trình: $\log_2(x+1) - 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $-3;-2;a;b;3;c;5$ với $-\frac{4}{3} < a < -1$; $1 < b < \frac{4}{3}$; $4 < c < 5$ (có dạng như hình vẽ bên dưới). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = f(2|x|+m-3)$ có 7 điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC có $BAC = 120°$; $BC = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $\frac{\pi a^2}{3}$. **C.** $\frac{16\pi a^2}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 43. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9}+(x-y)^2=9$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{x-1}{4x-y-9}$ bằng

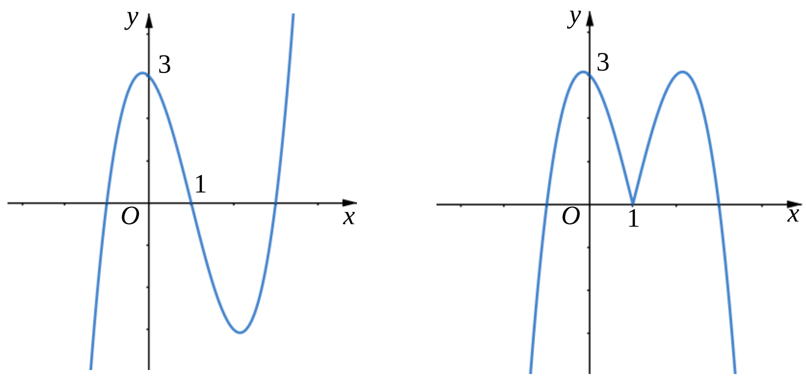
A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 44. Một bác nông dân có số tiền 20.000.000 đồng. Bác dùng số tiền đó gửi ngân hàng loại kì hạn 6 tháng với lãi suất $8,5\%$ trên một năm thì sau 5 năm 8 tháng bác nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng bác không rút cả gốc lẫn lãi trong các định kì trước đó và nếu rút trước kì hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn $0,01\%$ trên một ngày. (Giả thiết một tháng tính 30 ngày).

A. $32.802.750,09$ đồng. **B.** $33.802.750,09$ đồng.

C. $30.802.750,09$ đồng. **D.** $31.802.750,09$ đồng.

Câu 45. Cho hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1 *Hình 2*

A. $y=|x-1|(x^2-2x-3)$. **B.** $y=-|x-1|(x^2-2x-3)$.

C. $y=|(x-1)(x^2-2x-3)|$. **D.** $y=(x-1)|x^2-2x-3|$.

Câu 46. Cho phương trình $2^m.2^{\sin^2 x}+3.\dfrac{1}{9^{\cos x+2}}+m-\cos^2 x=8.4^{\cos x}+2(\cos x+1)+\left(\dfrac{1}{3}\right)^m.3^{\cos^2 x-1}$ (1)

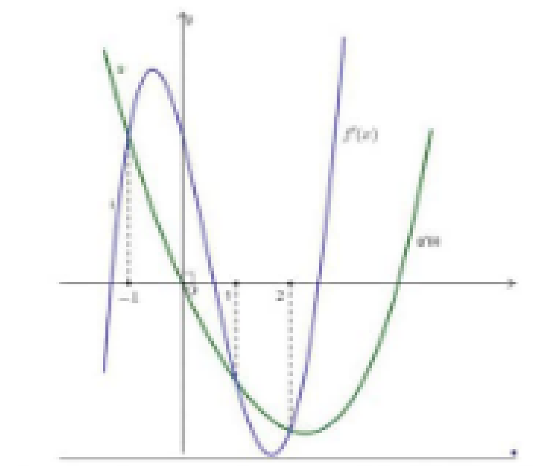
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm thực?

A. 3 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 9

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số kề nhau nào cùng là số lẻ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{5}{18}$ **C.** $\dfrac{31}{189}$ **D.** $\dfrac{19}{189}$

Câu 48. Cho các hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(m,n,p,q,r,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $f(0)=g(0)$. Các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi S là tổng tất cả nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S\in\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **B.** $S\in\left(0;1\right)$. **C.** $S\in\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$. **D.** $S=2$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$ theo a.

A. $d=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $d=a\sqrt{3}$. **C.** $d=\frac{4a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=a\sqrt{5}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh $AB=AA'=2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Trên cạnh AA' lấy điểm I sao cho $AI=\frac{1}{4}AA'$. Gọi M,N lần lượt là các điểm đối xứng với B và C qua I. Thể tích khối đa diện $AMN.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{16a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.B	5.A	6.C	7.A	8.D	9.D	10.C
11.C	12.D	13.B	14.B	15.B	16.A	17.A	18.D	19.C	20.A
21.D	22.C	23.A	24.C	25.A	26.D	27.A	28.D	29.C	30.D
31.B	32.D	33.C	34.B	35.B	36.D	37.A	38.B	39.A	40.B
41.A	42.D	43.A	44.D	45.B	46.B	47.B	48.C	49.A	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Gọi T là tập tất cả các giá trị thực của x để $\log_3(2021-x)$ có nghĩa. Tìm T?

A. $T=[0;2021]$. **B.** $T=(0;2021)$. **C.** $T=(-\infty;2021)$. **D.** $T=(-\infty;2021]$.

Lời giải

Chọn C

Để $\log_3(2021-x)$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2021-x>0 \Leftrightarrow x<2021$.

Câu 2. Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)dx=8$ và $\int_{5}^{-2} f(x)dx=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx$.

A. $I=27$. **B.** $I=3$. **C.** $I=13$. **D.** $I=-11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx=\int_{-2}^{5} f(x)dx-4\int_{-2}^{5} g(x)dx-\int_{-2}^{5}1.dx=8-4(-3)-7=13$.

Câu 3. Nguyên hàm $\int \cos 2x\,dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $-\sin 2x+C$. **C.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int \cos 2x\,dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 4. Cho một hình cầu có diện tích bề mặt bằng 16π, bán kính của hình cầu đã cho bằng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=4\pi R^2=16\pi \Rightarrow R=2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\vec{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\vec{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\vec{n_3}=(-2;3;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=3$. Tính $\log_a\left(a^2b\right)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+3=5$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 3. Chiều cao của khối lăngtrụ đó bằng.

A. 4. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

- Chiều cao của khối lăng trụ đó là: $h=\dfrac{12}{3}=4$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là

A. $S=\dfrac{9}{4}$. **B.** $S=\dfrac{8}{9}$. **C.** $S=9$. **D.** $S=\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

- Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=x+2$ là $x^2=x+2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.
- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|x^2-x-2\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{-1}^{2}\left(x^2-x-2\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_{-1}^{2}\right|=\frac{9}{2}.$$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $2^{x+1}=8\Leftrightarrow x+1=3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 10. Cho hình nón có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 20π. **C.** 36π. **D.** 26π.

Lời giải

Chọn C

Hình tròn đáy hình nón có diện tích là $S_1=\pi R^2=\pi.4^2=16\pi$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{h^2+R^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_2=\pi Rl=\pi.4.5=20\pi$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $16\pi+20\pi=36\pi$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;-1;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y-2=0$. **B.** $2x+y+z-4$. **C.** $x+y-2z+3=0$. **D.** $-x-y+2z+3=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1;0;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;4)$

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua $M(1;0;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc tơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng là: $-2(x-1)-2y+4(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+2z-3=0$.

Câu 12. Giá trị của $\int\limits_0^3 \mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_0^3 \mathrm{d}x = x\Big|_0^3 = 3-0=3$.

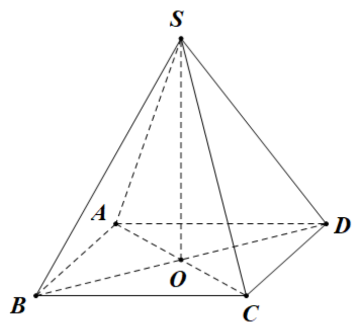
Vậy $\int\limits_0^3 \mathrm{d}x = 3$.

Câu 13. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 2. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Xét tam giác vuông ABC có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SAO có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2}$.

Thể tích của khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\sqrt{2}.4=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;0)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(0;3;4)$. **D.** $(2;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $A'(2;3;0)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;-1;-3)$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+2020$. **B.** $F(x)=2e^{2x}+1$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x$. **D.** $F(x)=e^{2x}+2021$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=e^{2x}\Rightarrow\int f(x)dx=\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$. Khi đó $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+2020$ là một nguyên hàm cần tìm.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2(m-2)y+(m-2)^2+z^2-2(m+3)z+(m+3)^2=-3m^2-7+(m-2)^2+(m+3)^2$

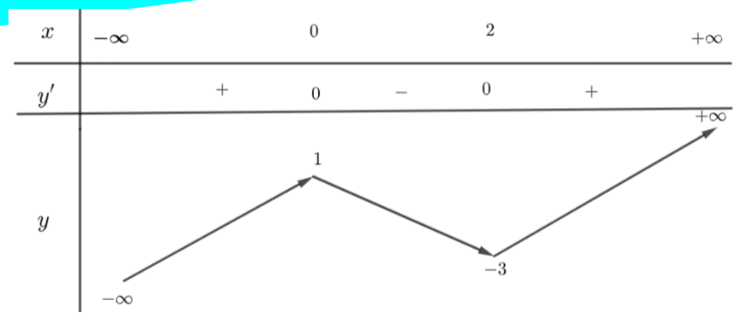
$\Leftrightarrow x^2+[y+m-2]^2+[z-(m+3)]^2=-m^2+2m+6$

Điều kiện mặt cầu là

$R^2=-m^2+2m+6>0\Leftrightarrow m^2-2m-6<0\Leftrightarrow 1-\sqrt{7}<m<1+\sqrt{7}$.

Do $m\in\mathbb{N}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3\}$, có 4 số tự nhiên m cần tìm.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

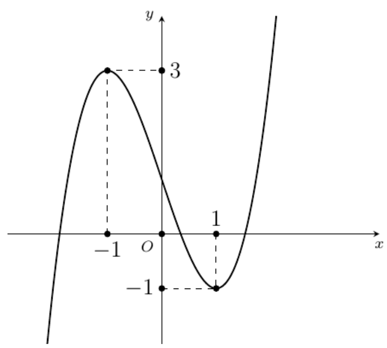
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số hình chữ N nên hàm số có dạng bậc ba với hệ số $a>0$.

Đồ thị đi qua điểm $(0;1)\Rightarrow y=x^3-3x^2+1$.

Câu 19. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(x)-5=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$.

Số nghiệm phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$. Suy ra phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$x^3-2x^2+x-1=1-2x\Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0\Leftrightarrow x=1$

Vậy số giao điểm của hai đường là 1.

Câu 21. Khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

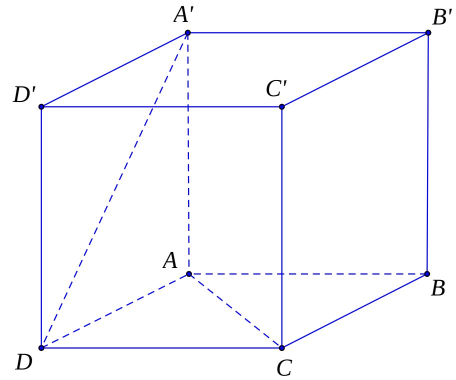
A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.4 = 36\pi$ (đvtt).

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

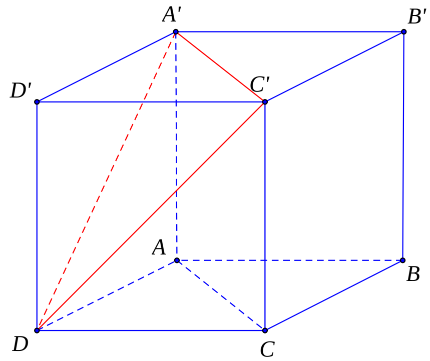


Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

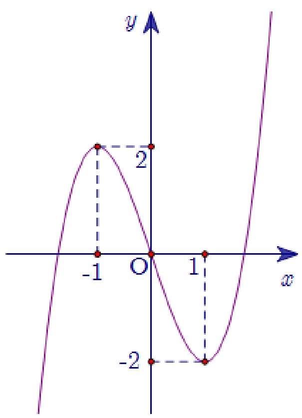
Chọn C



Do $AC // A'C'$ nên góc giữa AC và $A'D$ bằng góc giữa $A'C'$ và $A'D$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác $A'C'D$ là tam giác đều. Suy ra $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C' = 60°$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=\dfrac{10}{3}$. **B.** $x=\dfrac{7}{3}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $3x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{3}$.

Ta có $\log_2(3x-1)=3 \Leftrightarrow 3x-1=2^3 \Leftrightarrow x=3$ (nhận).

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 26. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=-\infty; \lim\limits_{x\to 2^-} y=+\infty$

Vậy $x=2$ là phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 27. Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 120.

Lời giải

Chọn A

Số cách sắp xếp 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau là:

$4!.2!=48$ (cách).

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân là

A. $u_6 = 160$. **B.** $u_6 = 320$. **C.** $u_6 = -320$. **D.** $u_6 = -160$.

Lời giải

Chọn D

Số hạng thứ sáu của cấp số nhân là: $u_6 = u_1.q^5 = 5.(-2)^5 = -160$.

Câu 29. Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 120. **B.** 30. **C.** 120. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Số tập com có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là: $C_{10}^3 = 120$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm nào sau đây?

A. $P(-1;-3;1)$. **B.** $M(1;-3;-1)$. **C.** $Q(1;3;1)$. **D.** $N(-1;3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$, suy ra tâm mặt cầu (S) là: $(-1;3;1)$.

Câu 31. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ là

A. $(-4;1]$. **B.** $[-4;1)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm sô $y=\dfrac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi $y'<0$, $\forall x\in(6;+\infty)$.

$$\begin{cases}\dfrac{m-1}{(x+m-2)^2}<0\\ 2-m\notin(6;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ 2-m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow -4\le m<1.$$

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,2}\left(x^2-2x+1\right)}$ là

A. $[0;2]$. **B.** $(0;2)\backslash\{1\}$. **C.** $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[0;2]\backslash\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{\log_{0,2}\left(x^2-2x+1\right)}$ xác định khi $\log_{0,2}\left(x^2-2x+1\right)\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x+1\le 1\\ x^2-2x+1>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ne 1\end{cases}.$$

Vậy tập xác định $D=[0;2]\backslash\{1\}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=x\cdot f'(x)$ là

A. $\frac{3}{2}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$.
B. $(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$.
C. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$.
D. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+1}+C$.

Lời giải

Chọn C

Xét $G(x)=\int x.f'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$$\Rightarrow G(x)=xf(x)-\int f(x)\mathrm{d}x=x^2\sqrt{x^2+1}-\int x\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$$

$$=x^2\sqrt{x^2+1}-\frac{1}{2}\int\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}(x^2+1)=x^2\sqrt{x^2+1}-\frac{1}{2}.\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}+C$$

$$=x^2\sqrt{x^2+1}-\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}+C=(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C$$

$$=\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C.$$

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	||	+	0	+	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu, ta được bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	||	+	0	+	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-6x+2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. $2+4\sqrt{2}$. **B.** $2-4\sqrt{2}$. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Xét $y' = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \in [1;5] \\ x = -\sqrt{2} \notin [1;5] \end{array}\right.$.

$y(1) = -3,\ y\left(\sqrt{2}\right) = 2 - 4\sqrt{2},\ y(5) = 97$.

Vậy $\min\limits_{x\in[1;5]} y = y\left(\sqrt{2}\right) = 2 - 4\sqrt{2}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8$ là

A. $(-\infty;-2]$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8 \Leftrightarrow x^2 - 7 \leq -3 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Câu 37. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $27^{\log_9\left(ab^2\right)} = 2ab$. Giá trị biểu thức ab^4 bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Lấy logarit cơ số 27 hai vế ta được:

$\log_{27} 27^{\log_9\left(ab^2\right)} = \log_{27} 2ab \Leftrightarrow \log_9\left(ab^2\right) = \log_{27} 2ab.$

$\dfrac{1}{2}\log_3 ab^2 = \dfrac{1}{3}\log_3 2ab \Leftrightarrow 3\log_3 ab^2 = 2\log_3 2ab.$

$\Leftrightarrow \left(ab^2\right)^3 = (2ab)^2 \Leftrightarrow ab^4 = 4.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):\left(m^2-1\right)x + 3my - z + 7 = 0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là:

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $A(1;-2;1)$ thuộc phương trình mặt phẳng $(P):\left(m^2-1\right)x + 3my - z + 7 = 0$ nên ta có:

$\left(m^2-1\right).1 + 3m.(-2) - 1 + 7 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$.

Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $2cm$ và thiết diện qua trục của hình nón đó là tam giác đều. Thể tích khối nón đã cho là.

A. $\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$. **B.** $\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$. **C.** $8\pi\sqrt{3}cm^3$. **D.** $16\pi\sqrt{3}cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Vì thiết diện của hình nón là tam giác đều nên ta có $l = 2R = 4cm$.

Do đó đường cao hình nón: $h = \frac{2R.\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}cm$.

Vậy thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi.2^2.2\sqrt{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}cm^3$.

Câu 40. Số nghiệm thực của phương trình: $\log_2(x+1) - 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 1$.

$\log_2(x+1) - 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 3$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1) + \log_2(x-1) = 3$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)(x-1) = 3$

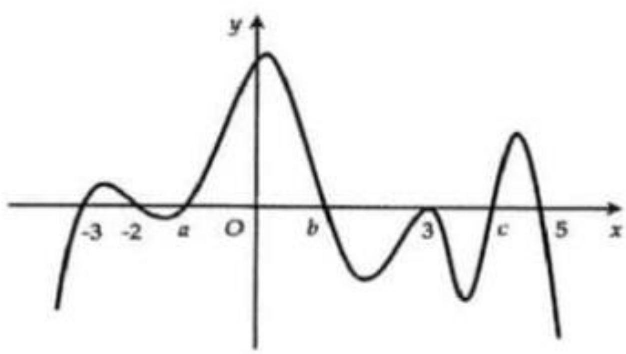
$\Leftrightarrow (x+1)(x-1) = 8$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$

So sánh với điều kiện thì nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $-3; -2; a; b; 3; c; 5$ với $-\frac{4}{3} < a < -1;\ 1 < b < \frac{4}{3};\ 4 < c < 5$ (có dạng như hình vẽ bên dưới). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = f(2|x| + m - 3)$ có 7 điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Số cực trị cần tìm của hàm số $y=f\left(2|x|+m-3\right)$ là 7 khi và chỉ khi hàm số $h(x)=f\left(2x+m-3\right)$ có 3 nghiệm dương khi và chỉ khi $f'\left(2x+m-3\right)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy:

$$f'\left(2x+m-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x+m-3=-3\\2x+m-3=-2\\2x+m-3=a\\2x+m-3=b\\2x+m-3=3\\2x+m-3=c\\2x+m-3=5\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x\in\left\{\frac{-m}{2};\frac{1-m}{2};\frac{a+3-m}{2};\frac{b+3-m}{2};\frac{6-m}{2};\frac{c+3-m}{2};\frac{8-m}{2}\right\}$$

Trong đó chỉ có các nghiệm bậc lẻ được sắp thứ tự từ bé đến lớn là

$$x\in\left\{\frac{-m}{2};\frac{1-m}{2};\frac{a+3-m}{2};\frac{b+3-m}{2};\frac{c+3-m}{2};\frac{8-m}{2}\right\}.$$

Vậy yêu cầu bài toán tương đương với: $\begin{cases}\dfrac{b+3-m}{2}>0\\ \dfrac{a+3-m}{2}\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<b+3\\ m\ge a+3\end{cases} \Leftrightarrow 2\le m\le 4$.

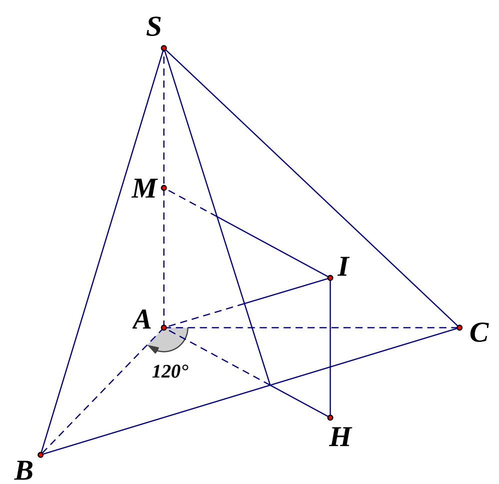
Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: 2, 3, 4.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC có $BAC=120^\circ$; $BC=3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, r là tâm và bán kính hình tròn ngoài tiếp tam giác ABC, I, R là tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và M là trung điểm SA. Có $AM = \frac{1}{2}SA = a$

Tam giác ABC có có $BAC = 120°$; $BC = 3a$ suy ra $r = \frac{BC}{2\sin BAC} = a\sqrt{3} \Rightarrow AH = a\sqrt{3}$.

Dễ thấy $AMIH$ là hình chữ nhật nên $R = AI = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng: $S = 4\pi R^2 = 4.\pi.(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Câu 43. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9} + (x-y)^2 = 9$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x-1}{4x-y-9}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9} + (x-y)^2 = 9 \Leftrightarrow (2x+y)^2.2^{(2x+y)^2+(x-y)^2-9} + (x-y)^2 - 9 = 0$ (*)

Đặt $\begin{cases} a = (2x+y)^2 \ge 0 \\ b = (x-y)^2 - 9 \ge -9 \end{cases}$ khi đó (*) đưa về: $a.2^{a+b} + b = 0 \Leftrightarrow a.2^a = (-b).2^{-b}$.

Vì $a \ge 0 \Rightarrow -b \ge 0 \Rightarrow b \le 0$.

Xét hàm số $f(t) = t.2^t$, $t \in [0;+\infty)$ có $f'(t) = 2^t + t.2^t.\ln 2 > 0$, $\forall t \in [0;+\infty)$ nên f đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Suy ra $f(a) = f(-b) \Leftrightarrow a = -b \Leftrightarrow a + b = 0$.

Suy ra $(2x+y)^2 + (x-y)^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (2x+y)^2 + (x-y)^2 = 9$.

Đặt $\begin{cases} 2x + y = c \\ x - y = d \end{cases}$ có $c^2 + d^2 = 9$.

Khi đó $P = \frac{c+d-3}{3c+6d-27} \Leftrightarrow c(3P-1) + d(6P-1) = 27P - 3$

Suy ra $(27P-3)^2 \le (c^2+d^2)\left[(3P-1)^2 + (6P-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow 729P^2 - 162P + 9 \le 9(45P^2 - 18P + 2)$

$\Leftrightarrow P^2 \le \frac{1}{36} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \le P \le \frac{1}{6}$.

Vậy $\max P = \frac{1}{6}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1$.

Câu 44. Một bác nông dân có số tiền 20.000.000 đồng. Bác dùng số tiền đó gửi ngân hàng loại kì hạn 6 tháng với lãi suất $8,5\%$ trên một năm thì sau 5 năm 8 tháng bác nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng bác không rút cả gốc lẫn lãi trong các định kì trước đó và nếu rút trước kì hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn $0,01\%$ trên một ngày. (Giả thiết một tháng tính 30 ngày).

A. $32.802.750,09$ đồng. **B.** $33.802.750,09$ đồng.

C. $30.802.750,09$ đồng. **D.** $31.802.750,09$ đồng.

Lời giải

Chọn D

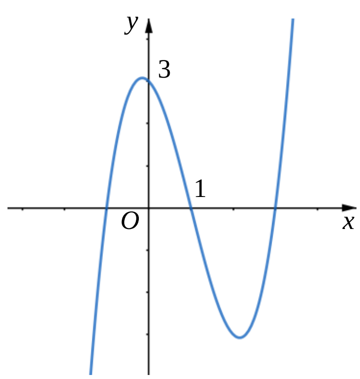
◆ 5 năm 8 tháng = 68 tháng; trong đó: 11 kì hạn 6 tháng và 2 tháng không kì hạn.

Sau đúng 11 kì hạn (66 tháng) kể từ khi gửi tiền, bác nông dân có được số tiền gửi ngân hàng là: $T_1 = A_1.(1+r_1)^{n_1} = 20000000.(1+4,25\%)^{11} = 31.613.071.66$ (đồng).

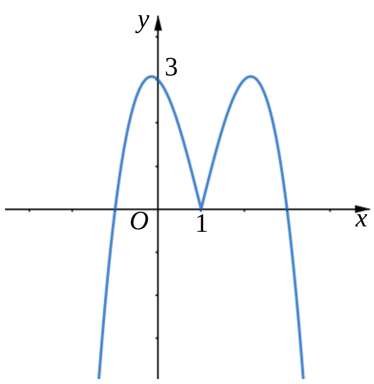
◆ Sau 60 ngày (2 tháng) tiếp theo, bác nông dân nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là:

$T_2 = T_1.(1+n_2r_2) = 311925009.(1+60.0,01\%) = 31.802.750,09$ (đồng).

Câu 45. Cho hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=|x-1|(x^2-2x-3)$. **B.** $y=-|x-1|(x^2-2x-3)$.

C. $y=|(x-1)(x^2-2x-3)|$. **D.** $y=(x-1)|x^2-2x-3|$.

Lời giải

Chọn B

◆ Xét $y_A=|x-1|(x^2-2x-3)=\begin{cases}(x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } x\ge 1\\ -(x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } x<1\end{cases}$

Như vậy, đồ thị của hàm số y_A khi $x\ge 1$ là giữ nguyên phần đồ thị của $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ ⇒ không phù hợp với đồ thị hình 2 ⇒ loại đáp án **A.**

◆ Xét $y_C = \left|(x-1)(x^2-2x-3)\right|$: hàm số y_C là hàm không âm, nên có đồ thị luôn nằm phía trên hoặc tiếp xúc với trục hoành ⇒ không phù hợp với đồ thị hình 2 ⇒ loại đáp án **C.**

◆ Xét $y_D = (x-1)\left|x^2-2x-3\right| = \begin{cases} (x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } x \le -1 \text{ hoÆ } x \ge 3 \\ -(x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } -1 < x < 3 \end{cases}$

Như vậy, đồ thị của hàm số y_D khi $x \ge 3$ là giữ nguyên phần đồ thị của $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ ⇒ không phù hợp với đồ thị hình 2 ⇒ loại đáp án **D.**

◆ Xét $y_B = -|x-1|(x^2-2x-3) = \begin{cases} -(x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } x \ge 1 \\ (x-1)(x^2-2x-3) & \text{khi: } x < 1 \end{cases}$

Như vậy, đồ thị của hàm số y_B có được bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ khi $x<1$. Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị của hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ khi $x \ge 1$, sau đó bỏ đi phần đồ thị của hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ khi $x \ge 1$ ⇒ phù hợp với đồ thị hình 2.

Câu 46. Cho phương trình $2^m.2^{\sin^2 x} + 3.\dfrac{1}{9^{\cos x+2}} + m - \cos^2 x = 8.4^{\cos x} + 2(\cos x + 1) + \left(\dfrac{1}{3}\right)^m .3^{\cos^2 x - 1}$ (1)

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm thực?

A. 3 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 9

Lời giải

Chọn B

$(1) \Leftrightarrow 2^{m+1-\cos^2 x} - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{m+1-\cos^2 x} + m + 1 - \cos^2 x = 2^{2\cos x+3} - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2\cos x+3} + 2\cos x + 3$

$\Leftrightarrow f(m+1-\cos^2 x) = f(2\cos x + 3)$ (2) với $f(t) = 2^t - 3^{-t} + t$.

Xét hàm $f(t) = 2^t - 3^{-t} + t$

Ta có: $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3^{-t} \ln 3 + 1 > 0,\ \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $(2) \Leftrightarrow m + 1 - \cos^2 x = 2\cos x + 3 \Leftrightarrow m = \cos^2 x + 2\cos x + 2$

Xét hàm số $h(x) = \cos^2 x + 2\cos x + 2$.

Đặt $t = \cos x,\ t \in [-1;1]$. Khi đó hàm số trở thành $g(t) = t^2 + 2t + 2$.

Khi đó : $g'(t) = 2t + 2 \ge 0, \forall t \in [-1;1]$

Để phương trình (1) có nghiệm thực thì

$\min\limits_{[-1;1]} g(t) \le m \le \max\limits_{[-1;1]} g(t) \Leftrightarrow g(-1) \le m \le g(1) \Leftrightarrow 1 \le m \le 5$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm thực.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số kề nhau nào cùng là số lẻ bằng

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{5}{18}$ **C.** $\frac{31}{189}$ **D.** $\frac{19}{189}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = 9.A_9^5$

Gọi A: "Chọn 1 số sao cho **không** có hai chữ số kề nhau nào cùng là số lẻ".

Gọi số thỏa đề là $x = \overline{abcdef}$

TH1: x có đúng 1 chữ số lẻ

+ Chữ số lẻ là a, có 5 cách chọn a, $\overline{bcdef}$ có $5!$ cách chọn (5 chữ số chẵn)

Trường hợp này có $5.5! = 600$ số

+ Chữ số lẻ khác a, có 5 cách chọn số lẻ, 5 cách đặt vào các vị trí khác a

Có 4 cách chọn a, 4 chữ số còn lại có $4!$ cách chọn

Trường hợp này có $5.5.4.4! = 2400$ số

Vậy trường hợp này có $600 + 2400 = 3000$ số thỏa mãn

TH2: x có đúng 2 chữ số lẻ và 4 chữ số chẵn

+ Chữ số lẻ là a, có 5 cách chọn a, 4 cách chọn 1 chữ số lẻ còn lại, 4 cách đặt chữ số này không kề với a, 4 chữ số chẵn còn lại có $5.4.3.2 = 120$ cách chọn

Trường hợp này có $5.4.4.120 = 9600$ số

+ Chữ số chẵn là a: có 4 cách chọn a, 3 chữ số chẵn còn lại có $4.3.2 = 24$ cách chọn, có $C_5^2 = 10$ cách chọn cặp số lẻ có $2!C_5^2 - 8 = 12$ cách đặt cặp số lẻ này vào vị trí thỏa yêu cầu

Trường hợp này có $4.24.10.12 = 11520$ số

Vậy trường hợp này có $9600 + 11520 = 21120$ số thỏa mãn

TH3: x có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn

+ Chữ số chẵn là a, có 4 cách chọn a.

Có $2!.C_4^2 = 12$ cách xếp hai chữ số chẵn còn lại

Có $3!.C_5^3 = 60$ cách xếp 3 chữ số lẻ

Trường hợp này có $4.12.60 = 2880$ số thỏa mãn.

+ Chữ số lẻ là a có 3 dạng $\overline{lclclc}$, $\overline{lclccl}$, $\overline{lcclcl}$ có $3!.C_5^3 = 60$ cách xếp 3 chữ số lẻ

Tương tự là 60 cách xếp 3 chữ số chẵn.

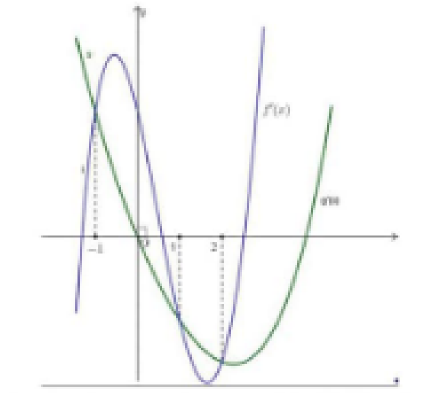
Trường hợp này có $3.60.60 = 10800$ số thỏa mãn

Vậy trường hợp này có $10800+2880=13680$ số thỏa mãn

Suy ra $n(A)=3000+21120+13680=37800$

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{18}$.

Câu 48. Cho các hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(m,n,p,q,r,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $f(0)=g(0)$. Các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi S là tổng tất cả nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S\in\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$. **B.** $S\in(0;1)$. **C.** $S\in\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $m\neq 0$ và xét $f(0)=g(0)\Rightarrow r=d=0$.

Từ đồ thị có

$f'(x)-g'(x)=4m(x+1)(x-1)(x-2)\Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=4mx^3-8mx^2-4mx+8m$ (1)

Mặt khác $f'(x)-g'(x)=mx^3 3(n-a)x^2+2(p-b)x+q-c$ (2)

Từ (1) và (2) cho ta $\begin{cases}3(n-a)=-8m\\2(p-b)=-4m\\q-c=8m\end{cases}$

Xét phương trình $f(x)=g(x)\Leftrightarrow mx^4+nx^3+px^2+qx=ax^3+bx^2+cx$

$\Leftrightarrow x\left[mx^3+(n-a)x^2+(p-b)x+q-c\right]=0$

$\Leftrightarrow x\left(mx^3-\dfrac{8m}{3}x^2-2mx+8m\right)=0$

$\Leftrightarrow mx\left(x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8=0 \end{array}\right.$

Phương trình $x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8=0$ có đúng 1 nghiệm thực là $x_0 \in \left(-2;-\frac{3}{2}\right)$

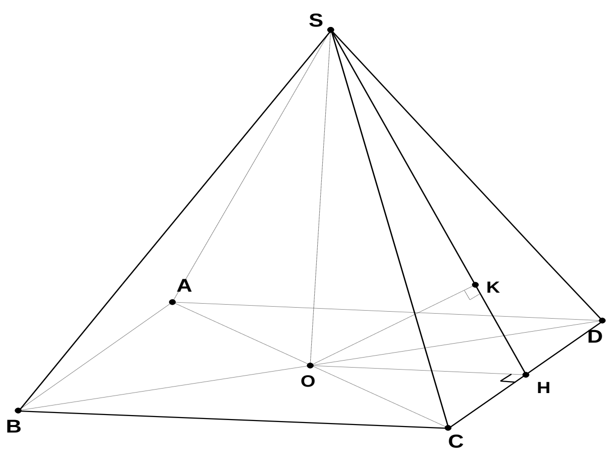
Vậy phương trình $f(x)=g(x)$ có tổng các nghiệm $S=0+x_0 \Rightarrow S \in \left(-2;-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng
cách d từ A đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $d=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $d=a\sqrt{3}$. **C.** $d=\frac{4a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Gọi $O=AC\cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO\perp(ABCD)$.

◆ Vẽ OH vuông góc với CD tại H thì H là trung điểm CD, $OH=\frac{a}{2}$.

Ta có $CD\perp OH, CD\perp SO \Rightarrow CD\perp(SOH) \Rightarrow (SCD)\perp(SOH)$. Dựng OK vuông góc với SH tại K thì $OK\perp(SCD) \Rightarrow d\left[O,(SCD)\right]=OK$.

◆ Tam giác vuông SOH có OK là đường cao nên $OK=\frac{OS.OH}{\sqrt{OS^2+OH^2}}=\frac{a\sqrt{2}.\frac{a}{2}}{\sqrt{2a^2+\frac{a^2}{4}}}=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(O,(SCD)\right)=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

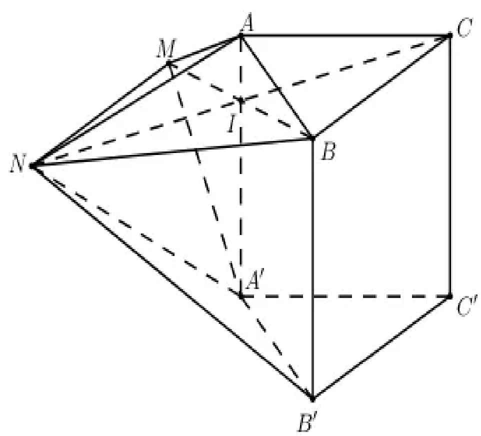
Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh $AB = AA' = 2a$, đáy ABC là tam giác vuông

cân tại A. Trên cạnh AA' lấy điểm I sao cho $AI = \frac{1}{4}AA'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm đối xứng với B và C qua I. Thể tích khối đa diện $AMN.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{16a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



- Ta có $V_{AMN.A'B'C'} = V_{N.AMA'B'} + V_{C'.AMA'B'}$.
- Mặt khác $V_{C'.AMA'B'} = V_{C'.AA'B'} + V_{C'.AMA'}$.

$V_{C'.AA'B'} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}AA'.S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Do I là trung điểm của $MB \Rightarrow d\left(M, AA'\right) = d\left(B, AA'\right) \Rightarrow S_{AMA'} = S_{ABA'} = S_{AA'B'}$

$\Rightarrow d\left(M, AA'\right) = d\left(B, AA'\right) \Rightarrow V_{C'.AMA'} = V_{C'.AA'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C'.AMA'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

- Lại có $V_{N.AMA'B'} = V_{N.AMA'} + V_{N.AA'B'}$.

Vì I là trung điểm của $NC \Rightarrow V_{N.AMA'} = V_{C.AMA'}, V_{N.AA'B'} = V_{C.AA'B'} = V_{C'.AA'B'}$

$\Rightarrow V_{N.AMA'B'} = V_{C'.AMA'} + V_{C'.AA'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

- Khi đó $V_{AMN.A'B'C'} = \frac{4}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{4}{3}AA'.S_{A'B'C'} = \frac{4}{3}AA'.\frac{1}{2}A'B'.A'C' = \frac{2}{3}.2a.2a.2a = \frac{16a^3}{3}$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 04

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN NGUYỄN BỈNH KHIÊM

Câu 1. Cho $\left(\sqrt{5}-2\right)^{m} < \left(\sqrt{5}-2\right)^{n}$. Khi đó:

A. $m<n$. **B.** $m-n$. **C.** $m\le n$. **D.** $m>n$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{8}$, khoảng cách giữa 2 đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=4a^3\sqrt{3}$.

Câu 3. Thể tích khối lăng trụ đứng có diện tích đáy B và có cạnh bên bằng h là

A. $\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và có độ dài đường sinh $l=4$. Tính thể tích khối nón đã cho.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=3\pi\sqrt{13}$. **C.** $V=\pi\sqrt{13}$. **D.** $V=12\pi$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{x-6}=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x+1}$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** $-\dfrac{8}{5}$. **D.** $-\dfrac{4}{7}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\left(\dfrac{5}{4}\right)^{x}$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x+3}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 7. Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được một thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh bên $a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của nón.

A. $4\sqrt{2}a^2\pi$. **B.** $2\sqrt{2}a^2\pi$. **C.** $4a^2\pi$. **D.** $a^2\pi\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy $a=4$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $10\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-6x^2+1$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng.

A. -7. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh bên tạo với đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

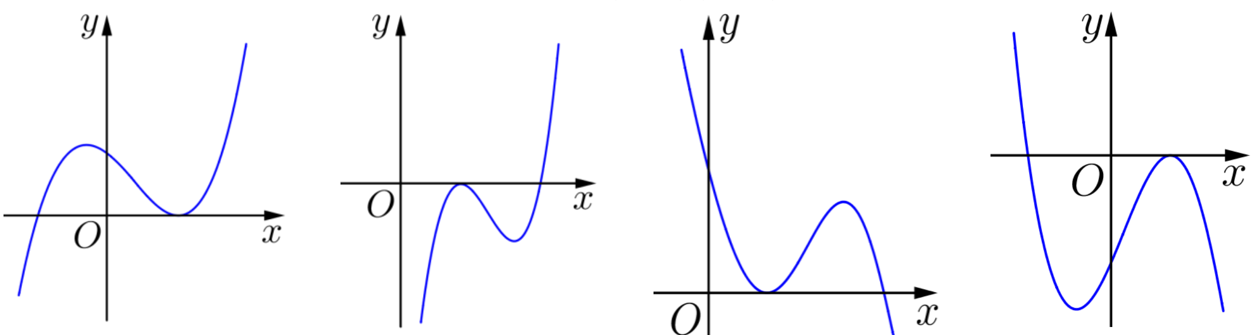
C. Đồ thị hàm số $y=\log_a x\,(0<a\neq 1)$ luôn đi qua điểm $(1;a)$.

D. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x\,(0<a\neq 1)$ thì đối xứng với nhau qua trục hoành.

Câu 12. Hàm số $\log_{\sqrt{7}}\frac{1}{x-8}$ có tập xác định là

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(8;+\infty)$.

Câu 13. Hình vẽ nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ với $c>d>0$.



Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

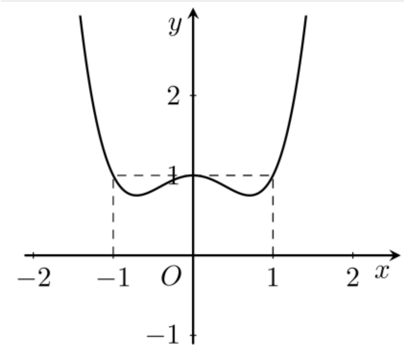
Câu 14. Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức $f(v)=\frac{386v}{v^2+2v+5}$ (xe/giây), trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất

A. 5 km/h. **B.** $\sqrt{5}$ km/h. **C.** $\frac{193}{\sqrt{5}+1}$ km/h. **D.** $\frac{193}{\sqrt{5}-1}$ km/h.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{-\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 16. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^3 - 3x$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 6m + 9$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = 2x_2$.

A. $m = 4$. **B.** $m = -2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **D.** $m = \pm\sqrt{5}$.

Câu 18. Cho $\log_a b = \sqrt{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ là:

A. $\sqrt{5} + 1$. **B.** $\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} - 2}$. **D.** $\sqrt{5} - 1$.

Câu 19. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}a^3}{2}$.

Câu 20. Cho $b = \log_3 m$ với $0 < m \neq 1$ và $A = \log_m 27m$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A = (3 - b)b$. **B.** $A = \frac{3 - b}{b}$. **C.** $A = (3 + b)b$. **D.** $A = \frac{3 + b}{b}$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 4}{x + 6}$ có phương trình là

A. $x = 22$. **B.** $x = -6$. **C.** $x = \frac{4}{3}$. **D.** $x = 3$.

Câu 22. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AC = 2a$, $SC = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỉ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

Câu 24. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang.

A. $y=\dfrac{2x^2-1}{x-3}$. **B.** $y=x^4-10x^2+97$. **C.** $y=x^3+20x^2+6$. **D.** $y=\dfrac{-4x+1}{x^2-2}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2

A. $y=-2x+7$. **B.** $y=-2x-1$. **C.** $y=-2x+4$. **D.** $y=-2x-4$.

Câu 26. Đường thẳng $y=b$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

A. $\lim\limits_{x\to b} f(x)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b$.

C. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=b$. **D.** $\lim\limits_{x\to b} f(x)=+\infty$.

Câu 27. Gọi A,B lần lượt là hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+4$, khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nối tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$

A. $S_{xq}=12\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq}=12\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=6\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq}=6\sqrt{3}\pi$.

Câu 29. Biết hàm số $y=\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$ đạt giá trị lớn nhất trên tập $\mathbb{R}$ bằng A tại điểm $x=a$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $\dfrac{1}{a^2}+A^2=13$. **B.** $\dfrac{1}{a^2}+1=\dfrac{1}{2}A^2$. **C.** $A^{\frac{1}{a}}=\sqrt[3]{9}$. **D.** $a\sqrt{5}=A$.

Câu 30. Bạn Nam gửi tiết kiệm số tiền $58.000.000$ đồng tại một ngân hàng với lãi suất $r\%$ một tháng. Sau 8 tháng, Nam mới rút một lần và nhận được $61.329.000$ đồng. (Biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi). Hỏi lãi suất hàng tháng gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $0,2\%$. **B.** $0,3\%$. **C.** $0,02\%$. **D.** 3%.

Câu 31. Cho tập $A=\{0;1;2;...;8\}$. Số các tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 1680. **B.** 3024. **C.** 4096. **D.** 2688.

Câu 32. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{3^x+1}{5^x}$ là

A. $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x\ln\dfrac{3}{5}-\left(\dfrac{1}{5}\right)^x\ln 5$. **B.** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x\ln 15+5^{-x}\ln 5$.

C. $x.\left(\frac{3}{5}\right)^{x-1}+x\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$. **D.** $x.\left(\frac{3}{5}\right)^{x-1}-x\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$.

Câu 33. Cho một hình nón có bán kính đáy bằng $2a$, và góc ở đỉnh bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq}=8\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=16\pi a^2$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.ABD$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x-m+1}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng mà nó xác định.

A. $m>3$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\geq -3$. **D.** $m\geq -1$.

Câu 36. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}\left(4x^2\right)\geq \log_{0,3}(12x-5)$. Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $m+M=3$. **D.** $m+M=2$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1)$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng K. Điều kiện đủ để hàm số nghịch biến trên K là

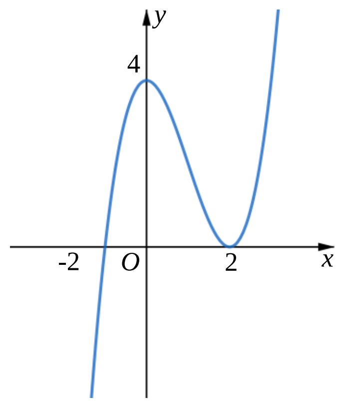
A. $f'(x)<0$ với mọi $x\in K$. **B.** $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in K$.

C. $f'(x)<0$ tại hữu hạn điểm thuộc K. **D.** $f'(x)\leq 0$ với mọi $x\in K$.

Câu 39. Cho ba hình cầu tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành một tam giác có các cạnh bằng $6,4$ và 5. Tích bán kính của ba mặt cầu trên là

A. 120. **B.** 225. **C.** 15. **D.** 40.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. Hàm số $y=f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=\frac{1}{e}$. **B.** Hàm số $y=f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=e^2$.

C. Hàm số $y=f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số $y=f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 41. Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 2, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi T là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDTEF$ bằng:

A. $\frac{34}{3}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** 12.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và góc $CAB=60^{\circ}$. Gọi E,F lần lượt trung điểm của AC và BC. Trên hai cạnh SA,SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao $PA=2PS$, $SQ=3QB$. Tính thể tích V của khối tứ diện $EFQP$?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{54}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **C.** $\frac{a^3 5\sqrt{6}}{144}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{27}$.

Câu 43. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $2a$, hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O,O_1, bán kính bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O_1 lấy điểm B sao cho $AB=\sqrt{7}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 44. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 18cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là:

A. $54\pi\text{cm}^3$. **B.** $9\pi\text{cm}^3$. **C.** $6\pi\text{cm}^3$. **D.** $27\pi\text{cm}^3$.

Câu 45. Một lớp học trong một trường cao đẳng nghề có 60 học viên, trong đó có 40 học viên học tiếng Anh, 30 học viên học tiếng Pháp và 20 học viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên hai học viên của lớp học này. Tính xác suất để hai học viên được chọn không học ngoại ngữ. Biết rằng trong này chỉ dạy hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{3}{118}$. **B.** 0. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{245}{354}$.

Câu 46. Xếp ngẫu nhiên 4 học sinh gồm 2 nam và 2 nữ vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy ghế có 2 ghế. Tính xác suất để 2 học sinh nam cùng ngồi vào một dãy ghế:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Câu 47. Cho mặt cầu diện tích bằng $32\pi a^2$. Khi đó bán kính của mặt cầu bằng:

A. $4\sqrt{2}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48. Hai cầu thủ bóng đá sut phạt đền, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn là $0,6$ và $0,7$. Xác suất để ít nhất một cầu thủ ghi bàn là:

A. $0,87$. **B.** $0,42$. **C.** $0,82$. **D.** $0,88$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi N là trung điểm SA. Mặt phẳng chứa CN và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E,F. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.CENF$.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Câu 50. Cho phương trình $\log_5^2 x - 2\log_5 x - m = \sqrt{m + \log_5 x}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình trên có nghiệm.

A. 4046. **B.** 2023. **C.** 2025. **D.** 2024.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.C	5.B	6.A	7.D	8.C	9.C	10.B
11.D	12.D	13.B	14.B	15.B	16.A	17.D	18.C	19.B	20.D
21.B	22.B	23.B	24.D	25.B	26.B	27.D	28.A	29.A	30.B
31.D	32.A	33.A	34.A	35.B	36.C	37.C	38.A	39.C	40.B
41.B	42.C	43.A	44.D	45.A	46.B	47.B	48.D	49.A	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho $\left(\sqrt{5}-2\right)^m < \left(\sqrt{5}-2\right)^n$. Khi đó:

A. $m<n$. **B.** $m-n$. **C.** $m\le n$. **D.** $m>n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt{5}-2<1$

Từ bất phương trình đã cho $\Rightarrow m>n$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{8}$, khoảng cách giữa 2 đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V=Bh=a^2\sqrt{8}.a\sqrt{6}=4a^3\sqrt{3}$.

Câu 3. Thể tích khối lăng trụ đứng có diện tích đáy B và có cạnh bên bằng h là

A. $\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đứng có diện tích đáy B và có cạnh bên bằng h là $V=Bh$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và có độ dài đường sinh $l=4$. Tính thể tích khối nón đã cho.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=3\pi\sqrt{13}$. **C.** $V=\pi\sqrt{13}$. **D.** $V=12\pi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{4^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{13}$

Thể tích của khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{13}=\pi\sqrt{13}$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{x-6}=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x+1}$ là

A. 1. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $-\frac{8}{5}$. **D.** $-\frac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x-6}=\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+1}\Leftrightarrow 2^{x-6}=2^{-2(3x+1)}\Leftrightarrow x-6=-6x-2\Leftrightarrow 7x=4\Leftrightarrow x=\frac{4}{7}$

(Hoặc dùng máy tính và thử nghiệm ở các đáp án với phím **SLOVE)**

Câu 6. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\left(\frac{5}{4}\right)^{x}$. **B.** $y=\frac{x+4}{x+3}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=\tan x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=\left(\frac{5}{4}\right)^{x}$ có cơ số $a=\frac{5}{4}>1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$

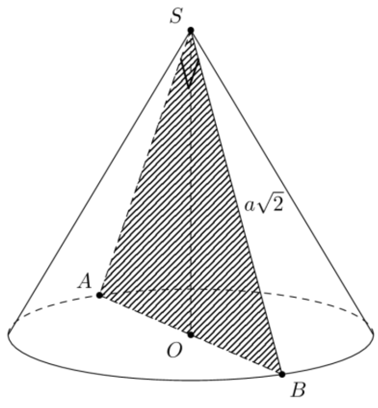
(Ngoài ra: các hàm số hàm số $y=\frac{x+4}{x+3}$, $y=x^4-2x^2+1$, $y=\tan x$ không thể đồng biến hoặc nghịch biến trên $\mathbb{R}$).

Câu 7. Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được một thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh bên $a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của nón.

A. $4\sqrt{2}a^2\pi$. **B.** $2\sqrt{2}a^2\pi$. **C.** $4a^2\pi$. **D.** $a^2\pi\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Lời giải

Chọn D



Do SAB là tam giác vuông cân nên $AB=\sqrt{2}\cdot a\sqrt{2}=2a$.

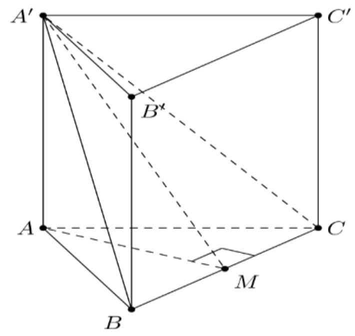
Xét hình nón, ta có $\begin{cases}OA=r=a\\ SB=l=a\sqrt{2}.\end{cases}\Rightarrow S_{tp}=S_{xq}+S_{d}=\pi rl+\pi r^2=a^2\pi\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy $a=4$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $10\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC. Khi đó, $A'M=\dfrac{2\cdot S_{A'BC}}{BC}=4$.

Ta có tam giác ABC đều $\Rightarrow \begin{cases} AM=\dfrac{4\cdot\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\Rightarrow AA'=\sqrt{A'M^2-AM^2}=2 \\ S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.4.2\sqrt{3}=4\sqrt{3}. \end{cases}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'\cdot S_{ABC}=8\sqrt{3}$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3-6x^2+1$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng.

A. -7. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=6x^2-12x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=2\notin[-1;1]. \end{array}\right.$

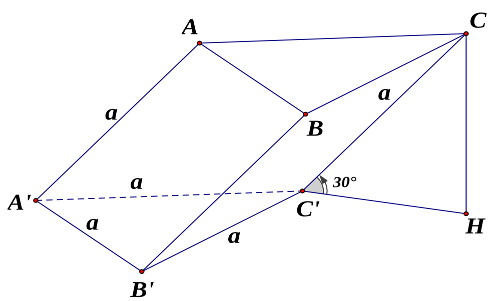
Khi đó $y(-1)=-7$, $y(0)=1$, $y(1)=-3$. Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=y(0)=1$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh bên tạo với đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi CH là đường cao của hình lăng trụ.

Xét tam giác $CC'H$ có $CH=CC'\sin CC'H=a.\sin 30°=\dfrac{a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Vậy thể tích cần tìm là: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.CH=\frac{\sqrt{3}}{4}.a^2.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y=\log_a x\,(0<a\neq 1)$ luôn đi qua điểm $(1;a)$.

D. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_{\frac{1}{a}} x\,(0<a\neq 1)$ thì đối xứng với nhau qua trục hoành.

Lời giải

Chọn D

Phương án A sai vì hàm số $y=\log_a x$ với $a>1$ là một hàm số đòng biến trên $(0;+\infty)$.

Phương án B sai vì hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Phướng án C sai vì với $x=1$ có $y=\log_a 1=0$.

Phương án D đúng vì $\log_{\frac{1}{a}} x=-\log_a x$.

Câu 12. Hàm số $\log_{\sqrt{7}}\frac{1}{x-8}$ có tập xác định là

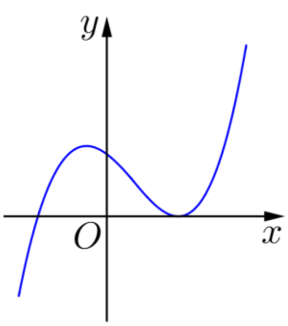
A. $(-\infty;8)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(8;+\infty)$.

Lời giải

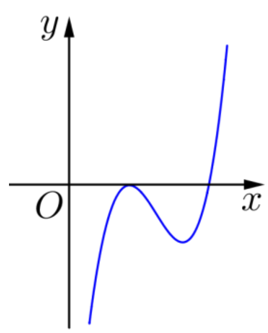
Chọn D

Điều kiện: $\frac{1}{x-8}>0\Leftrightarrow x>8$ suy ra tập xác định $D=(8;+\infty)$.

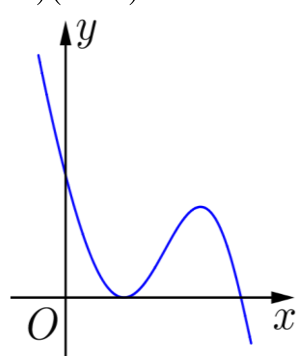
Câu 13. Hình vẽ nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ với $c>d>0$.



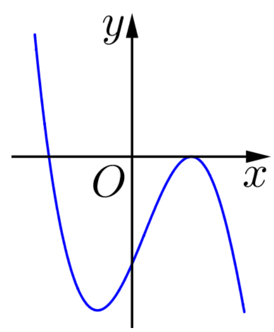
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn B

Với $0<d<c$ thì đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ theo thứ tự tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=d$, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=c$.

Mặt khác: Với $x \le c$ thì $y \le 0$ nên khi $x \le c$ thì đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành.
Vậy đồ thì hàm số là hình vẽ 2.

Câu 14. Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức $f(v) = \dfrac{386v}{v^2 + 2v + 5}$ (xe/giây), trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất

A. 5 km/h. **B.** $\sqrt{5}$ km/h. **C.** $\dfrac{193}{\sqrt{5}+1}$ km/h. **D.** $\dfrac{193}{\sqrt{5}-1}$ km/h.

Lời giải

Chọn B

Vì v là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm $\Rightarrow v > 0$ và $\dfrac{5}{v} > 0$

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có: $v + \dfrac{5}{v} \ge 2\sqrt{5} \Rightarrow v + \dfrac{5}{v} + 2 \ge 2\sqrt{5} + 2$

$$\Rightarrow \frac{386}{v + \frac{5}{v} + 2} \le \frac{386}{2\sqrt{5}+2} \Rightarrow f(v) = \frac{386v}{v^2 + 2v + 5} \le \frac{386}{2\sqrt{5}+2}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow v = \dfrac{5}{v} \Leftrightarrow v^2 = 5 \Leftrightarrow v = \sqrt{5}$ (vì $v > 0$)

Vậy vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm là $\sqrt{5}$ km/h thì lưu lượng xe là lớn nhất.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-\pi}$ là

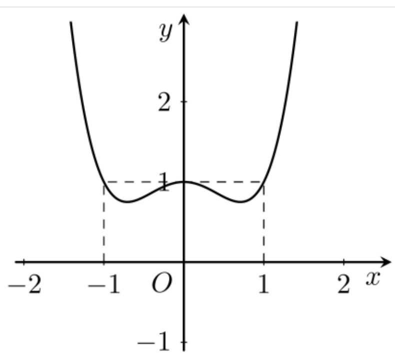
A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$
Vậy tập xác định của hàm số là $D = (3;+\infty)$.

Câu 16. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hàm số trùng phương có hệ số $a>0$ nên loại các phương án B, C, D

Chọn A vì hàm số $y=x^4-x^2+1$ có hệ số $a>0$ và có 3 cực trị vì $ab<0$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(m^2+4m+3)x+6m+9$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2=2x_2$.

A. $m=4$. **B.** $m=-2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **D.** $m=\pm\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2(m+2)x+m^2+4m+3$.

Hàm số đạt cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 khi và chỉ khi

$\Delta'>0 \Leftrightarrow (m+2)^2-(m^2+4m+3)>0 \Leftrightarrow 1>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+3 \\ x=m+1 \end{array}\right.$.

Theo đề bài ta có: $x_1^2=2x_2 \Leftrightarrow (m+1)^2=2(m+3) \Leftrightarrow m^2-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\sqrt{5} \\ m=\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Câu 18. Cho $\log_a b=\sqrt{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ là:

A. $\sqrt{5}+1$. **B.** $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}$. **D.** $\sqrt{5}-1$.

Lời giải

Chọn C

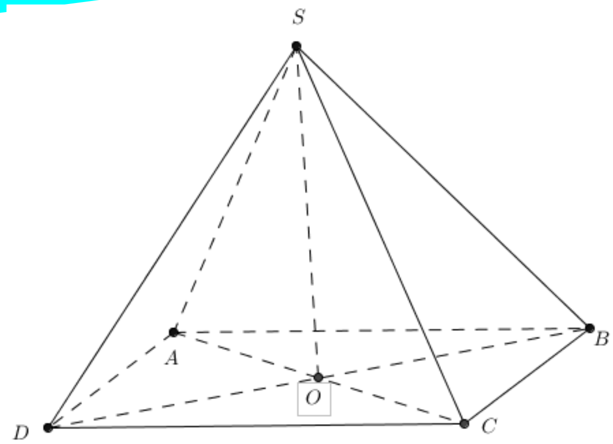
Ta có: $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\log_a\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\log_a\sqrt{b}-\frac{1}{2}}{\log_a\sqrt{b}-1}=\frac{\frac{1}{2}\log_a b-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{\frac{1}{2}.\sqrt{5}-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}.\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}$.

Câu 19. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



◆ Gọi $O = AC \cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OB$ và $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

◆ Ta có $S_{ABCD} = a^2$; $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{10}.a^2}{3} = \frac{\sqrt{10}a^3}{3}$.

Câu 20. Cho $b = \log_3 m$ với $0 < m \neq 1$ và $A = \log_m 27m$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A = (3-b)b$. **B.** $A = \frac{3-b}{b}$. **C.** $A = (3+b)b$. **D.** $A = \frac{3+b}{b}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $A = \log_m 27m = \log_m 27 + \log_m m = 3\log_m 3 + 1 = 3.\frac{1}{b} + 1 = \frac{3+b}{b}$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-4}{x+6}$ có phương trình là

A. $x = 22$. **B.** $x = -6$. **C.** $x = \frac{4}{3}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

◆ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

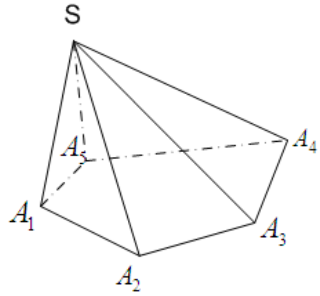
◆ Ta có $\lim\limits_{x \to -6^+} y = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -6^-} y = +\infty$. Vậy đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -6$.

Câu 22. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B



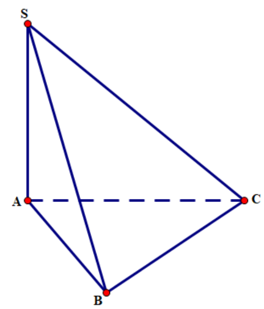
Hình chóp ngũ giác có 5 mặt bên và 1 mặt đáy nên có tất cả 6 mặt.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AC = 2a$, $SC = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỉ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{9\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AB = BC = a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{5}$.

$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Khi đó: $\frac{a^3}{3V} = \frac{a^3}{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{5}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 24. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang.

A. $y = \frac{2x^2 - 1}{x - 3}$. **B.** $y = x^4 - 10x^2 + 97$. **C.** $y = x^3 + 20x^2 + 6$. **D.** $y = \frac{-4x + 1}{x^2 - 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{-4x + 1}{x^2 - 2} = \lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x} \right) \cdot \lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{-4 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x^2}} \right) = 0$. Khi đó, đồ thị hàm số $y = \frac{-4x + 1}{x^2 - 2}$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=-2x+7$. **B.** $y=-2x-1$. **C.** $y=-2x+4$. **D.** $y=-2x-4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là

$y=y'_{(2)}(x-2)+y_{(2)}=-2(x-2)+3=-2x-1$.

Câu 26. Đường thẳng $y=b$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

A. $\lim\limits_{x\to b} f(x)=0$. **B.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b$.

C. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=b$. **D.** $\lim\limits_{x\to b} f(x)=+\infty$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y=b$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu nó thỏa mãn một trong số các điều kiện sau : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b$.

Câu 27. Gọi A,B lần lượt là hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+4$, khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+3$ và $y''=-6x$.

$y'=-3x^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1; y_{(1)}=6\\ x=-1; y_{(-1)}=2\end{array}\right.$.

$y''_{(1)}=-6<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

$y''_{(-1)}=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

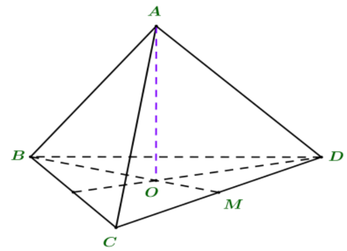
Suy ra hai điểm cực trị là $A(1;6)$ và $B(-1;2)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

Câu 28. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nối tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$

A. $S_{xq}=12\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq}=12\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=6\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq}=6\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp ΔBCD, khi đó O cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD

Cho nên $AO \perp (BCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD.

Bán kính r của đường tròn nội tiếp ΔBCD là:

$r = OM = \frac{1}{3}BM = \frac{1}{3}\sqrt{BC^2 - CM^2} = \frac{1}{3}\sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{3}$.

Đường cao h của hình trụ là:

$h = AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{2}{3}BM\right)^2} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{6}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\sqrt{3}.2\sqrt{6} = 12\sqrt{2}\,\pi$.

Câu 29. Biết hàm số $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+2}}$ đạt giá trị lớn nhất trên tập $\mathbb{R}$ bằng A tại điểm $x = a$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $\frac{1}{a^2} + A^2 = 13$. **B.** $\frac{1}{a^2} + 1 = \frac{1}{2}A^2$. **C.** $A^{\frac{1}{a}} = \sqrt[3]{9}$. **D.** $a\sqrt{5} = A$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có $y' = \dfrac{\sqrt{x^2+2} - (x+4)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}}{x^2+2} = \dfrac{2-4x}{\sqrt{x^2+2}\left(x^2+2\right)} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Ta có BBT của hàm số đã cho:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

Từ BBT suy ra $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 3, a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a^2} + A^2 = 13$.

Câu 30. Bạn Nam gửi tiết kiệm số tiền $58.000.000$ đồng tại một ngân hàng với lãi suất $r\%$ một tháng. Sau 8 tháng, Nam mới rút một lần và nhận được $61.329.000$ đồng. (Biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi). Hỏi lãi suất hàng tháng gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $0,2\%$. **B.** $0,3\%$. **C.** $0,02\%$. **D.** 3%.

Lời giải

Chọn B

Từ công thức lãi kép ta có: $A_n = A(1+r)^n$

Theo bài ra ta có:

$A_n = 61.329.000$, $n = 8$, $A = 58.000.000$.

Từ $A_n = A(1+r)^n \Rightarrow (1+r)^n = \dfrac{A_n}{A} \Rightarrow r = \sqrt[n]{\dfrac{A_n}{A}} - 1 = \sqrt[8]{\dfrac{61.329.000}{58.000.000}} - 1 \approx 0,7\%$.

Vậy r gần nhất với $0,3\%$.

Câu 31. Cho tập $A = \{0;1;2;...;8\}$. Số các tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 1680. **B.** 3024. **C.** 4096. **D.** 2688.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcd}$.

a có 8 cách chọn.

Có A_8^3 cách chọn 3 chữ số b, c, d.

Vậy có: $8.A_8^3 = 2688$ số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A.

Câu 32. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{3^x + 1}{5^x}$ là

A. $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x \ln\dfrac{3}{5} - \left(\dfrac{1}{5}\right)^x \ln 5$. **B.** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x \ln 15 + 5^{-x}\ln 5$.

C. $x.\left(\dfrac{3}{5}\right)^{x-1} + x\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-1}$. **D.** $x.\left(\dfrac{3}{5}\right)^{x-1} - x\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = \left(\frac{3^x+1}{5^x}\right)' = \frac{(3^x+1)'5^x - (5^x)'(3^x+1)}{(5^x)^2} = \frac{3^x\ln 3.5^x - 5^x\ln 5(3^x+1)}{(5^x)^2}$$

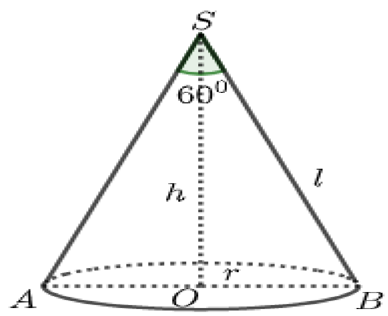
$$= \frac{15^x(\ln 3 - \ln 5) - 5^x\ln 5}{(5^x)^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^x \ln\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^x \ln 5.$$

Câu 33. Cho một hình nón có bán kính đáy bằng $2a$, và góc ở đỉnh bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 8\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = 16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



$OB = 2a \Rightarrow AB = 2OB = 4a$.

ΔSAB có $SA = SB$ và $\widehat{ASB} = 60°$. Do đó ΔSAB đều $\Rightarrow SA = 4a$.

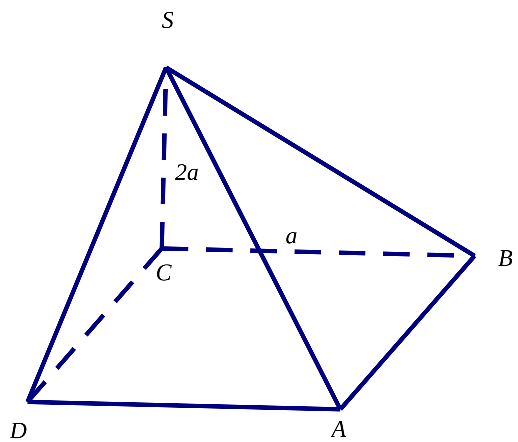
Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi.2a.4a = 8\pi a^2$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.ABD$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy bằng $S_{ABCD} = a.a = a^2$.

Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}.SC.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a.a^2 = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x - m + 1}{x + 2}$ đồng biến trên từng khoảng mà nó xác định.

A. $m > 3$. **B.** $m > -1$. **C.** $m \geq -3$. **D.** $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{2-(-m+1)}{(x+2)^2}=\dfrac{m+1}{(x+2)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định khi: $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Câu 36. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}\left(4x^2\right)\ge \log_{0,3}(12x-5)$. Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=1$. **C.** $m+M=3$. **D.** $m+M=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{0,3}\left(4x^2\right)\ge \log_{0,3}(12x-5) \Leftrightarrow \begin{cases}12x-5>0\\ 4x^2\le 12x-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\dfrac{5}{12}\\ 4x^2-12x+5\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x>\dfrac{5}{12}\\ \dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{5}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{5}{2}$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho $S=\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right]$.

Khi đó: $M=\dfrac{5}{2}$; $m=\dfrac{1}{2}$ và $m+M=\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{2}=3$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1)$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0 \Leftrightarrow m\left(9^x-2.6^x+4^x\right)\le 6^x \Leftrightarrow m\left(3^x-2^x\right)^2\le 6^x$ (1)

Khi $x=0$ thì bất phương trình thỏa mãn với mọi m.

Khi $x\ne 0$ thì

$(1)\Leftrightarrow m\le \dfrac{6^x}{\left(3^x-2^x\right)^2}=\dfrac{\left(\dfrac{3}{2}\right)^x}{\left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^x-1\right]^2}=\dfrac{t}{(t-1)^2}=f(t)$, với $t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^x\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$ khi $x\in(0;1)$.

Xét $f(t)=\dfrac{t}{(t-1)^2}\Rightarrow f'(t)=\dfrac{-(t+1)}{(t-1)^3}<0, \forall t\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Do đó

$m.9^x-(2m+1).6^x+m.4^x\le 0, \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow m\le f(t), \forall t\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right) \Leftrightarrow m\le \min\limits_{t\in\left(0;\frac{3}{2}\right)} f(t)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=6$.

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K. Điều kiện đủ để hàm số nghịch biến trên K là

A. $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$. **B.** $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in K$.

C. $f'(x) < 0$ tại hữu hạn điểm thuộc K. **D.** $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in K$.

Lời giải

Chọn A

Câu 39. Cho ba hình cầu tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành một tam giác có các cạnh bằng $6, 4$ và 5. Tích bán kính của ba mặt cầu trên là

A. 120. **B.** 225. **C.** 15. **D.** 40.

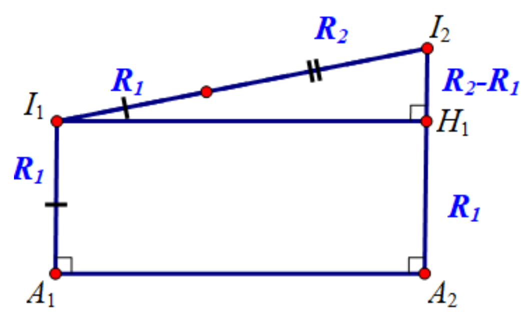
Lời giải

Chọn C

Gọi ba mặt cầu $(S_1), (S_2)$ và (S_3) đang xét có tâm lần lượt là I_1, I_2 và I_3, và bán kính tương ứng của ba hình cầu lần lượt là R_1, R_2 và R_3.

Ba mặt cầu $(S_1), (S_2)$ và (S_3) tiếp xúc với cùng một mặt phẳng lần lượt tại A_1, A_2 và A_3.

Theo giả thiết, không mất tổng quát ta giả sử $A_1A_2 = 4, A_1A_3 = 5, A_2A_3 = 6$. Khi đó $R_1 < R_2 < R_3$.



Xét hình thang vuông $A_1I_1I_2A_2$, kẻ $I_1H_1 // A_1A_2$ thì $I_1H_1 = A_1A_2 = 4$ và $I_1H_1 \perp I_2H_1$.

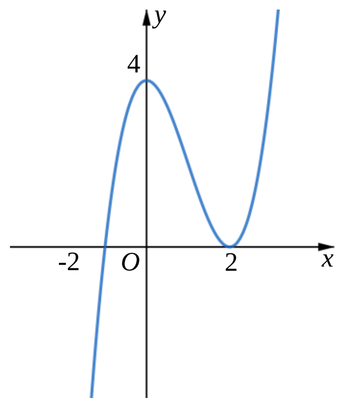
Trong tam giác vuông $I_1I_2H_1$: $I_1I_2^2 = I_1H_1^2 + I_2H_1^2$

$$\Leftrightarrow (R_1 + R_2)^2 = A_1A_2^2 + (R_2 - R_1)^2 \Leftrightarrow R_1R_2 = \left(\frac{A_1A_2}{2}\right)^2$$

Tương tự, ta có $R_2R_3 = \left(\frac{A_2A_3}{2}\right)^2$; $R_3R_1 = \left(\frac{A_1A_3}{2}\right)^2$.

Do đó $R_1R_2R_2 = \dfrac{A_1A_2.A_2A_3.A_3A_1}{2.2.2} = \dfrac{4.6.5}{8} = 15$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. Hàm số $y = f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$. **B.** Hàm số $y = f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x = e^2$.

C. Hàm số $y = f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$. **D.** Hàm số $y = f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

- $y = g\left(x\right) = f\left(\ln x\right)$; TXĐ: $x > 0$

$g'\left(x\right) = \frac{1}{x}.f'\left(\ln x\right)$; $g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = e^2 \end{array}\right.$

x	0		1		e^2		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

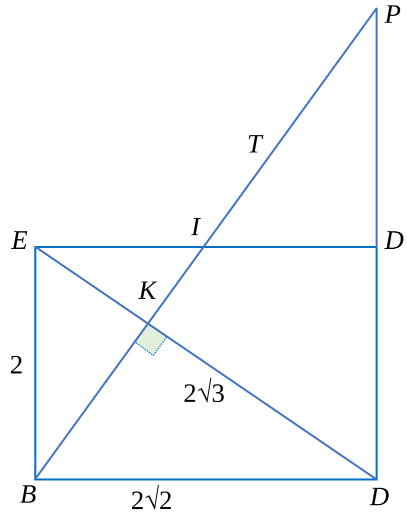
Từ BBT, ta thấy: hàm số $y = g\left(x\right) = f\left(\ln x\right)$ đạt cực tiểu tại $x = e^2$.

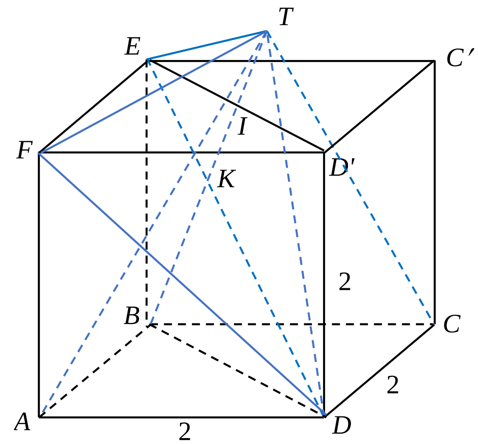
Câu 41. Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 2, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi T là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDTEF$ bằng:

A. $\frac{34}{3}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B





- Dựng hình lập phương $ABCD.FEC'D'$ như hình vẽ.
- $BDD'E$ là hình chữ nhật: $BD=2\sqrt{2}$; $ED=2\sqrt{3}$

$BT\cap ED'\equiv I$; $\dfrac{EI}{ED'}=\dfrac{EI}{BD}=\dfrac{EK}{DK}=\dfrac{EB^2}{DB^2}=\dfrac{2^2}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ I là trung điểm của ED'

- $V_{ABCDTEF}=V_{TABCD}+V_{TABEF}+V_{TADF}+V_{TBCE}$

+ Tính V_{TABCD}: $\dfrac{IK}{BK}=\dfrac{EI}{BD}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{IB}{BK}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow\dfrac{IB}{TB}=\dfrac{3}{4}$

$\mathrm{d}\left(T;\left(ABCD\right)\right)=\dfrac{TB}{IB}.\mathrm{d}\left(I;\left(ABCD\right)\right)=\dfrac{4}{3}.2=\dfrac{8}{3}$

$V_{T.ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.\mathrm{d}\left(T;\left(ABCD\right)\right)=\dfrac{1}{3}.2^2.\dfrac{8}{3}=\dfrac{32}{9}$

+ Tính V_{TABEF}: $\mathrm{d}\left(T;\left(ABEF\right)\right)=\dfrac{4}{3}.\mathrm{d}\left(I;\left(ABEF\right)\right)=\dfrac{4}{3}.1=\dfrac{4}{3}$

$V_{T.ABEF}=\dfrac{1}{3}.S_{ABEF}.\mathrm{d}\left(T;\left(ABEF\right)\right)=\dfrac{1}{3}.2^2.\dfrac{4}{3}=\dfrac{16}{9}$

+ Tính V_{TADF}: $\dfrac{IT}{IP}=\dfrac{IT}{IB}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{TP}{IP}=\dfrac{2}{3}$

$\mathrm{d}\left(T;\left(ADF\right)\right)=\dfrac{TP}{IP}.\mathrm{d}\left(I;\left(ADF\right)\right)=\dfrac{2}{3}.1=\dfrac{2}{3}$

$V_{T.ADF}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ADF}.\mathrm{d}\left(T;\left(ADF\right)\right)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2^2}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}$

+ Tính V_{TBCE}: $\mathrm{d}\left(T;\left(BCE\right)\right)=\dfrac{TB}{IB}.\mathrm{d}\left(I;\left(BCE\right)\right)=\dfrac{4}{3}.1=\dfrac{4}{3}$

$V_{T.BCE}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta BCE}.\mathrm{d}\left(T;\left(BCE\right)\right)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2^2}{2}.\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{9}$

Vậy: $V_{ABCDTEF}=V_{TABCD}+V_{TABEF}+V_{TADF}+V_{TBCE}=\dfrac{32}{9}+\dfrac{16}{9}+\dfrac{4}{9}+\dfrac{8}{9}=\dfrac{20}{3}$.

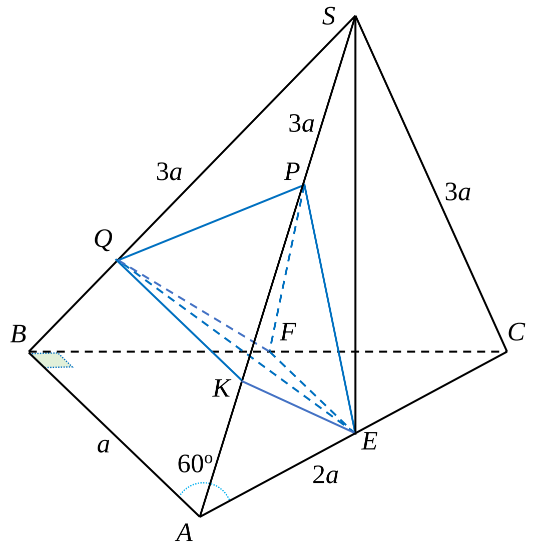
Đề xuất hướng giải khác từ GVPB: $V_{ABCDTEF}=V_{TDCEF}+\frac{1}{2}V_{ABCD.FEC'D'}$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và góc $CAB=60^{\circ}$. Gọi E,F lần lượt trung điểm của AC và BC. Trên hai cạnh SA,SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao $PA=2PS$, $SQ=3QB$. Tính thể tích V của khối tứ diện $EFQP$?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{54}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **C.** $\frac{a^3 5\sqrt{6}}{144}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{27}$.

Lời giải

Chọn C



◆ Xét ΔABC vuông tại B: $AC=\frac{AB}{\cos BAC}=\frac{a}{\cos 60^{\circ}}=2a$; $BC=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

◆ $SA=SB=SC$ $\Rightarrow$ chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $\Rightarrow SE\perp(ABC)$.

Xét ΔSAE vuông tại E: $SE=\sqrt{SA^2-AE^2}=\sqrt{(3a)^2-a^2}=2\sqrt{2}a$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SE=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}\right).2\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

◆ Thiết diện qua E,F,Q với hình chóp $S.ABC$ là hình thang $EFQK$: $EF//QK$.

$\frac{V_{S.KQE}}{V_{S.ABE}}=\frac{SK}{SA}.\frac{SQ}{SB}.\frac{SE}{SE}=\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.1=\frac{9}{16}\Rightarrow V_{S.KQE}=\frac{9}{16}.V_{S.ABE}=\frac{9}{16}.\frac{V_{S.ABC}}{2}=\frac{9}{16}.\frac{\sqrt{6}}{2.3}a^3=\frac{3\sqrt{6}}{32}a^3$.

◆ $SP=\frac{SA}{3}$; $SK=\frac{3SA}{4}\Rightarrow PK=SK-SP=\frac{5}{12}SA=\frac{5}{9}SK$.

$V_{P.KQE}=\frac{PK}{SK}.V_{S.KQE}=\frac{5}{9}.V_{S.KQE}=\frac{5}{9}.\frac{3\sqrt{6}}{32}a^3=\frac{5\sqrt{6}}{96}a^3$.

- $\dfrac{S_{\Delta EFQ}}{S_{\Delta KQE}} = \dfrac{EF}{KQ} = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{3a}{4}} = \dfrac{2}{3}$

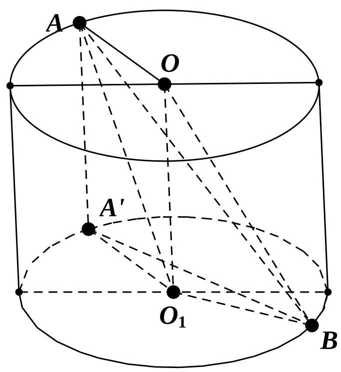
$\dfrac{V_{P.EFQ}}{V_{P.KQE}} = \dfrac{S_{\Delta EFQ}}{S_{\Delta KQE}} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow V_{P.EFQ} = \dfrac{2}{3}.V_{P.KQE} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{5\sqrt{6}}{96}a^3 = \dfrac{5\sqrt{6}}{144}a^3$.

Câu 43. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $2a$, hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O, O_1, bán kính bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O_1 lấy điểm B sao cho $AB = \sqrt{7}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{OO_1AB} = \dfrac{1}{6}OA.O_1B.d(OA, O_1B).\sin(OA, O_1B)$

+ Với $OA = O_1B = a; d(OA, O_1B) = 2a$

+ Trên đường tròn tâm O_1 lấy A' sao cho $OA // O_1A'$. Ta có: $BA' = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{3}a$.

Xét tam giác O_1BA' có $\cos BO_1A' = \dfrac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2a^2} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow BO_1A' = 120^o \Rightarrow \sin(OA, O_1B) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $V_{OO_1AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$

Câu 44. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 18cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là:

A. $54\pi \text{cm}^3$. **B.** $9\pi \text{cm}^3$. **C.** $6\pi \text{cm}^3$. **D.** $27\pi \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Gọi chiều cao và bán kính đáy của hình trụ là $h, R (0 < h, R)$

+ Ta có: $h + 2R = 9 \Leftrightarrow h = 9 - 2R$

+ Thể tích khối trụ là: $V = h.\pi.R^2 = \pi(9 - 2R)R^2 \overset{Cauchy}{\leq} \pi\left(\dfrac{9 - 2R + R + R}{3}\right)^3 = 27\pi$

Vậy, giá trị lớn nhất của khối trụ là: $27\pi \text{cm}^3$

Câu 45. Một lớp học trong một trường cao đẳng nghề có 60 học viên, trong đó có 40 học viên học tiếng Anh, 30 học viên học tiếng Pháp và 20 học viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên hai học viên của lớp học này. Tính xác suất để hai học viên được chọn không học ngoại ngữ. Biết rằng trong này chỉ dạy hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{3}{118}$. **B.** 0. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{245}{354}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi biến cố A là: hai học viên được chọn không học ngoại ngữ.

+ Không gian mẫu $|\Omega| = C_{60}^2$

+ Số học sinh của lớp không học ngoại ngữ là: $60 - (40 + 30 - 20) = 10$. Do đó, số phần tử thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_{10}^2$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{C_{10}^2}{C_{60}^2} = \frac{3}{118}$

Câu 46. Xếp ngẫu nhiên 4 học sinh gồm 2 nam và 2 nữ vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy ghế có 2 ghế. Tính xác suất để 2 học sinh nam cùng ngồi vào một dãy ghế:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|\Omega| = 4!$

Gọi A là biến cố: "2 học sinh nam cùng ngồi vào một dãy ghế". $\Rightarrow |\Omega_A| = 2.2.2$

Vậy xác suất để 2 học sinh nam cùng ngồi vào một dãy ghế là: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{3}$.

Câu 47. Cho mặt cầu diện tích bằng $32\pi a^2$. Khi đó bán kính của mặt cầu bằng:

A. $4\sqrt{2}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo gt: $S = 4\pi R^2 = 32\pi a^2 \Rightarrow R = 2\sqrt{2}a$.

Câu 48. Hai cầu thủ bóng đá sut phạt đền, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn là $0,6$ và $0,7$. Xác suất để ít nhất một cầu thủ ghi bàn là:

A. $0,87$. **B.** $0,42$. **C.** $0,82$. **D.** $0,88$.

Lời giải

Chọn D

Xác suất không ghi bàn của mỗi cầu thủ là $0,4$ và $0,3$.

Do đó xác suất để cả hai cầu thủ đều không ghi bàn là $0,4.0,3 = 0,12$.

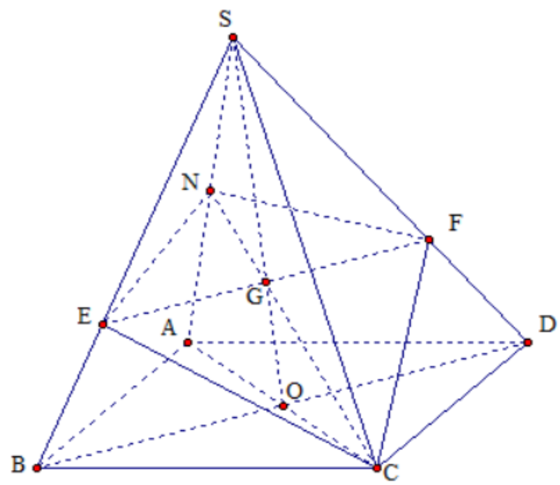
Vậy xác suất để ít nhất một cầu thủ ghi bàn là: $1 - 0,12 = 0,88$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi N là trung điểm SA. Mặt phẳng chứa CN và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E,F. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.CENF$.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, $G = SO \cap CN$, suy ra G là trọng tâm tam giác SAC.
Từ G kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E,F.

Suy ra: $\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có: $\frac{V_{S.CENF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.CEN} + V_{S.CNF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.CEN}}{2V_{S.CBA}} + \frac{V_{S.CNF}}{2V_{S.CAD}} = \frac{1}{2}\left[\frac{SC}{SC}.\frac{SE}{SB}.\frac{SN}{SA} + \frac{SC}{SC}.\frac{SN}{SA}.\frac{SF}{SD}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}.\frac{1}{2} + \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{3}$

Vậy $V_{S.CENF} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}V$

Câu 50. Cho phương trình $\log_5^2 x - 2\log_5 x - m = \sqrt{m + \log_5 x}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình trên có nghiệm.

A. 4046. **B.** 2023. **C.** 2025. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_5 x \ge -m \end{cases} \Rightarrow x \ge \frac{1}{5^m}$.

Đặt $t = \log_5 x$, $t \ge -m$

Ta có phương trình dạng: $t^2 - 2t - m = \sqrt{m + t}$ (*)

$\Leftrightarrow t^2 - \left(\sqrt{t + m}\right)^2 - \left(t + \sqrt{m + t}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(t-\sqrt{m+t}\right)\left(t+\sqrt{m+t}\right)-\left(t+\sqrt{m+t}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t+\sqrt{m+t}=0 & (1) \\ t-\sqrt{m+t}-1=0 & (2) \end{array}\right.$

◎ Phương trình $(1) \Leftrightarrow t=-\sqrt{m+t} \Leftrightarrow \begin{cases} t\le 0 \\ t^2-t-m=0 & (1a) \end{cases}$

Phương trình $(1a)$ có nghiệm khi $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow 1+4m\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -\frac{1}{4}$.

Với điều kiện $m\ge -\frac{1}{4}$ thì phương trình $(1a)$ có nghiệm $\begin{cases} t_1=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+4m}\right)>0 \\ t_2=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1+4m}\right) \end{cases}$.

Để t_2 là nghiệm của $(*)$ thì $-m\le \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1+4m}\right)\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2m\le 1-\sqrt{1+4m} \\ 1-\sqrt{1+4m}\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1+4m}\le 1+2m \\ \sqrt{1+4m}\ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m^2\ge 0 \\ m\ge 0 \end{cases}$ luôn thỏa mãn.

◎ Phương trình $(2) \Leftrightarrow t-1=\sqrt{m+t} \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge 1 \\ t^2-3t+1-m=0 & (2a) \end{cases}$.

Phương trình $(2a)$ có nghiệm khi $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow 5+m\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -5$.

Với điều kiện $m\ge -5$ thì phương trình $(2a)$ có nghiệm $\begin{cases} t_3=\frac{1}{2}\left(3+\sqrt{5+m}\right) \\ t_4=\frac{1}{2}\left(3-\sqrt{5+m}\right) \end{cases}$.

Để t_3 là nghiệm của $(*)$ thì $\begin{cases} \frac{1}{2}\left(3+\sqrt{5+m}\right)\ge 1 & (2b) \\ \frac{1}{2}\left(3+\sqrt{5+m}\right)\ge -m & (2c) \end{cases}$

Ta có $(2b)$ luôn đúng với mọi $m\ge -5$.

$(2c) \Leftrightarrow \sqrt{5+m}\ge -2m-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge -\frac{3}{2} \\ \begin{cases} -5\le m<-\frac{3}{2} \\ 4m^2+11m+4\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow m\ge \frac{-11-\sqrt{57}}{8}\approx -2,32$.

Vậy phương trình $(*)$ có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm, suy ra $m\in\{-2;-1;0;...;2022\}$. Có 2025 giá trị của m.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 05

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là

A. $y=-3$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=\dfrac{3}{4}$. **D.** $y=2$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $5^{x-2}=\dfrac{1}{125}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-5;2\right)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(-5;+\infty\right)$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2020}x^4-\dfrac{1}{2020}x^2+2021$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng

A. $2021-\dfrac{1}{8080}$. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** $2021-\dfrac{1}{4040}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\left(5;4;-3\right)$ đến trục Ox bằng

A. 25. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M\left(3;-5\right)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 7. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)$ bằng

A. $2+\log_a b$. **B.** $\dfrac{1}{2}+\log_a b$. **C.** $\dfrac{1}{2}-\log_a b$. **D.** $2-\log_a b$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M\left(3;-5\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(0,125\right)^{x^2-5}>64$ là

A. $\{-1;0;1\}$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. **D.** $\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

Câu 10. Cho mặt cầu có diện tích là 36π. Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho là

A. 27π. **B.** 81π. **C.** 36π. **D.** 108π.

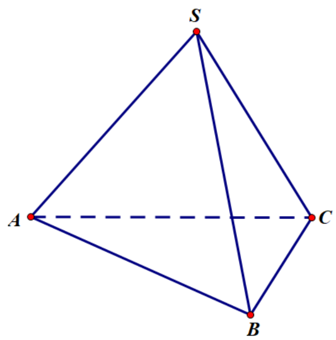
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;4;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+5z-3+\sqrt{2}=0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4 \\ z=-2-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4 \\ z=-2+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=4+5t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4+5t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z=4+(\sqrt{3}-1)i$ là

A. $\bar{z}=4-(1-\sqrt{3})i$. **B.** $\bar{z}=4+(1-\sqrt{3})i$. **C.** $\bar{z}=4+(\sqrt{3}+1)i$. **D.** $\bar{z}=4-(\sqrt{3}+1)i$.

Câu 13. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ và có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{2a}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên).



Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng:

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 14. Biết $\int_1^3 f(x)dx=5$ và $\int_1^3 g(x)dx=-7$. Giá trị của $\int_1^3 \left[3f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng:

A. -29. **B.** -31. **C.** 29. **D.** 31.

Câu 15. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy $a=3$ và chiều cao $h=5$.Tính thể tích của khối chóp.

A. 45. **B.** 15. **C.** 45π. **D.** 15π.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\log(-3x-6)$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log(3x-5)=2$ là

A. $x=30$. **B.** $x=40$. **C.** $x=36$. **D.** $x=35$.

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 45π. **C.** 15π. **D.** 36π.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(3x)$ là:

A. $x=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-3$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;1;3), B(2;1;5), C(4;3;-3)$ không thẳng hàng. Mặt phẳng qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x-2z-1=0$. **B.** $x-z+1=0$. **C.** $x+y-z+3=0$. **D.** $2x-y-z-1=0$.

Câu 21. Có bao nhiêu cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau?

A. 20. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 2.

Câu 22. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+2x-3+C$. Hỏi $f(x)$ là hàm số nào?

A. $f(x)=x^3+x^2-3x$. **B.** $f(x)=6x+2+C$.

C. $f(x)=6x+2$. **D.** $f(x)=x^3+x^2-3x+C$.

Câu 23. Cho khối nón có bán kính bằng 3 và khoảng cách từ tâm của đáy đến một đường sinh bất kì bằng $\dfrac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 24π.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2-5x+6)$ và hai trục tọa độ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{11\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{11}{4}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;-5;1)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $y+5=0$. **B.** $x+z-3=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $x+y+3=0$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=3-4i; z_2=2+i$. Số phức z_1+iz_2 bằng

A. $2-2i$. **B.** $2+2i$. **C.** $5+3i$. **D.** $5-3i$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 16. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 36.

Câu 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=-3$ và $u_5=13$. Giá trị u_9 bằng:

A. 25. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 29.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-2;-1;-3)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(2;1;3)$.

Câu 31. Cho hình nón có bán kính $r=6$ và chiều cao $h=8$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 60π. **B.** 64π. **C.** 120π. **D.** 80π.

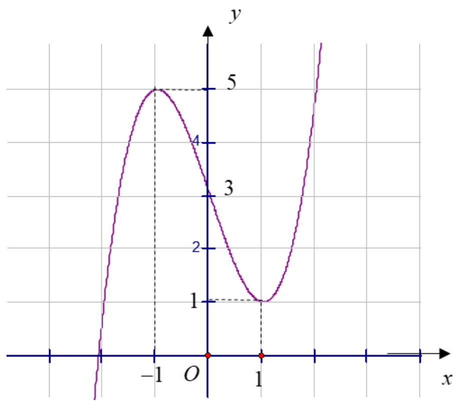
Câu 32. Biết $F(x)=\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^{\pi}[3f(x)+2]dx$ bằng

A. 2. **B.** $2\pi-6$. **C.** -4. **D.** 2π.

Câu 33. Biết $\log_7 12=a$, $\log_{12} 24=b$. Giá trị của $\log_{54}168$ được tính theo a và b là

A. $\dfrac{ab-1}{a(8+5b)}$. **B.** $\dfrac{ab+1}{a(8-5b)}$. **C.** $\dfrac{2ab+1}{8a-5b}$. **D.** $\dfrac{2ab+1}{8a+5b}$.

Câu 34. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\log 2021$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{2z-1}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(2;-3;2)$. **B.** $\vec{u}_3=(2;3;4)$. **C.** $\vec{u}_2=(2;-3;4)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;3;-4)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 37. Một người gửi tiền vào ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất $5,6\%$ một năm theo hình thức lãi kép (sau 1 năm sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 2 năm, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T=A.(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất (số tiền lấy theo đơn vị triệu đồng, làm tròn 3 chữ số thập phân)?

A. $385,392$ triệu đồng. **B.** $380,391$ triệu đồng.
C. $380,392$ triệu đồng. **D.** $381,329$ triệu đồng.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = 3+i$. Môđun của số phức $(z_1+z_2)\overline{z}_1\overline{z}_2$ bằng:

A. $5\sqrt{34}$. **B.** $4\sqrt{35}$. **C.** $5\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{43}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$. Tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $12\pi a^2$. **B.** $36\pi a^2$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $18\pi a^2$.

Câu 40. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 2|$ với đường thẳng $y = 2$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 41. Cho $F(x) = \dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x}$. Biết $f(x)$ có đạo hàm xác định với mọi $x \neq 0$. Tính $\int f'(x)e^x dx$.

A. $3x^2e^x - 6xe^x + 6e^x + C$. **B.** $x^2e^x - 6xe^x + 6e^x + C$.
C. $3x^2e^x + 6xe^x + 6e^x + C$. **D.** $3x^2e^x - 6xe^x + e^x + C$.

Câu 42. Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Xác suất để chọn một tam giác từ tập X là tam giác vuông nhưng không phải là tam giác cân bằng

A. $\dfrac{10}{57}$. **B.** $\dfrac{3}{19}$. **C.** $\dfrac{1}{57}$. **D.** $\dfrac{8}{57}$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - m - 6)x^3 + (m-3)x^2 - 2x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 44. Cho x, y là những số thự dương thả mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \le 0 \end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = \left[f(2x^2 + x)\right]^2$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2} - |x^2 - 1|\right|\right) = \dfrac{1}{2021}$ là

A. 14. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 47. Trong mặt phẳng (α) cho hai tia Ox, Oy sao cho $xOy = 60°$. Trên tia Oz vuông góc với (α) tại O, lấy điểm S sao cho $SO = a$. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên hai tia Ox, Oy sao cho $OM + ON = a$ ($a > 0$ và M, N khác O). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên hai cạnh SM, SN. Khi M, N di động trên hai tia Ox, Oy mặt cầu ngoại tiếp $MNHOK$ có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. πa^2. **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\dfrac{\pi a^2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục có đạo hàm trên $\left(-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right) \setminus \{0\}$, thỏa mãn $f(1) = 0$ và $f'(x) + x\left(e^{f(x)} + 2\right) + \dfrac{x}{e^{f(x)}} = 0$. Giá trị của $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

A. $\ln 7$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 6$. **D.** $\ln 5$.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $(4xy + 7y)(2x - 1)\left(e^{2xy} - e^{4x+y+7}\right) = \left[2x(2 - y) + y + 7\right]e^y$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \sqrt{3}a$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB, K là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK bằng

A. $\dfrac{\sqrt{105}a}{20}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{30}$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.A	5.C	6.A	7.A.B	8.B	9.D	10.C
11.B	12.B	13.A	14.D	15.B	16.D	17.D	18.B	19.B	20.B
21.C	22.C	23.A	24.D	25.A	26.A	27.B	28.C	29.D	30.A
31.A	32.B	33.B	34.A	35.C	36.C	37.C	38.A	39.A	40.B
41.B	42.D	43.D	44.A	45.B	46.B	47.D	48.A	49.A	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là

A. $y=-3$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=\dfrac{3}{4}$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x\neq 4$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x-2}{4-x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3-\frac{2}{x}}{\frac{4}{x}-1}=-3.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ có đường tiệm cận ngang là $y=-3$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $5^{x-2}=\dfrac{1}{125}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

$5^{x-2}=\dfrac{1}{125}=5^{-3}\Leftrightarrow x-2=-3\Leftrightarrow x=-1$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;2)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa theo BBT thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2020}x^4-\dfrac{1}{2020}x^2+2021$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng

A. $2021-\dfrac{1}{8080}$. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** $2021-\dfrac{1}{4040}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2020}x^4-\dfrac{1}{2020}x^2+2021$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$

• $f'\left(x\right)=\dfrac{4}{2020}x^3-\dfrac{1}{1010}x$

• $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

BBT

x	-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2021	$\searrow$	$f(-\frac{\sqrt{2}}{2})$	$\nearrow$	2021	$\searrow$	$f(\frac{\sqrt{2}}{2})$	$\nearrow$	2021

Dựa theo BBT thì $\min\limits_{x\in[-1;1]} f\left(x\right)=f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=2021-\dfrac{1}{8080}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\left(5;4;-3\right)$ đến trục Ox bằng

A. 25. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

• Hình chiếu của điểm $M\left(5;4;-3\right)$ lên trục Ox là $M'\left(0;4;-3\right)$.

• Khi đó: $d\left(M,Ox\right)=MM'=\sqrt{5^2+0+0}=5$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M\left(3;-5\right)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

• Theo bài ra ta có: $z=3-5i$.

• Khi đó: $w=z+2i=3-5i+2i=3-3i$.

Vậy phần ảo của số phức w bằng -3.

Câu 7. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)$ bằng

A. $2+\log_a b$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2}-\log_a b$. **D.** $2-\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$\log_{\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)=\log_{\sqrt{a}}a+\log_{\sqrt{a}}\sqrt{b}=2\log_a a+\log_a b=2+\log_a b$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, biết điểm $M\left(3;-5\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=3-5i\Rightarrow z+2i=3-3i$.

Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng -3.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(0,125\right)^{x^2-5}>64$ là

A. $\left\{-1;0;1\right\}$. **B.** $\left(-3;3\right)$. **C.** $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. **D.** $\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(0,125\right)^{x^2-5}>64\Leftrightarrow 2^{-3\left(x^2-5\right)}>2^6\Leftrightarrow x^2<3\Leftrightarrow -\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

Câu 10. Cho mặt cầu có diện tích là 36π. Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho là

A. 27π. **B.** 81π. **C.** 36π. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S=4\pi R^2=36\pi\Leftrightarrow R=3$. Thể tích khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi.R^3=36\pi$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;4;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+5z-3+\sqrt{2}=0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=4\\z=-2-5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=4\\z=-2+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=4+5t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=4+5t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $M(3;4;-2)$ và có vtcp $u(2;0;5)$ nên phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 4 \\ z = -2+5t \end{cases}$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 4 + (\sqrt{3}-1)i$ là

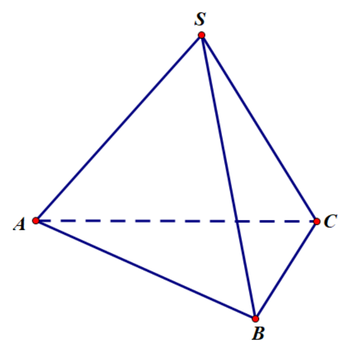
A. $\overline{z} = 4-(1-\sqrt{3})i$. **B.** $\overline{z} = 4+(1-\sqrt{3})i$. **C.** $\overline{z} = 4+(\sqrt{3}+1)i$. **D.** $\overline{z} = 4-(\sqrt{3}+1)i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = 4+(\sqrt{3}-1)i$ là $\overline{z} = 4-(\sqrt{3}-1)i = 4+(1-\sqrt{3})i$.

Câu 13. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ và có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{2a}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên).

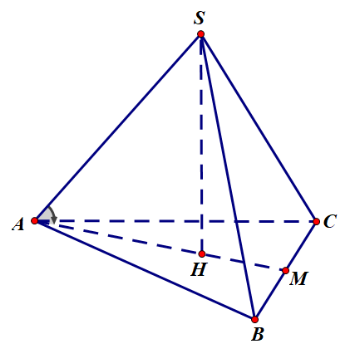


Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng:

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC và H là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có:

$SH \perp (ABC)$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Góc $\left(SA,(ABC)\right) = \left(SA, AH\right) = SAH$.

Tam giác SAH vuông tại H nên $\cos SAH = \frac{AH}{SA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SAH = 30°$.

Vậy góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $30°$.

Câu 14. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^3 g(x)dx = -7$. Giá trị của $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng:

A. -29. **B.** -31. **C.** 29. **D.** 31.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3\int_1^3 f(x)dx - 2\int_1^3 g(x)dx = 31$.

Câu 15. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy $a = 3$ và chiều cao $h = 5$.Tính thể tích của khối chóp.

A. 45. **B.** 15. **C.** 45π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn B

- Khối chóp đã cho là khối chóp tứ giác đều nên đáy phải là hình vuông. Suy ra diện tích đáy của khối chóp là: $S = a^2$.
- Vậy thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.3^2.5 = 15$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log(-3x - 6)$ là

A. $[-2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2]$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn D

- Hàm số xác định $\Leftrightarrow -3x - 6 > 0 \Leftrightarrow x < -2$.
- Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -2)$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log(3x - 5) = 2$ là

A. $x = 30$. **B.** $x = 40$. **C.** $x = 36$. **D.** $x = 35$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log(3x - 5) = 2 \Leftrightarrow 3x - 5 = 10^2 \Leftrightarrow x = 35$.

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 45π. **C.** 15π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = \pi r^2 h = \pi 3^2.5 = 45\pi$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(3x)$ là:

A. $x=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Chọn B

◆ Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ hàm số $y=f(3x)$ đạt cực tiểu tại x thoả mãn $3x=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz,$ cho ba điểm $A(4;1;3),B(2;1;5),C(4;3;-3)$ không thẳng hàng. Mặt phẳng qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x-2z-1=0$. **B.** $x-z+1=0$. **C.** $x+y-z+3=0$. **D.** $2x-y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

◆ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;0;2),\overrightarrow{BC}=(2;2;-8)$ và các trung điểm $I(3;1;4),J(3;2;1)$ lần lượt của AB,BC.

◆ Phương trình mặt phẳng (α) đi qua J và vuông góc với $\overrightarrow{BC}$ là

$2(x-3)+2(y-2)-8(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-8z-2=0 \Leftrightarrow x+y-4z-1=0$

◆ Tương tự phương trình mặt phẳng (β) đi qua I và vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ là $x-z+1=0$

◆ Hay $(\alpha),(\beta)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn BC,AB

◆ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x+3y+z-10=0$

◆ Tâm E đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì E giao 3 đường trung trực.

◆ Giao tuyến của mỗi mặt phẳng (α), (β) với mặt phẳng (ABC) cho ta một đường trung trực của tam giác ABC. Hay E là giao điểm của ba mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ và mặt phẳng (ABC) và là nghiệm của hệ sau: $\begin{cases} x+y-4z-1=0 \\ x-z+1=0 \\ x+3y+z-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-4z=1 \\ x-z=-1 \\ x+3y+z=10 \end{cases} \Leftrightarrow E\left(-\dfrac{6}{11};\dfrac{37}{11};\dfrac{5}{11}\right)$.

◆ Mặt phẳng qua tâm đường tròn ngoại tiếp E của tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là: $1\left(x+\dfrac{6}{11}\right)+0\left(y-\dfrac{37}{11}\right)-1\left(z-\dfrac{5}{11}\right)=0 \Leftrightarrow x-z+1=0$.

Cách 2:

Ta có tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thuộc mặt phẳng trung trực của cạnh AB. Do đó mặt phẳng cần tìm đi qua trung điểm $I(3;1;4)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;0;2)$ làm VTPT nên có phương trình:

$-2(x-3)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-z+1=0$.

Câu 21. Có bao nhiêu cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau?

A. 20. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- Ta có 5 loại khối đa diện đều nên số cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau là $C_5^2=10$ cách.

Câu 22. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+2x-3+C$. Hỏi $f(x)$ là hàm số nào?

A. $f(x)=x^3+x^2-3x$. **B.** $f(x)=6x+2+C$.

C. $f(x)=6x+2$. **D.** $f(x)=x^3+x^2-3x+C$.

Lời giải

Chọn C

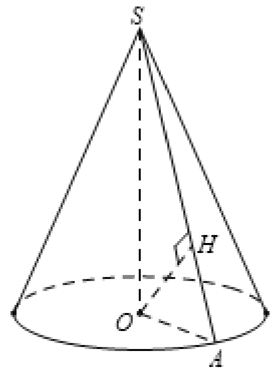
- $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+2x-3+C \Rightarrow f(x)=(3x^2+2x-3)'=6x+2$.

Câu 23. Cho khối nón có bán kính bằng 3 và khoảng cách từ tâm của đáy đến một đường sinh bất kì bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A



- Xét tam giác vuông SOA có đường cao OH, gọi $h=SO$ là chiều cao của khối nón ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OA^2}\Rightarrow\frac{5^2}{12^2}=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{h^2}\Leftrightarrow\frac{1}{h^2}=\frac{25}{144}-\frac{1}{9}=\frac{81}{144.9}=\frac{1}{16}\Rightarrow h=4.$$

- Vậy thể tích khối nón đã cho bằng $V=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-1)(x^2-5x+6)$ và hai trục tọa độ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{11\pi}{4}$. **D.** $\frac{11}{4}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $(x-1)(x^2-5x+6)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

◆ Diện tích cần tính là

$$S=\int_0^3 \left|(x-1)(x^2-5x+6)\right| dx$$

$$=\int_0^1 \left|(x-1)(x^2-5x+6)\right| dx+\int_1^2 \left|(x-1)(x^2-5x+6)\right| dx+\int_2^3 \left|(x-1)(x^2-5x+6)\right| dx$$

$$=\left|\int_0^1 (x-1)(x^2-5x+6) dx\right|+\left|\int_1^2 (x-1)(x^2-5x+6) dx\right|+\left|\int_2^3 (x-1)(x^2-5x+6) dx\right|=\frac{11}{4}$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;-5;1)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $y+5=0$. **B.** $x+z-3=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $x+y+3=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(Oxz): y=0$

Do (P) song song với (Oxz) nên (P) có phương trình $y+D=0,(D\neq 0)$.

Do (P) đi qua điểm $M(2;-5;1)$ nên ta có: $-5+D=0 \Leftrightarrow D=5$.

Suy ra $(P): y+5=0$

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=3-4i; z_2=2+i$. Số phức z_1+iz_2 bằng

A. $2-2i$. **B.** $2+2i$. **C.** $5+3i$. **D.** $5-3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1+iz_2=3-4i+i(2+i)=2-2i$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là 8, chiều cao là 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 16. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 36.

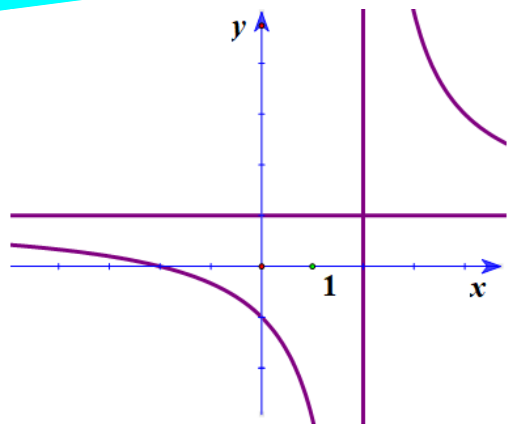
Lời giải

Chọn B

$V=B.h=8.6=48$.

Câu 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?

A. $y=\frac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=\frac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.



Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=2$. Ngoài ra, đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(-2;0)$ nên hàm số cần tìm là $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=-3$ và $u_5=13$. Giá trị u_9 bằng:

A. 25. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 29.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_5=u_1+4d=13 \Rightarrow d=4 \Rightarrow u_9=u_1+8d=29$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-2;-1;-3)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm là: $(-2;1;-3)$.

Câu 31. Cho hình nón có bán kính $r=6$ và chiều cao $h=8$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 60π. **B.** 64π. **C.** 120π. **D.** 80π.

Lời giải

Chọn A

$l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10 \Rightarrow S_{xq}=\pi rl=\pi.6.10=60\pi$.

Câu 32. Biết $F(x)=\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_0^{\pi}\left[3f(x)+2\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** $2\pi-6$. **C.** -4. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^{\pi}\left[3f\left(x\right)+2\right]dx=3\int_0^{\pi}f\left(x\right)+2\int_0^{\pi}dx=3\cos\pi-3\cos0+2\left(\pi-0\right)=2\pi-6.$$

Câu 33. Biết $\log_7 12=a$, $\log_{12}24=b$ .Giá trị của $\log_{54}168$ được tính theo a và b là

A. $\dfrac{ab-1}{a\left(8+5b\right)}$. **B.** $\dfrac{ab+1}{a\left(8-5b\right)}$. **C.** $\dfrac{2ab+1}{8a-5b}$. **D.** $\dfrac{2ab+1}{8a+5b}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có $\log_{12}24=b\Leftrightarrow\dfrac{\log_7 24}{\log_7 12}=b\Leftrightarrow\log_7 24=ab\Leftrightarrow\log_7 2+\log_7 12=ab$.

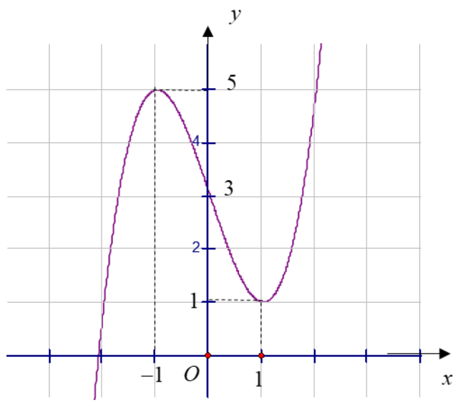
$\Leftrightarrow\log_7 2=ab-\log_7 12\Leftrightarrow\log_7 2=ab-a$.

Mặt khác: $\log_7 12=a\Leftrightarrow\log_7\left(2^2.3\right)=a\Leftrightarrow 2.\log_7 2+\log_7 3=a\Leftrightarrow\log_7 3=3a-2ab$

Suy ra:

$$\log_{54}168=\frac{\log_7 168}{\log_7 54}=\frac{\log_7\left(24.7\right)}{\log_7\left(2.3^3\right)}=\frac{\log_7 24+1}{\log_7 2+3\log_7 3}=\frac{ab+1}{ab-a+3\left(3a-2ab\right)}=\frac{ab+1}{a\left(8-5b\right)}.$$

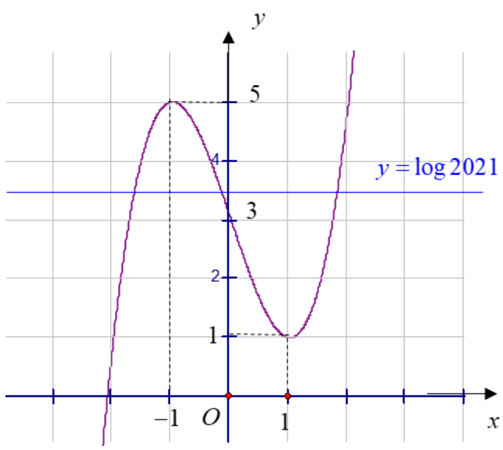
Câu 34. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=\log2021$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\log2021\simeq3,3056$.

Từ đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \log 2021$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = \log 2021$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{2z-1}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1 = (2;-3;2)$. **B.** $\vec{u}_3 = (2;3;4)$. **C.** $\vec{u}_2 = (2;-3;4)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2;3;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ có phương trình chính tắc là: $d: \dfrac{x-x_0}{u_1} = \dfrac{y-y_0}{u_2} = \dfrac{z-z_0}{u_3}$ $(u_1; u_2; u_3 \neq 0)$

Do đó: đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{2z-1}{4}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2;-3;4)$

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$f'(x) = (x+2)^2(x-1)^3(x-2)(x+2)(x-1)(x+1) = (x+2)^3(x-1)^4(x-2)(x-1)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x+2)^2 = 0 \\ (x-1)^3 = 0 \\ (x^2-4) = 0 \\ (x^2-1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$ $\quad$ -2 $\quad$ -1 $\quad$ 1 $\quad$ 2 $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $-$ 0 $+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 37. Một người gửi tiền vào ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất $5,6\%$ một năm theo hình thức lãi kép (sau 1 năm sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 2 năm, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A.(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất (số tiền lấy theo đơn vị triệu đồng, làm tròn 3 chữ số thập phân)?

A. $385,392$ triệu đồng. **B.** $380,391$ triệu đồng.

C. $380,392$ triệu đồng. **D.** $381,329$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

◆ Với số tiền 200 triệu đồng gửi lần thứ nhất, người gửi tiền sẽ nhận được số tiền (cả tiền gốc và lãi) sau đúng 5 năm là: $T_1 = A_1.(1+r_1)^n = 200.(1+5,6\%)^5$ (triệu đồng)

◆ Với số tiền 100 triệu đồng gửi lần thứ hai, người gửi tiền sẽ nhận được số tiền (cả tiền gốc và lãi) sau đúng 3 năm là: $T_2 = A_2.(1+r_2)^n = 100.(1+5,6\%)^3$ (triệu đồng)

◆ Tổng số tiền người gửi tiền nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất là:

$T = T_1 + T_1 = 200.(1+5,6\%)^5 + 100.(1+5,6\%)^3 \approx 380,3915$ (triệu đồng).

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = 3+i$. Môđun của số phức $(z_1+z_2)\overline{z}_1\overline{z}_2$ bằng:

A. $5\sqrt{34}$. **B.** $4\sqrt{35}$. **C.** $5\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{43}$.

Lời giải

Chọn A

◆ $z_1 = 1-2i$; $\overline{z}_1 = 1+2i$; $z_2 = 3+i$; $\overline{z}_2 = 3-i$

◆ $(z_1+z_2)\overline{z}_1\overline{z}_2 = (1-2i+3+i)(1+2i)(3-i) = 25+15i \Rightarrow |25+15i| = 5\sqrt{34}$.

Người làm: Bùi Thanh Sơn

Facebook: Bùi Thanh Sơn

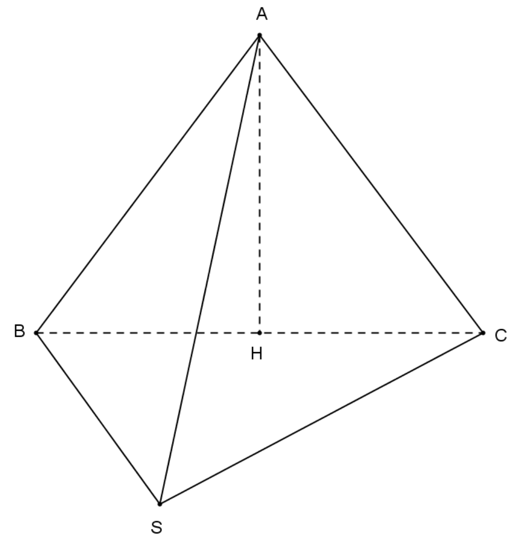
Email: phuongson1102@gmail.com

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$. Tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $12\pi a^2$. **B.** $36\pi a^2$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $18\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$

Từ gt$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ và H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC

Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ nằm trên SH, do đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow$Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và bằng $\dfrac{3a}{2\sin 60^\circ}=\sqrt{3}a$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S=4\pi\left(\sqrt{3}a\right)^2=12\pi a^2$.

Câu 40. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^4-4x^2+2\right|$ với đường thẳng $y=2$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left|x^4-4x^2+2\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4-4x^2+2=2 \\ x^4-4x^2+2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4-4x^2=0 \\ x^4-4x^2+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^4-4x^2+2\right|$ với đường thẳng $y=2$ là 5.

Người làm: Đường Ngọc Lan
Facebook: Đường Ngọc Lan
Email: duongngoclan@c3daimo.edu.vn

Câu 41. Cho $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x}$. Biết $f(x)$ có đạo hàm xác định với mọi $x\neq 0$. Tính $\int f'(x)e^x dx$.

A. $3x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$. **B.** $x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$.
C. $3x^2e^x+6xe^x+6e^x+C$. **D.** $3x^2e^x-6xe^x+e^x+C$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết $F'(x)=x^2=\dfrac{f(x)}{x}\Rightarrow f(x)=x^3\Rightarrow f'(x)=3x^2$.

$\int f'(x)e^x dx=\int 3x^2e^x dx=\int 3x^2 de^x$

$=3x^2e^x-\int e^x d3x^2$

$=3x^2e^x-6\int xe^x dx$

$=3x^2e^x-6\int x de^x$

$=3x^2e^x-6xe^x+6\int e^x dx$

$=3x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$

Câu 42. Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Xác suất để chọn một tam giác từ tập X là tam giác vuông nhưng không phải là tam giác cân bằng

A. $\dfrac{10}{57}$. **B.** $\dfrac{3}{19}$. **C.** $\dfrac{1}{57}$. **D.** $\dfrac{8}{57}$.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho là:

$C_{20}^3 = 1140 \Rightarrow n(X) = 1140$.

Đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp đường tròn sẽ có 10 đường chéo là đường kính của đường tròn đó.

Vì đã giác có 20 đỉnh (20 chia hết cho 4) nên mỗi đường kính sẽ có 1 đường kính vuông góc với nó. Suy ra mỗi đường kính cùng 16 đỉnh còn lại (không tính hai đỉnh tạo thành đường kính vuông góc với nó) sẽ tạo ra 16 tam giác vuông không cân.

Vậy có tất cả $10.16 = 160$ tam giác vuông không cân trong số 1140 tam giác được tạo thành.

Xác suất để chọn một tam giác vuông không cân từ tập X là: $\dfrac{160}{1140} = \dfrac{8}{57}$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - m - 6)x^3 + (m-3)x^2 - 2x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

GVSB: Thu Lê; GVPB: Huỳnh Đức Vũ

Chọn D

◆ $m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -2 \end{array}\right.$

$m = 3$, ta có hàm số $y = -2x + 1$, luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$m = -2$, ta có hàm số $y = -5x^2 - 2x + 1$, không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

◆ $y' = 3(m^2 - m - 6)x^2 + 2(m-3)x - 2$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - m - 6 < 0 \\ (m-3)^2 + 6(m-3)(m+2) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 3 \\ (m-3)(7m+9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 3 \\ -\dfrac{9}{7} < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{9}{7} < m < 3$

Vậy $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 44. Cho x, y là những số thự dương thả mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \le 0 \end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

GVSB: Thu Lê; GVPB: Huỳnh Đức Vũ

Chọn A

$x > 0, y > 0$

$x^2 - xy + 3 = 0 \;\; (1)$

$2x+3y-14\le 0\ (2)$

Từ (1) ta có $xy=x^2+3 \Leftrightarrow y=x+\frac{3}{x}$.

Thay vào (2) ta được

$2x+3x+\frac{9}{x}-14\le 0 \Leftrightarrow 5x^2-14x+9\le 0 \Leftrightarrow 1\le x\le \frac{9}{5}$.

Ta có $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x=3x^2\left(x+\frac{3}{x}\right)-x\left(x+\frac{3}{x}\right)^2-2x^3+2x=5x-\frac{9}{x}$.

Đặt $P=f(x)=5x-\frac{9}{x}$ trên $\left[1;\frac{9}{5}\right]$.

Ta có $f'(x)=5+\frac{9}{x^2}>0, \forall x\in\left[1;\frac{9}{5}\right]$

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\left[1;\frac{9}{5}\right]$.

Suy ra $\min\limits_{\left[1;\frac{9}{4}\right]} f(x)=f(1)=-4$; $\max\limits_{\left[1;\frac{9}{4}\right]} f(x)=f\left(\frac{9}{5}\right)=4$.

Vậy $\min P+\max P=0$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	5	↘	$-\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left[f\left(2x^2+x\right)\right]^2$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=2.(4x+1).f'\left(2x^2+x\right).f\left(2x^2+x\right)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2.(4x+1).f'\left(2x^2+x\right).f\left(2x^2+x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x+1=0\\ f'\left(2x^2+x\right)=0\\ f\left(2x^2+x\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{4}\\ 2x^2+x=-2\\ 2x^2+x=1\\ 2x^2+x=a\ (a>1)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{4}\\ 2x^2+x=-2\ (vn)\\ x=-1 \vee x=\frac{1}{2}\\ 2x^2+x=a\ (a>1)\quad (1)\end{array}\right. \quad (I)$$

Xét phương trình $2x^2+x-a=0$, có $\Delta=1+4a>0,\forall a>1$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Suy ra hệ (I) có 5 nghiệm đơn phân biệt theo thứ tự x_1,x_2,x_3,x_4,x_5

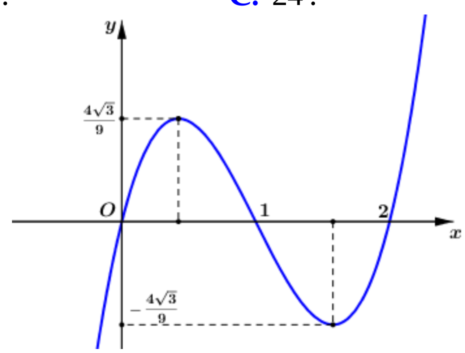
Lại có $g(x)=\left[f\left(2x^2+x\right)\right]^2$ nên hệ số lũy thừa cao nhất là số dương, ta có bảng xét dấu

x		x_1		x_2		x_3		x_4		x_5	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

Vậy đồ thị hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2}-\left|x^2-1\right|\right|\right)=\dfrac{1}{2021}$ là

A. 14. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 12.



Lời giải

FB tác giả: Phạm Trung Khuê

Chọn B

Xét $u(x)=\sqrt{4-x^2}-\left|x^2-1\right|=\begin{cases}\sqrt{4-x^2}-x^2+1, & -2\le x\le -1 \vee 1\le x\le 2\\ \sqrt{4-x^2}+x^2-1, & -1\le x\le 1\end{cases}$

$$u'(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}-2x\ , & -2\le x\le -1\vee 1\le x\le 2\\ -\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}+2x\ , & -1\le x\le 1\end{cases}$$

Khi $u'(x)=0\Leftrightarrow x=0$,

Từ đó ta được tập giá trị của $u(x)$ trên TXĐ $[-2;2]$ như sau

x	-2	-1	0	1	2
$u(x)$	-3	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-3

Bảng giá trị tương ứng của $|u(x)|$

$\lvert u(x)\rvert$	3	0	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	0	3

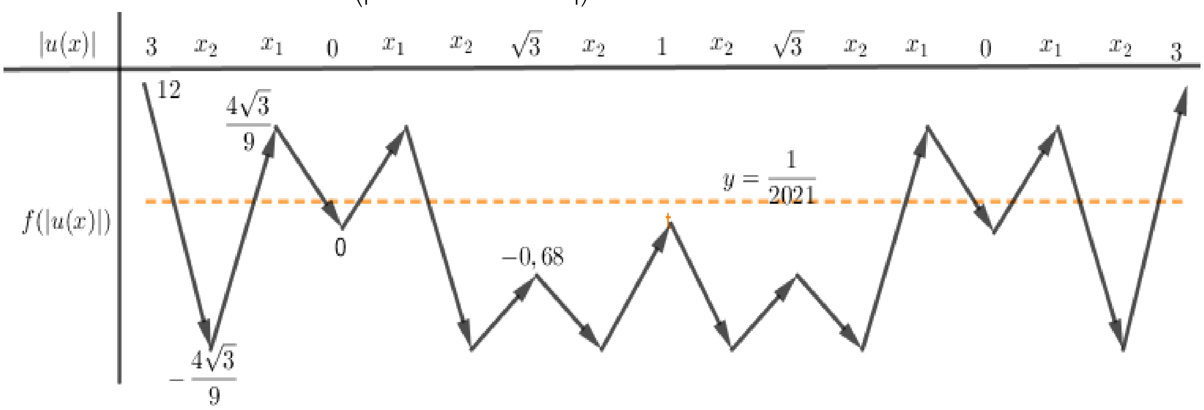
Từ đồ thị của $f(x)=ax(x-1)(x-2)=a(x^3-3x^2+2x)\Rightarrow f'(x)=a(3x^2-6x+2)$

Có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\approx 0,42\\ x_2=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\approx 1,57\end{array}\right.$ nên đồ thị đi qua điểm $\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{3};-\dfrac{4\sqrt{3}}{9}\right)$

Suy ra $a=2$, ta được $f(x)=2x(x-1)(x-2)$

Ta có $f(3)=12,\ f(0)=0,\ f(\sqrt{3})\approx -0,68$, $f(1)=f(0)=0,\ f(x_1)=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}, f(x_2)=-\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$,

Ta có BBT của hàm số $f\left(\left|\sqrt{4-x^2}-\left|x^2-1\right|\right|\right)$



Vậy phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2}-\left|x^2-1\right|\right|\right)=\dfrac{1}{2021}$ có 10 nghiệm phân biệt.

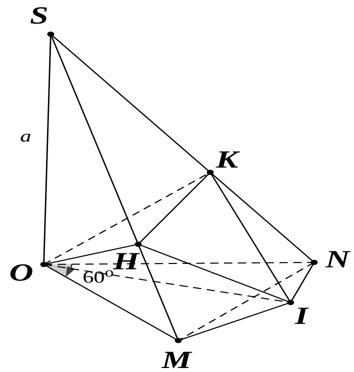
Câu 47. Trong mặt phẳng (α) cho hai tia Ox, Oy sao cho $xOy=60°$. Trên tia Oz vuông góc với (α) tại O, lấy điểm S sao cho $SO=a$. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên hai tia Ox, Oy sao cho $OM+ON=a$ ($a>0$ và M, N khác O). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên hai cạnh SM, SN. Khi M, N di động trên hai tia Ox, Oy mặt cầu ngoại tiếp $MNHOK$ có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. πa^2. **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\dfrac{\pi a^2}{3}$.

GVSB: Lê Đình Năng; GVPB:

Lời giải

Chọn D



Gọi OI là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN (1).
Khi đó, ta có $IM \perp OM$ tại M và $IM \perp SO$ (vì $SO \perp (OMN), IM \subset (OMN)$) suy ra $IM \perp (SOM)$ mà $OH \subset (SOM) \Rightarrow IM \perp OH$.

Lại có $OH \perp SM$ (gt) $\Rightarrow OH \perp (IMH) \Rightarrow OH \perp IH$ hay H thuộc mặt cầu đường kính OI (2).

Lập luận tương tự, ta cũng có K thuộc mặt cầu đường kính OI (3).
Từ (1), (2) và (3) suy ra OI là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp $MNHOK$.
Do đó $OI = 2R$, với R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $MNHOK$.
Diện tích mặt cầu đó ngoại tiếp $MNHOK$ bằng $S = 4\pi.R^2$.
Suy ra S đạt giá trị nhỏ nhất khi R đạt giá trị giá trị nhỏ nhất.
Xét tam giác OMN có

+) $2R = \dfrac{MN}{\sin MON} = \dfrac{MN}{\sin 60^\circ} = \dfrac{2MN}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow R = \dfrac{MN}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_{\min} \Leftrightarrow MN_{\min}$.

+) $MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2.OM.ON.\cos 60^\circ$

$= OM^2 + ON^2 - OM.ON = (OM + ON)^2 - 3.OM.ON \geq a^2 - 3.\left(\dfrac{OM + ON}{2}\right)^2 = \dfrac{a^2}{4}$.

$\Rightarrow MN_{\min} = \dfrac{a}{2}\ R_{\min} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$.

Khi đó diện tích của mặt cầu ngoại tiếp bằng $MNHOK$.

$S = 4\pi.\left(\dfrac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{\pi a^2}{3}$.

Nhận xét: Đề bài không chứa đáp án đúng. Đáp án D- là $\dfrac{2\pi a^2}{3}$ đã được sửa $\dfrac{\pi a^2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục có đạo hàm trên $(-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{0\}$, thỏa mãn $f(1) = 0$ và $f'(x) + x\left(e^{f(x)} + 2\right) + \dfrac{x}{e^{f(x)}} = 0$. Giá trị của $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

A. $\ln 7$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 6$. **D.** $\ln 5$.

GVSB: Lê Đình Năng; GVPB:

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$f'(x)+x\left(e^{f(x)}+2\right)+\frac{x}{e^{f(x)}}=0 \Leftrightarrow e^{f(x)}.f'(x)+x\left[e^{2f(x)}+2e^{f(x)}+1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow e^{f(x)}.f'(x)+x\left(e^{f(x)}+1\right)^2=0 \Leftrightarrow \frac{e^{f(x)}.f'(x)}{\left[e^{f(x)}+1\right]^2}=-x \Rightarrow \int\frac{e^{f(x)}.f'(x)}{\left[e^{f(x)}+1\right]^2}\mathrm{d}x=-\int x\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int\frac{\mathrm{d}\left(e^{f(x)}\right)}{\left[e^{f(x)}+1\right]^2}=-\int x\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{-1}{e^{f(x)}+1}=-\frac{x^2}{2}+C \Rightarrow \frac{1}{e^{f(x)}+1}=\frac{x^2}{2}-C\ (*)$$

Thay $x=1$ vào (*) và kết hợp giả thiết $f(1)=0$ ta có

$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-C \Rightarrow C=0$. Do đó $\frac{1}{e^{f(x)}+1}=\frac{x^2}{2} \Rightarrow e^{f(x)}=\frac{2}{x^2}-1 \Rightarrow f(x)=\ln\left(\frac{2}{x^2}-1\right)$.

Vì vậy, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\ln 7$.

Người làm: Cao Văn Kiên
Facebook: Kiên Cao Văn
Email: cvkien.maths@gmail.com

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $(4xy+7y)(2x-1)\left(e^{2xy}-e^{4x+y+7}\right)=\left[2x(2-y)+y+7\right]e^{y}$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

+) Nếu $(4xy+7y)(2x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}(l) \\ y=0 \\ x=-\frac{7}{4}(l) \end{array}\right.$.

Với $y=0$ thay vào phương trình ta được $x=-\frac{7}{4}$ (loại).

+) Nếu $(4xy+7y)(2x-1)\neq 0$

Ta có $(4xy+7y)(2x-1)\left(e^{2xy}-e^{4x+y+7}\right)=\left[2x(2-y)+y+7\right]e^{y}$

$$\Leftrightarrow \frac{e^{2xy}-e^{4x+y+7}}{e^{y}}=\frac{4x+7-y(2x-1)}{y(4x+7)(2x-1)}$$

$$\Leftrightarrow e^{2xy-y}-e^{4x+7}=\frac{1}{y(2x-1)}-\frac{1}{4x+7} \Leftrightarrow e^{y(2x-1)}-\frac{1}{y(2x-1)}=e^{4x+7}-\frac{1}{4x+7}\ (1).$$

Xét hàm số $f(t)=e^{t}-\frac{1}{t}$ trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $f'(t)=e^{t}+\frac{1}{t^2}>0$, với mọi $t\neq 0$

$\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

+) Nếu $(2xy-y)(4x+7)>0$ thì $(1)\Leftrightarrow f(2xy-y)=f(4x+7)\Leftrightarrow 2xy-y=4x+7$ thay lại ta được $y=\dfrac{4x+7}{2x-1}=2+\dfrac{9}{2x-1}$ do $x,y\in\mathbb{Z}$

Nên suy ra $9\vdots(2x-1)$ do đó $2x-1\in\{\pm1;\pm3;\pm9\}$ giả và thử lại ta được 6 cặp $(x;y)$.

+) Nếu $(2xy-y)(4x+7)\le 0\Rightarrow\begin{cases}2xy-y\ge 1\\4x+7\le -1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}2xy-y\le -1\\4x+7\ge 1\end{cases}$.

Trường hợp $\begin{cases}2xy-y\ge 1\\4x+7\le -1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}e^{2xy-y}-e^{4x+7}\ge e-\dfrac{1}{e}>2\\\dfrac{1}{2xy-y}-\dfrac{1}{4x+7}\le 1+1=2\end{cases}$ do đó phương trình không xảy ra.

Tương tự trường hợp $\begin{cases}2xy-y\le -1\\4x+7\ge 1\end{cases}$ cũng không xảy ra.

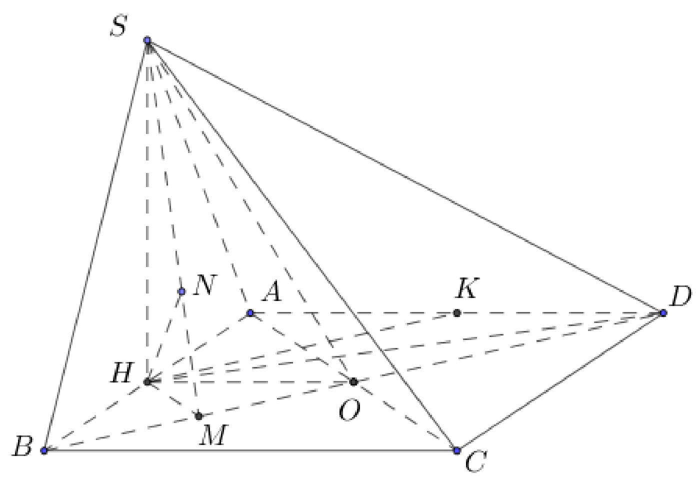
Vậy có 6 cặp $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\sqrt{3}a$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB, K là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK bằng

A. $\dfrac{\sqrt{105}a}{20}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{30}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có H là trung điểm của AB và ΔSAB cân tại $S\Rightarrow SH\perp AB$

Mà $(SAB)\perp(ABCD),(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Ta có $HK\,//\,BD, BD\subset(SBD)\Rightarrow HK\,//\,(SBD), SD\subset(SBD)$

$\Rightarrow d(HK,BD)=d(HK,(SBD))=d(H,(SBD))$

Cách 1:

Gọi M là trung điểm của $BO\Rightarrow HM\perp BD, BD\perp SH$

$\Rightarrow BD \perp (SHM), BD \subset (SBD) \Rightarrow (SHM) \perp (SBD)$

Trong tam giác SHM, kẻ $HN \perp SM \Rightarrow HN \perp (SBD) \Rightarrow d\left(H,(SBD)\right) = HN$

Ta có $HM = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{4}AC = \frac{\sqrt{2}a}{4}$; $HD = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{\sqrt{7}a}{2}$

Tam giác SHM vuông tại H, $HN \perp SM \Rightarrow HN = \frac{HM.SH}{\sqrt{HN^2 + SH^2}} = \frac{\sqrt{105}a}{30}$.

Vậy $d(HK, SD) = \frac{\sqrt{105}a}{30}$.

Cách 2:

Ta có tứ diện $SHBO$ vuông tại O, đặt $d\left(H,(SBD)\right) = d$

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HO^2} + \frac{1}{HS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{4}{7a^2} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{105}a}{30}.$$

Vậy $d(HK, SD) = \frac{\sqrt{105}a}{30}$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 06

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT LƯƠNG THẾ VINH – LẦN 2

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^3\left(x-2\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Một véctơ chỉ phương của d là

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(-1;3;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;3;-1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=\left(1;3;1\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(1;2;5\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=-2$.

Câu 4. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Giá trị của $\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2$ bằng

A. 10. **B.** 50. **C.** 5. **D.** 18.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2-2t\\y=4\\z=-3+6t\end{cases}$ và

$d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3t\end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1,d_2 chéo nhau. **B.** $d_1\equiv d_2$. **C.** $d_1\perp d_2$. **D.** $d_1 \parallel d_2$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$

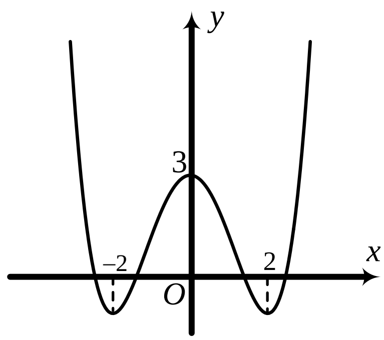
Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q. Số hạng tổng quát (u_n) được xác định theo công thức

A. $u_n=u_1.q^n$. **B.** $u_n=u_1.q^{n-1}$. **C.** $u_n=u_1.q^{n+1}$. **D.** $u_n=u_1+(n-1)q$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-4$ và $y=x-4$ xác định bởi công thức

A. $\int_0^2 (x-x^2)dx$. **B.** $\int_0^1 (x^2-x)dx$. **C.** $\int_0^1 (x-x^2)dx$. **D.** $\int_0^2 (x^2-x)dx$.

Câu 9. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(-2;4;-6)$. **C.** $(2;-4;6)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Câu 12. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l=5$ và bán kính đáy $r=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 30π **B.** 15π. **C.** 5π. **D.** 24π.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy là $r=2$ và chiều cao $h=\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối nón đã cho là?

A. $4\pi\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là?

A. $(-1;0;1)$. **B.** $(0;2;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là.

A. $3^x\log 3+C$. **B.** $3^x\ln 3+C$. **C.** $\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\frac{3^x}{\log 3}+C$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), ΔABC vuông tại B, $AB=a$, ΔSBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 17. Biết rằng phương trình $\log_2 x+\log_3 x=1+\log_2 x\log_3 x$ có hai nghiệm x_1; x_2. Giá trị của $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 13. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $3x-2y+2z+7=0$ và (β): $5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $x-y-2z=0$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $3^{3x+6}=\frac{1}{27}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=9$. **D.** $x=\frac{1}{9}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng (P): $x-3y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{11}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

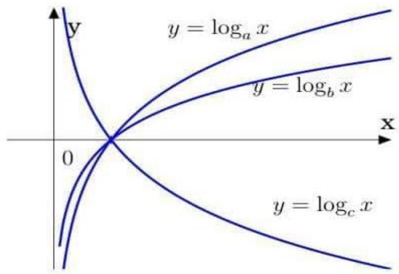
Câu 21. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 22. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thoả mãn $\frac{a+bi}{1-i}=3+2i$. Giá trị của tích ab bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 23. Cho các số $a,b,c>0$ và $a,b,c\neq 1$. Đồ thị của các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ đường cho bởi hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $c<b<a$. **B.** $b<a<c$. **C.** $c<a<b$. **D.** $a<b<c$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, ΔABD đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 25. Với biến đổi $u=\ln x$, tích phân $\int_e^3 \dfrac{1}{x\ln x}dx$ trở thành

A. $\int_e^3 \dfrac{1}{u}du$. **B.** $\int_0^{\ln 3} \dfrac{1}{u}du$. **C.** $\int_1^{e^3} \dfrac{1}{u}du$. **D.** $\int_1^{\ln 3} \dfrac{1}{u}du$.

Câu 26. Với các số $a,b>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^2}(ab)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $1+\dfrac{1}{2}\log_a b$. **C.** $2+2\log_a b$. **D.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số có ba chữ số?

A. 20. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 729.

Câu 28. Số phức $(2+4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

A. $-4-2i$. **B.** $-4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $4+2i$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 0. **B.** -9. **C.** $\dfrac{-2}{3}$. **D.** -1.

Câu 30. Với số thực dương a, biểu thức $e^{2\ln a}$ bằng

A. $\dfrac{1}{a^2}$. **B.** $2a$. **C.** a^2. **D.** $\dfrac{1}{2a}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

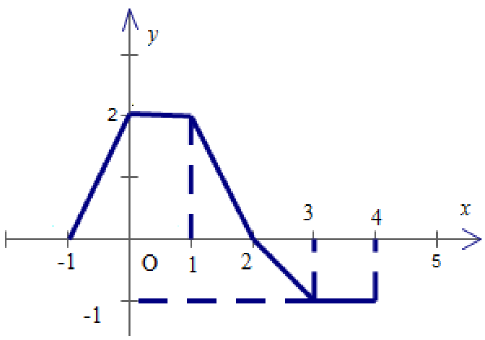
Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=1$ và $f(4)=2021$. Giá trị $I=\int\limits_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2018. **B.** 1010. **C.** -1008. **D.** 2018.

Câu 33. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tổng M^2+m^2 bằng

A. 58. **B.** 52. **C.** 65. **D.** 45.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ với $-1\le x\le 4$ có đồ thị các đoạn thẳng như hình bên.



Tích phân $I=\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $5,5$. **D.** $2,5$.

Câu 35. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2+(m-6)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

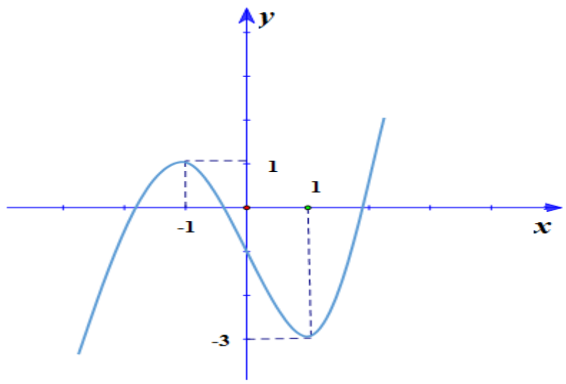
Câu 36. Cho hai số phức z_1; z_2 thỏa mãn $|z_1|=2$; $|z_2|=1$ và $|2z_1-3z_2|=4$. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1+2z_2|$.

A. $P=\sqrt{10}$. **B.** $P=\sqrt{11}$. **C.** $P=\sqrt{15}$. **D.** $P=2\sqrt{5}$.

Câu 37. Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0$ và $(\beta):x-2z-3=0$. Góc φ là góc giữa d và (P), tính φ.

A. $\varphi = 45^0$. **B.** $\varphi = 30^0$. **C.** $\varphi = 90^0$. **D.** $\varphi = 60^0$.

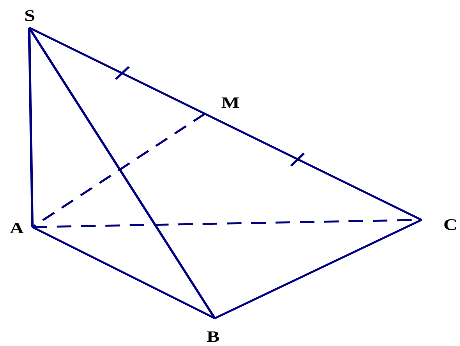
Câu 38. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(\left|x+2\right|\right)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tam giác vuông với $AB = AC = 2$. Cạnh bên $SA \perp$ đáy và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm của SC.



Tính khoảng cách giữa AM và BC.

A. $d\left(AM, BC\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d\left(AM, BC\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $d\left(AM, BC\right) = \frac{3\sqrt{22}}{11}$. **D.** $d\left(AM, BC\right) = \frac{\sqrt{22}}{6}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm AD. Diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là

A. $S_{mc} = 5\pi$. **B.** $S_{mc} = 3\pi$. **C.** $S_{mc} = 11\pi$. **D.** $S_{mc} = 2\pi$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - \left(2m-2\right).3^x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 42. Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{3}{14}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Câu 43. Trong không gian Oxy, cho điểm $M(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+6=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

A. $(2;8;2)$. **B.** $\left(3;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(1;3;5)$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m>0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **C.** $-5\le m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$

Câu 45. Cho a,b,c là các số thực và $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ thỏa mãn $f'(t)=f'(t+5)=2$ với t là hằng số. Giá trị $\int_t^{t+5} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{105}{2}$. **B.** $\frac{134}{3}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC. Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm của AA', G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'.OMG}=a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ.

A. $h=24a\sqrt{3}$. **B.** $h=36a\sqrt{3}$. **C.** $h=9a\sqrt{3}$. **D.** $h=18a\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho phương trình $x^{\log_{2020}(x^3)-a}=2021$, với a là số thực dương. Biết tích các nghiệm của phương trình là 32. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $1\le a\le 2$. **B.** $3\le a\le 4$. **C.** $4<a\le 5$. **D.** $2\le a<3$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ. Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos\varphi$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để phương trình $\log_3 x+\log_3(m-x)=2$ có nghiệm thực

A. 15. **B.** 14. **C.** 24. **D.** 23.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D=(2;+\infty)$ là

A. $-2\le m\le -1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m\le 0$.

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

-------------------HẾT-------------------

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.A	5.A	6.A	7.B	8.C	9.B	10.C
11.D	12.A	13.C	14.B	15.C	16.C	17.A	18.B	19.B	20.A
21.C	22.B	23.C	24.D	25.D	26.D	27.C	28.B	29.D	30.C
31.D	32.B	33.A	34.D	35.C	36.B	37.D	38.B	39.C	40.C
41.B	42.D	43.C	44.D	45.A	46.B	47.A	48	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(x-2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^3(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f_{CĐ}$	↘	f_{CT}	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=5-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Một véctơ chỉ phương của d là

A. $\overrightarrow{u_2}=(-1;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(1;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;2;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Giá trị của $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 10. **B.** 50. **C.** 5. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2+2z+5=0 \Rightarrow z_1=-1+2i; z_2=-1-2i \Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=5+5=10$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2-2t\\y=4\\z=-3+6t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3t\end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau. **B.** $d_1 \equiv d_2$. **C.** $d_1 \perp d_2$. **D.** d_1€d_2.

Lời giải

Chọn A

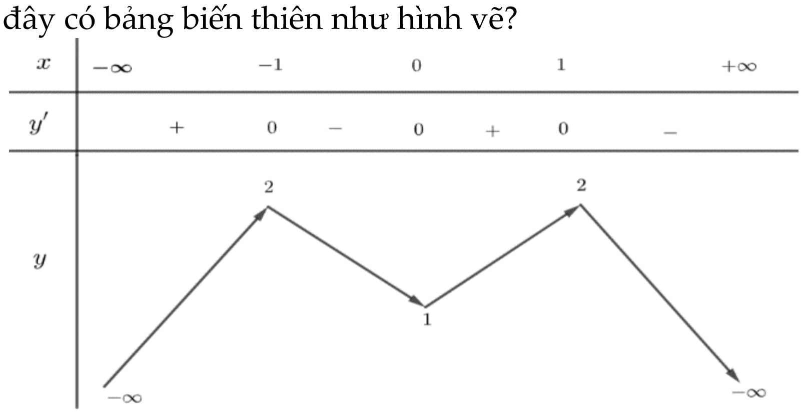
Ta có $\overrightarrow{u_1}=(-2;0;6), \overrightarrow{u_2}=(-1;2;3)$ nên hai véc tơ chỉ phương không cùng phương.

$\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=2+18=20$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

Giải hệ tọa độ giao điểm $\begin{cases}x=2-2t=1-s\\y=4=2+2s\\z=-3+6t=3s\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}t=0\\t=1\\s=1\end{cases} \Rightarrow$ vô lý.

Kết luận 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số dạng hình chữ M nên là hàm số trùng phương với $a<0$.

Như vậy $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q. Số hạng tổng quát (u_n) được xác định theo công thức

A. $u_n = u_1.q^n$. **B.** $u_n = u_1.q^{n-1}$. **C.** $u_n = u_1.q^{n+1}$. **D.** $u_n = u_1 + (n-1)q$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$ và $y = x - 4$ xác định bởi công thức

A. $\int_0^2 (x - x^2)dx$. **B.** $\int_0^1 (x^2 - x)dx$. **C.** $\int_0^1 (x - x^2)dx$. **D.** $\int_0^2 (x^2 - x)dx$.

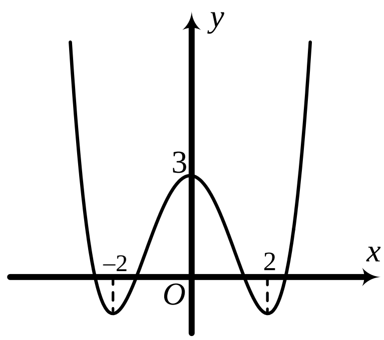
Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^2 - 4 = x - 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Diện tích của hình phẳng là: $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2)dx$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$ (1)

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.

Do hai đồ thị có 4 giao điểm nên (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(-2;4;-6)$. **C.** $(2;-4;6)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$ có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2+2}=4$.

Câu 12. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l=5$ và bán kính đáy $r=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 30π **B.** 15π. **C.** 5π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.5.3=30\pi$.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy là $r=2$ và chiều cao $h=\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối nón đã cho là?

A. $4\pi\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho là $V=\dfrac{1}{3}h.\pi r^2=\dfrac{1}{3}.\sqrt{3}.\pi 2^2=\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là?

A. $(-1;0;1)$. **B.** $(0;2;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tổng quát: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ lên trục Oy là $(0;y_M;0)$.

Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy có tọa độ là $(0;2;0)$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là.

A. $3^x\log 3+C$. **B.** $3^x\ln 3+C$. **C.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\dfrac{3^x}{\log 3}+C$.

Lời giải

Chọn C

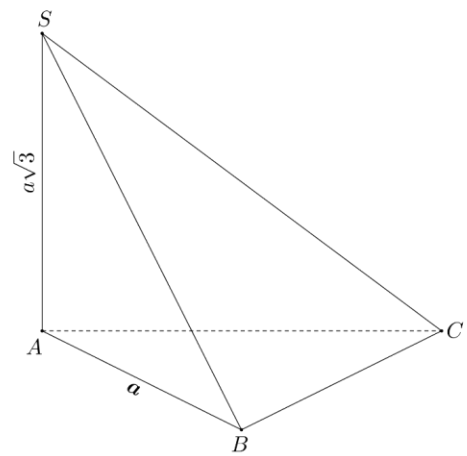
Theo công thức nguyên hàm cơ bản chọn **C.**

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), ΔABC vuông tại B, $AB=a$, ΔSBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AB$ và $SA\perp AC$

ΔABC vuông tại $B\Rightarrow AC>BC$; ΔSAC vuông tại $A\Rightarrow SC>AC\Rightarrow SC>BC$ (1)

Lại có: $SC^2=SA^2+AC^2$; $SB^2=SA^2+AB^2$, mà $AC>AB$ (do ΔABC vuông tại B)

$\Rightarrow SC^2>SB^2\Rightarrow SC>SB$ (2)

Từ (1), (2) và ΔSBC cân $\Leftrightarrow\Delta SBC$ cân tại B. Khi đó $BC=SB$

Ta lại có: $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{3a^2+a^2}=\sqrt{4a^2}=2a\Rightarrow BC=2a$

$\Rightarrow$ Diện tích ΔABC là $\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot a\cdot 2a=a^2$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Biết rằng phương trình $\log_2 x+\log_3 x=1+\log_2 x\log_3 x$ có hai nghiệm x_1; x_2. Giá trị của $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 13. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho xác định $\Leftrightarrow x>0$

Khi đó: $\log_2 x+\log_3 x=1+\log_2 x\log_3 x\Leftrightarrow\log_2 x-\log_2 x\log_3 x+\log_3 x-1=0$

$\Leftrightarrow\log_2 x(1-\log_3 x)-(1-\log_3 x)=0\Leftrightarrow(1-\log_3 x)(\log_2 x-1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\log_3 x=0\\ \log_2 x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_3 x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1=2$; $x_2=3\Rightarrow x_1^2+x_2^2=2^2+3^2=4+9=13$

Vậy $x_1^2+x_2^2=13$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $3x-2y+2z+7=0$ và (β): $5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $x-y-2z=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α): $3x-2y+2z+7=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;-2;2)$

Mặt phẳng (β): $5x-4y+3z+1=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(5;-4;3)$

Do mặt phẳng (P) đồng thời vuông góc với (α) và (β) nên (P) nhận véc tơ $\overrightarrow{n_1}$ và véc tơ $\overrightarrow{n_2}$ làm cặp véc tơ chỉ phương $\Rightarrow$ mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là:

$$\vec{n}=\left(\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -4 & 3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & 5\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3 & -2\\ 5 & -4\end{vmatrix}\right)=(-6+8;10-9;-12+10)=(2;1;-2)$$

Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-2)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $2x+y-2z=0$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $3^{3x+6}=\dfrac{1}{27}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=9$. **D.** $x=\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{3x+6}=\dfrac{1}{27}\Leftrightarrow 3^{3x+6}=3^{-3}\Leftrightarrow 3x+6=-3\Leftrightarrow x=-3$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{11}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d(M;(P))=\dfrac{|1-3\times 2+1-1|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+1^2}}=\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$.

Câu 21. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[1;2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 1$;

$\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{1}{\left(\sqrt{x-1}+1\right)} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{\left(\sqrt{x-1}+1\right)} = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 22. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thoả mãn $\dfrac{a+bi}{1-i} = 3+2i$. Giá trị của tích ab bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** -1. **D.** 1.

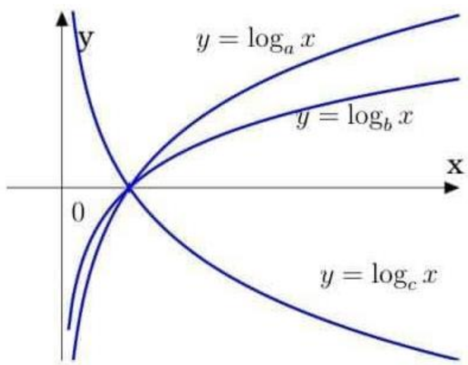
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\dfrac{a+bi}{1-i} = 3+2i \Leftrightarrow a+bi = (1-i)(3+2i) \Leftrightarrow a+bi = 5-i$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow ab = -5$

Câu 23. Cho các số $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$. Đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ đường cho bởi hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $c < b < a$. **B.** $b < a < c$. **C.** $c < a < b$. **D.** $a < b < c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\log_t x\right)' = \dfrac{1}{x.\ln t}$

Dựa vào đồ thị ta thấy, $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$ và $y = \log_a x, y = \log_b x$ đồng biến nên $a, b > 1$.

Mặt khác, ta thấy đồ thị $y = \log_a x$ nằm trên $y = \log_b x$ nên $a < b$

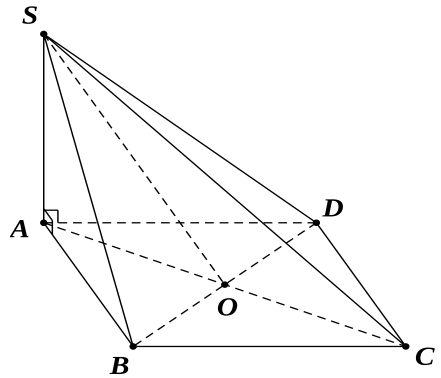
Vậy $c < a < b$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, ΔABD đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $ABCD$ là hình thoi có tâm là $O \Rightarrow O$ là trung điểm của BD.

Mà ΔABD đều nên $AO \perp BD$

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SO,(ABCD)) = SOA$

Xét ΔABO có: $AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Ta có: $\tan SAO=\dfrac{SA}{AO}=\dfrac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow SOA=60^\circ$

Câu 25. Với biến đổi $u=\ln x$, tích phân $\int\limits_e^3 \dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $\int\limits_e^3 \dfrac{1}{u}\mathrm{d}u$. **B.** $\int\limits_0^{\ln 3} \dfrac{1}{u}\mathrm{d}u$. **C.** $\int\limits_1^{e^3} \dfrac{1}{u}\mathrm{d}u$. **D.** $\int\limits_1^{\ln 3} \dfrac{1}{u}\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn D

Với $u=\ln x$ ta có $\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=e\Rightarrow u=1$, $x=3\Rightarrow u=\ln 3$.

Vậy $\int\limits_e^3 \dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^{\ln 3}\dfrac{1}{u}\mathrm{d}u$.

Câu 26. Với các số $a,b>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^2}(ab)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\log_a b$. **B.** $1+\frac{1}{2}\log_a b$. **C.** $2+2\log_a b$. **D.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}(ab)=\frac{1}{2}\log_a(ab)=\frac{1}{2}(1+\log_a b)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số có ba chữ số?

A. 20. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 729.

Lời giải

Chọn C

Gọi số có ba chữ số tạo ra từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $\overline{abc}$.

Khi đó: a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn, c có 6 cách chọn.

Vậy có: $6.6.6=216$ (số).

Câu 28. Số phức $(2+4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

A. $-4-2i$. **B.** $-4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $4+2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $(2+4i)i=2i+4i^2=2i-4=-4+2i$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2-3x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 0. **B.** -9. **C.** $\frac{-2}{3}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $y=\frac{x^2-3x}{x+1}\Rightarrow y'=\frac{(2x-3)(x+1)-(x^2-3x)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=-3\notin[0;2]\end{array}\right..$$

Ta có $\begin{cases}y(0)=0\\y(2)=-\frac{2}{3}\\y(1)=-1\end{cases}\Rightarrow \min\limits_{[0;2]} y=y(1)=-1$

Câu 30. Với số thực dương a, biểu thức $e^{2\ln a}$ bằng

A. $\frac{1}{a^2}$. **B.** $2a$. **C.** a^2. **D.** $\frac{1}{2a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $e^{2\ln a}=\left(e^{\ln a}\right)^2=a^2$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.
B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.
C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.
D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3+t;3+2t;-2-t)$; $B(5+3t';-1-2t';2-t')$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3t'-t+2;-2t'-2t-4;-t'+t+4)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d_3 là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Do d song song với d_3 nên $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$ cùng phương.

Khi đó $\dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-2t'-2t-4}{2}=\dfrac{-t'+t+4}{3}$

$$\begin{cases} \dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-2t'-2t-4}{2} \\ \dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-t'+t+4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t'=-8 \\ 10t'-4t=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=-1 \\ t=-2 \end{cases}.$$

Ta có $A(1;-1;0)$.

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=1$ và $f(4)=2021$. Giá trị $I=\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2018. **B.** 1010. **C.** -1008. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn B

Đặt $2x=t \Rightarrow 2\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Khi đó: Với $x=1 \Rightarrow t=2$; với $x=2 \Rightarrow t=4$.

Ta có $I=\dfrac{1}{2}\int_2^4 f'(t)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}f(t)\Big|_2^4=\dfrac{1}{2}[f(4)-f(2)]=\dfrac{1}{2}(2021-1)=1010$.

Câu 33. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tổng M^2+m^2 bằng

A. 58. **B.** 52. **C.** 65. **D.** 45.

Lời giải

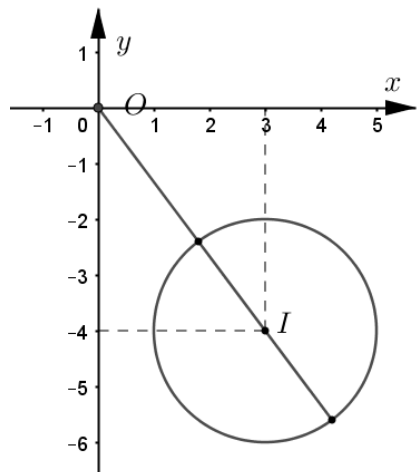
Chọn A

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Khi đó $|z-3+4i|=2 \Leftrightarrow |x+yi-3+4i|=2 \Leftrightarrow |x-3+(y+4)i|=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+4)^2=4$ có tâm $I(3;-4)$, bán kính $R=2$.



Gọi điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$ là $M(x;y)$.

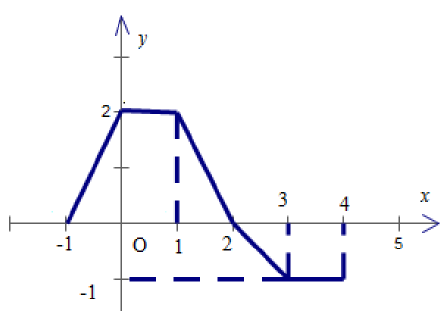
Khi đó $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=OM$ với O là gốc tọa độ.

$|z|_{\max} \Leftrightarrow OM_{\max}$, khi đó $OM=OI+R=\sqrt{3^2+(-4)^2}+2=7=M$

$|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}$, khi đó $OM=OI-R=\sqrt{3^2+(-4)^2}-2=3=m$.

Vậy $M^2+m^2=7^2+3^2=58$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ với $-1\le x\le 4$ có đồ thị các đoạn thẳng như hình bên.

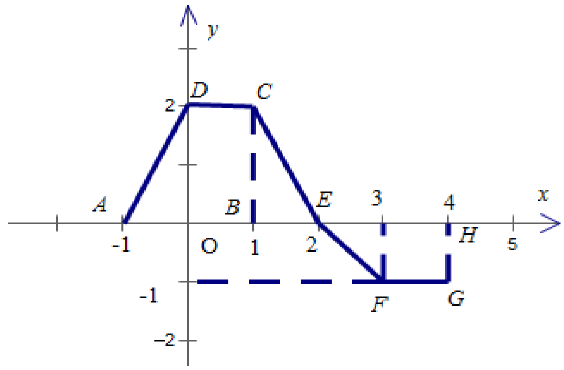


Tích phân $I=\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 5,5. **D.** 2,5.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $I=\int\limits_{-1}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Trong đó: $\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=S_{ABCD}=\frac{1}{2}.(1+2).2=3$.

$\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=S_{BCE}=\frac{1}{2}.1.2=1$; $\int\limits_{2}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-S_{EFGH}=-\frac{1}{2}(1+2).1=-\frac{3}{2}$.

Vậy $I=\int\limits_{-1}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x=3+1-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$.

Câu 35. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2+\left(m-6\right)x+1$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-2mx+m-6$.

$y'\le 0,\forall x\in\left[0;2\right]\Leftrightarrow 3x^2-2mx+m-6\le 0,\forall x\in\left[0;2\right]$.

$\Leftrightarrow\left(-2x+1\right)m\le 6-3x^2,\forall x\in\left[0;2\right]\ (1)$

+ Trường hợp 1: $0\le x<\frac{1}{2}$ thì $-2x+1>0$ nên

$(1)\Leftrightarrow m\le\frac{-3x^2+6}{-2x+1},\forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow m\le\frac{3x^2-6}{2x-1},\ \forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right).\ (2)$

Đặt $g\left(x\right)=\frac{3x^2-6}{2x-1}$, ta có $g'\left(x\right)=\frac{6\left(x^2-x+2\right)}{\left(2x-1\right)^2}>0,\ \forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right)$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	6 ↗	$+\infty$

Khi đó, $(2) \Leftrightarrow m \le 6$.

+ Trường hợp 2: $\frac{1}{2} < x \le 2$ thì $-2x+1<0$ nên

$(1) \Leftrightarrow m \ge \frac{-3x^2+6}{-2x+1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2};2\right] \Leftrightarrow m \ge \frac{3x^2-6}{2x-1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2};2\right]$. (3)

Đặt $g(x) = \frac{3x^2-6}{2x-1}$, ta có $g'(x) = \frac{6(x^2-x+2)}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2};2\right]$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}$	2
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	2

Khi đó, $(3) \Leftrightarrow m \ge 2$.

Kết hợp (2) và (3) ta có giá trị m cần tìm là $2 \le m \le 6$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2;3;4;5;6 \Rightarrow$ Có 5 giá trị nguyên.

Câu 36. Cho hai số phức z_1; z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2$; $|z_2| = 1$ và $|2z_1 - 3z_2| = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + 2z_2|$.

A. $P = \sqrt{10}$. **B.** $P = \sqrt{11}$. **C.** $P = \sqrt{15}$. **D.** $P = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1 = a + bi$; $z_2 = c + di$ $(a;b;c;d \in \mathbb{R})$.

Theo bài ra: $|z_1| = 2 \Leftrightarrow |a+bi| = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$. (1)

$|z_2| = 1 \Leftrightarrow |c+di| = 1 \Leftrightarrow c^2 + d^2 = 1$. (2)

$|2z_1 - 3z_2| = 4 \Leftrightarrow |2(a+bi) - 3(c+di)| = 4 \Leftrightarrow (2a-3c)^2 + (2b-3d)^2 = 16$.

$\Leftrightarrow 4a^2 - 12ac + 9c^2 + 4b^2 - 12bd + 9d^2 = 16$.

$\Leftrightarrow 4(a^2+b^2) + 9(c^2+d^2) - 12(ac+bd) = 16$. (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta được: $4.4+9.1-12(ac+bd)=16 \Leftrightarrow ac+bd=\frac{3}{4}$. (4)

Khi đó, $P=|z_1+2z_2|=|a+bi+2(c+di)|=\sqrt{(a+2c)^2+(b+2d)^2}$

$\sqrt{a^2+b^2+4(c^2+d^2)+4(ac+bd)}=\sqrt{4+4+4.\frac{3}{4}}=\sqrt{11}$.

Câu 37. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0$ và $(\beta):x-2z-3=0$. Góc φ là góc giữa d và (P), tính φ.

A. $\varphi=45^0$. **B.** $\varphi=30^0$. **C.** $\varphi=90^0$. **D.** $\varphi=60^0$.

Lời giải

Chọn D

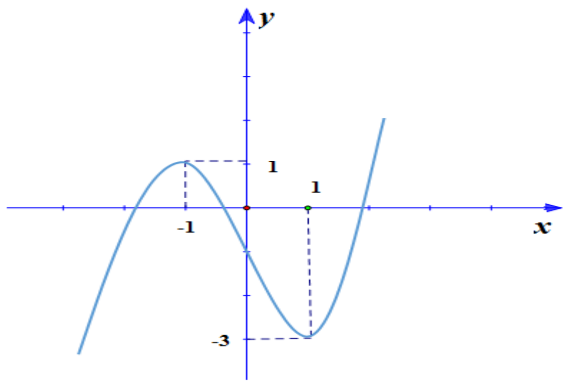
Ta có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(3;4;5)$.

Khi đó $\vec{u}_d=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_B}\right]=(2;1;1)$.

Áp dụng công thức ta có $\sin((P),d)=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\frac{|3.2+4.1+5.1|}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}.\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\varphi=60^0$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x+2|)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Tịnh tiến hàm số $y=f(x)$ sang trái hai đơn vị ta được hàm số $y=f(x+2)$

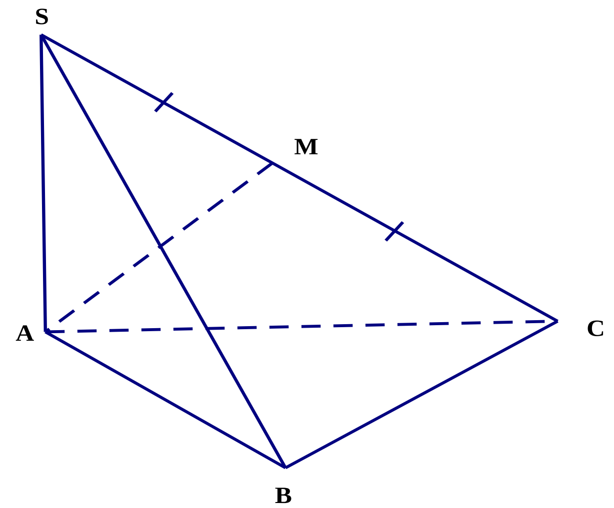
Đồ thị hàm số $y=f(|x+2|)$. có được gồm 2 phần.

Phần 1: Là phần đồ thị $y=f(x+2)$ nằm phía bên phải Oy.

Phần 2: Là phần đồ thị đối xứng qua Oy.

Khi đó đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tam giác vuông với $AB=AC=2$. Cạnh bên $SA\perp$ đáy và $SA=3$. Gọi M là trung điểm của SC.



Tính khoảng cách giữa AM và BC.

A. $d\left(AM,BC\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.　　**B.** $d\left(AM,BC\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $d\left(AM,BC\right)=\dfrac{3\sqrt{22}}{11}$.　　**D.** $d\left(AM,BC\right)=\dfrac{\sqrt{22}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gắn hệ trụ tọa độ ta có $A(0;0;0)$ là gốc tọa độ, $S(0;0;3),B(2;0;0),C(0;2;0)$.

Điểm $M\left(0;1;\dfrac{3}{2}\right)$. Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(0;1;\dfrac{3}{2}\right),\overrightarrow{BC}=(-2;2;0)$

Gọi $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BC}\right]=(-3;-3;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua $B(2;0;0)$ nhận $\vec{n}=(-3;-3;2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

$(P):-3x-3y+2z+6=0.$

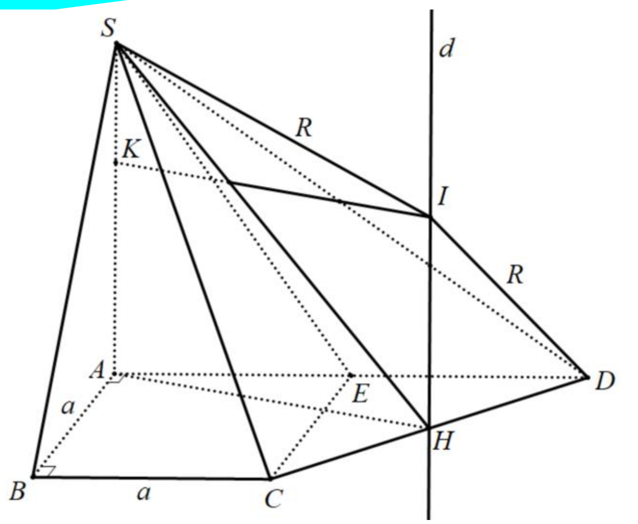
Ta có $d\left(AM,BC\right)=d\left(A,(P)\right)=\dfrac{\left|-3.0-3.0+2.0+6\right|}{\sqrt{(-3)^2+(-3)^2+2^2}}=\dfrac{3\sqrt{22}}{11}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=1$, $AD=2$. Cạnh bên $SA=1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm AD. Diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là

A. $S_{mc}=5\pi$.　　**B.** $S_{mc}=3\pi$.　　**C.** $S_{mc}=11\pi$.　　**D.** $S_{mc}=2\pi$.

Lời giải

Chọn C



◆ Đặt $AB = BC = a, AD = 2a, SA = a$ với $a = 1$.

Gọi H là trung điểm của CD và d là đường thẳng đi qua H và vuông góc với đáy. Gọi I và R là tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$. Suy ra I thuộc d. Đặt $IH = x$. Trong mp $(ASIH)$ kẻ đường thẳng đi qua I và song song với AH cắt AS tại K.

◆ Ta thấy tứ giác $ABCE$ là hình vuông vì $AE // BC, AE = BC = AB = a, ABC = 90°$

$\Rightarrow CED = 90°, CE = a \Rightarrow CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $ID^2 = IH^2 + HD^2 = x^2 + \dfrac{a^2}{2}$.

Mặt khác vì $AE = CE = ED = a \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp AC$.

Khi đó $IS^2 = IK^2 + KS^2 = AH^2 + KS^2 = AC^2 + CH^2 + KS^2 = 2a^2 + \dfrac{a^2}{2} + (a - x)^2$.

Suy ra: $x^2 + \dfrac{a^2}{2} = 2a^2 + \dfrac{a^2}{2} + (a - x)^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{3a}{2}$.

◆ Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là $R = ID = \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} + \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 11\pi a^2 = 11\pi$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - (2m-2).3^x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - (2m-2)t - m + 4 = 0$ $(*)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 + m - 4 > 0 \\ S = 2m - 2 > 0 \\ P = -m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 3 > 0 \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{1+\sqrt{13}}{2} \\ m < \dfrac{1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right. \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} < m < 4.$$

- Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3$.Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa mãn ycbt.

Câu 42. Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác
nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác
màu là

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{3}{14}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn D

- Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.
- Gọi A là biến cố: “Ba quả cầu được chọn là khác màu ”. Ta có: $n(A) = C_5^1.C_4^1.C_3^1 = 60$.
- Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

A. $(2;8;2)$. **B.** $\left(3;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(1;3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của M trên mp (P), khi đó $MH \perp (P)$, suy ra $H \in MH$ với

$MH: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$, do đó $H(2+2t;3-t;4-t) \in (P)$ hay $2(2+2t) - (3-t) - (4-t) + 6 = 0$

$\Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow H\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -4 \\ m>0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **C.** $-5\le m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x)=x^3+3x^2+m+1$.

+ Nếu $f(1)=0\Rightarrow m=-5$. Khi đó $f(x)=x^3+3x^2-4=(x-1)(x+2)^2$ nên

$y=\dfrac{x-1}{f(x)}=\dfrac{1}{(x-2)^2}$. Như vậy, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=2$.

+ Nếu $m\ne -5$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $f(x)$ có đúng 1 nghiệm thực khác 1.

Xét $f(x)=x^3+3x^2+m+1$ có $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$ và hàm số đạt cực đại tại $x=-2, f(-2)=m+5$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=0, f(0)=m+1$.

Để $f(x)=x^3+3x^2+m+1$ có đúng 1 nghiệm thực khi

$$\left[\begin{array}{l} f(-2)<0 \\ f(0)>0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m+5<0 \\ m+1>0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right..$$

Vậy đồ thi hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng khi $\left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m>-1 \end{array}\right.$.

Câu 45. Cho a,b,c là các số thực và $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ thỏa mãn $f'(t)=f'(t+5)=2$ với t là hằng số. Giá trị $\int\limits_t^{t+5} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{105}{2}$. **B.** $\dfrac{134}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{19}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$. Vì $f'(t)=f'(t+5)=2$ nên t và $t+5$ là hai nghiệm của phương trình $f'(x)-2=0\Leftrightarrow 3x^2+2ax+b-2=0$.

Theo Viet ta có $\begin{cases} t+t+5=-\dfrac{2a}{3} \\ t(t+5)=\dfrac{b-2}{3} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=-\dfrac{3}{2}(2t+5) \\ b=3(t^2+5t)+2 \end{cases}$.

Do đó

$$I=\int\limits_t^{t+5} f'(x)\mathrm{d}x=f(t+5)-f(t)=\left[(t+5)^3-t^3\right]+a\left[(t+5)^2-t^2\right]+b\left[(t+5)-t\right]$$

$$=\left[(t+5-t)^3+3t(t+5)(t+5-t)\right]+a.5.(2t+5)+5b$$

$=125+15\left(t^2+5t\right)-\dfrac{15}{2}(2t+5)^2+5\left[3\left(t^2+5t\right)+2\right]$

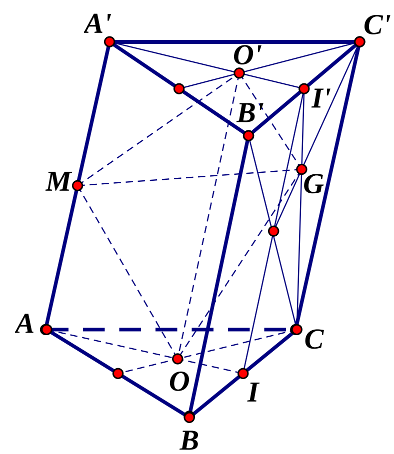
$=135+30\left(t^2+5t\right)-\dfrac{15}{2}\left(4t^2+20t+25\right)=-\dfrac{105}{2}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC. Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm của AA', G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'.OMG}=a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ.

A. $h=24a\sqrt{3}$. **B.** $h=36a\sqrt{3}$. **C.** $h=9a\sqrt{3}$. **D.** $h=18a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Ta có $AA'//(OO'G)$

suy ra $V_{O'.OMG}=V_{M.OO'G}=V_{A.OO'G}=V_{G.AOO'}=\dfrac{1}{2}V_{G.AOO'A'}==\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}V_{G.AII'A'}=\dfrac{1}{3}V_{G.AII'A'}$

$=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}V_{C'.AII'A'}=\dfrac{1}{9}.\dfrac{2}{3}V_{AIC.A'I'C'}=\dfrac{2}{27}V_{AIC.A'I'C'}=a^3\Rightarrow V_{AIC.A'I'C'}=\dfrac{27}{2}a^3$

hay $\dfrac{1}{2}h.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{27}{2}a^3\Leftrightarrow h.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=27a\Leftrightarrow h=\dfrac{27.4.a}{\sqrt{3}}=36a\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho phương trình $x^{\log_{2020}\left(x^3\right)-a}=2021$, với a là số thực dương. Biết tích các nghiệm của phương trình là 32. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $1\le a\le 2$. **B.** $3\le a\le 4$. **C.** $4<a\le 5$. **D.** $2\le a<3$.

Lời giải

Chọn A

$x^{\log_{2020}\left(x^3\right)-a}=2021\Leftrightarrow \log_{2020}\left[x^{\log_{2020}\left(x^3\right)-a}\right]=\log_{2020}2021$

$\Leftrightarrow\left(3\log_{2020}x-a\right)\log_{2020}x-\log_{2020}2021=0\Leftrightarrow 3\left(\log_{2020}x\right)^2-a\log_{2020}x-\log_{2020}2021=0$ (*)

$x_1.x_2=32\Rightarrow\log_{2020}\left(x_1.x_2\right)=\log_{2020}x_1+\log_{2020}x_2=\log_{2020}32$

Mà $\log_{2020}x_1+\log_{2020}x_2=\dfrac{a}{3}\Rightarrow a=3.\log_{2020}32$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ. Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos\varphi$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(1;2;2)$

Đường thẳng d đi qua $O(0;0;0)$ và có vtcp $\vec{u}=(3;2;2)$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(3;-1;-1)$ và có vtcp $\vec{u'}=(a;b;c)$

Ta có $\sin\varphi=\frac{\left|\vec{u'}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u'}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|a+2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

Lại có $d(d,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\vec{OA}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$

$\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(2c-2b;2a-3c;3b-2a)$

$d(d,\Delta)=3\Leftrightarrow\frac{|3(2c-2b)+3c-2a+2a-3b|}{\sqrt{(2c-2b)^2+(2a-3c)^2+(3b-2a)^2}}=3$

$\Leftrightarrow\frac{|9(c-b)|}{\sqrt{8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc}}=3$

$\Leftrightarrow 81(c-b)^2=9\left(8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc\right)$

$\Leftrightarrow 9(c-b)^2=8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc$

$\Leftrightarrow 9c^2-18bc+9b^2=8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc$

$\Leftrightarrow 8a^2+8b^2+8c^2-12ab-12ac+10bc=0\Leftrightarrow 4a^2+2b^2+2c^2-6ab-6ac+5bc=0$

$\Leftrightarrow 4a^2+2(b+c)^2-6a(b+c)=-bc$

Khi đó $\sin\varphi=\frac{|a+2(b+c)|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|a+2(b+c)|}{3\sqrt{a^2+(b+c)^2-2bc}}$

$=\frac{|a+2(b+c)|}{3\sqrt{a^2+(b+c)^2+8a^2+4(b+c)^2-12a(b+c)}}=\frac{|a+2(b+c)|}{3\sqrt{9a^2+5(b+c)^2-12a(b+c)}}$

Đặt $b+c=t$ ta có $\sin\varphi=\frac{|a+2t|}{3\sqrt{9a^2+-12at+5t^2}}\Leftrightarrow 9\sin^2\varphi=\frac{a^2+4at+4t^2}{9a^2+-12at+5t^2}=P$

$\Leftrightarrow 9(P-1)a^2-4(3P+1)at+(5P-4)t^2=0\,(*)$

Nếu $a=0\Rightarrow t=0$ (loại)

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow 4(3P+1)^2-9(P-1)(5P-4)\ge 0$

$\Leftrightarrow 9P^2-65P\le 0 \Leftrightarrow 0\le P\le \frac{65}{9} \Leftrightarrow \sin^2\varphi \le \frac{65}{81} \Rightarrow \sin\varphi \le \frac{\sqrt{65}}{9} \Rightarrow \cos\varphi \ge \frac{4}{9} \Rightarrow Min(\cos\varphi)=\frac{4}{9}$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-20;20)$ để phương trình $\log_3 x+\log_3(m-x)=2$ có nghiệm thực

A. 15. **B.** 14. **C.** 24. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

Đk: $\begin{cases} x>0 \\ m>x \end{cases}$

Phương trình $\log_3 x+\log_3(m-x)=2 \Leftrightarrow \log_3 x(m-x)=2 \Leftrightarrow x^2-mx+9=0$

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-36\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 6$

Mà $m\in(-20;20), m\in\mathbb{Z}$ nên $6\le m\le 19$.

Vậy có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D=(2;+\infty)$ là

A. $-2\le m\le -1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định trên $D=(2;+\infty)$.

Ta có $y'=m+\frac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$

YCBT

$\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m+\frac{m+1}{2\sqrt{x-2}}\le 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x-2}}\right)\le -\frac{1}{2\sqrt{x-2}},\ \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m\le -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1},\ \forall x\in(2;+\infty)$

Ta có $2\sqrt{x-2}+1>1,\ \forall x\in(2;+\infty) \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}>-1,\ \forall x\in(2;+\infty)$

Do đó, $m\le -1$ là giá trị cần tìm.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 07

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ TUYÊN QUANG

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2x+1}$ là

A. $F\left(x\right)=\ln\left|2x+1\right|+C$.
B. $F\left(x\right)=2\ln\left|2x+1\right|+C$.
C. $F\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\ln\left(2x+1\right)+C$.
D. $F\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\ln\left|2x+1\right|+C$.

Câu 2. Cho hai số phức $z_1=2-4i$ và $z_2=1-3i$. Phần ảo của số phức $z_1+i\overline{z_2}$ bằng

A. -5.
B. -3.
C. $3i$.
D. $-5i$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;1\right)$.
B. $\left(1;+\infty\right)$.
C. $\left(-\infty;-2\right)$.
D. $\left(-1;0\right)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $\left(-1;-2;-3\right)$.
B. $\left(1;2;3\right)$.
C. $\left(1;-2;3\right)$.
D. $\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

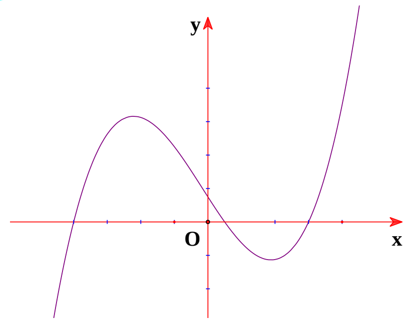
Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 0.

Câu 6. Độ dài đường sinh hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và đường kính đáy bằng $2a$ là

A. $2a$.
B. $6a$.
C. $3a$.
D. $9a$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ là một véc tơ pháp tuyến?

A. $2x+4y+6z+1=0$. **B.** $x-2y+3z+1=0$.

C. $x+2y-3z-1=0$. **D.** $2x-4z+6=0$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}>8$ là

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(3;6)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $x=-1$.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 11. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=3+2i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=5$. **B.** $OA=9$. **C.** $OA=\sqrt{5}$. **D.** $OA=3$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;-2;1), C(-1;3;4)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $2x-y-3z+3=0$. **B.** $x-4y+4z-3=0$.

C. $3x-5y-3z+2=0$. **D.** $3x-5y-3z-2=0$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?

A. 182. **B.** 7. **C.** 14. **D.** 91.

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=2$. **B.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=2\sqrt{2}$. **C.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=3\sqrt{2}$. **D.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=\sqrt{2}$.

Câu 17. Hình chóp $SABC$ có chiều cao $h=a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích khối chóp $SABC$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $\dfrac{3}{2}a^3$.

Câu 18. Tìm công bội của cấp số nhân $1,3,9,27,81,...$

A. 3. **B.** 1. **C.** (-1). **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 19. Cho các số thực $a>0, b>0$ và $\ln\dfrac{a+b}{3}=\dfrac{2\ln a+\ln b}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

A. $a^3+b^3=8a^2b-ab^2$. **B.** $a^3+b^3=3\left(a^2b-ab^2\right)$.

C. $a^3+b^3=3\left(8a^2b-ab^2\right)$. **D.** $a^3+b^3=3\left(8a^2b+ab^2\right)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 21. Trong một trò chơi, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất 5 lần. Nếu mỗi lần gieo xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm thì thắng. Xác suất để người chơi thắng ít nhất 4 ván gần nhất với số nào dưới đây?

A. $0,00014$. **B.** $0,0024$. **C.** $0,0014$. **D.** $0,00024$.

Câu 22. Cho $I=\int\limits_0^1 x^3\sqrt[3]{1-x^4}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x^4}$ thì I bằng

A. $-\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_0^1 \dfrac{3}{4}t^3\mathrm{d}t$. **C.** $\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **D.** $-\int\limits_0^1 \dfrac{3}{4}t^3\mathrm{d}t$.

Câu 23. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^4$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}+\log_3 a$. **B.** $4\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{4}\log_3 a$. **D.** $4+\log_3 a$.

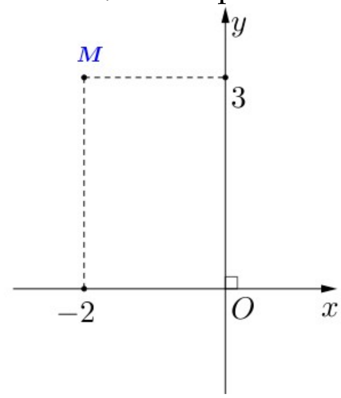
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(2;-2;0)$. **D.** $(2;0;1)$.

Câu 25. Chiều cao của khối trụ có thể tích $V=12$, diện tích đáy $B=4$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức



A. $2-3i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $3^{2x-4}=9$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 28. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là

A. $V=a^3bc$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=\frac{1}{2}abc$.

Câu 29. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 30. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -8. **D.** 12.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. $y_{CT}=5$. **B.** $y_{CT}=-2$. **C.** $y_{CT}=1$. **D.** $y_{CT}=2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu nào dưới đây có tâm thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxz)?

A. $x^2+y^2+z^2-4x-2y=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x+4z=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4z+5=0$.

Câu 33. Tính môđun của số phức $z=4-3i$.

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\sqrt{7}$. **C.** $|z|=25$. **D.** $|z|=7$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là:

A. $2x^2+\cos x+C$. **B.** $2x^2-\cos x+C$. **C.** $x^2-\cos x+C$. **D.** $x^2+\cos x+C$.

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là:

A. 3. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 6.

Câu 36. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-3}^{1}(4x-6)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-3}^{1}\left(2x^2+4x-6\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-3}^{1}(-4x+6)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-3}^{1}\left(-2x^2-4x+6\right)\mathrm{d}x$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(2x+m)-2\log_2 x=x^2-4x-2m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $y=\frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. 4040. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 4036.

Câu 39. Năm 2014, một người đã tiết kiệm được A triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà, nhưng trên thực tế giá trị của ngôi nhà là $1{,}55A$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6{,}9\%$ / năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2020. **B.** Năm 2022. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2019.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là:

A. $P(0;-1;0)$. **B.** $Q(0;0;1)$. **C.** $M(3;0;0)$. **D.** $N(0;-1;1)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\left|2x^2+(a+4)x+b+3\right|$. Đặt $M=\max\limits_{[-2;3]} f(x)$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $T=a+4b$ là:

A. -42. **B.** -41. **C.** 41. **D.** 42.

Câu 42. Cho hình nón có chiều cao bằng 3. Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều, góc giữa trục của hình nón và mặt phẳng (α) là 45°. Thể tích của hình nón đã cho bằng:

A. $5\sqrt{24}\pi$. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** $5\sqrt{25}\pi$.

Câu 43. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=4i+1-(1+3i)^2$.

A. $\bar{z}=9+2i$. **B.** $\bar{z}=-9-2i$. **C.** $\bar{z}=9-2i$. **D.** $\bar{z}=-9+2i$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a; AD=2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S=3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD).

A. $d=\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $d=\frac{2a\sqrt{51}}{17}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{39}}{5}$. **D.** $d=\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 45. Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\dfrac{SM}{AM}=\dfrac{1}{2}, \dfrac{SN}{BN}=2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC cắt AC, BC lần lượt tại L, K. Gọi V, V' lần lượt là thể tích các khối đa diện $SCMNKL, SABC$. Tỷ số $\dfrac{V}{V'}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$

Câu 46. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\dfrac{1}{2}\log_2 a=\log_2\dfrac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4a^3+b^3-4\log_2\left(4a^3+b^3\right)$ được viết dưới dạng $x-y\log_2 z$, với $x, y, z>2$ là các số nguyên, z là số lẻ. Tổng $x+y+z$ bằng:

A. 11. **B.** 2 **C.** 1. **D.** 4.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-4		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(f(x)\right)\right|=2$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 7.

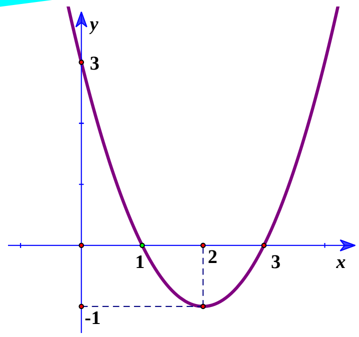
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α. Khi đó $\tan\alpha$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-2$ và $f'(x)=\dfrac{4\cos 2x}{\sin^2 2x}, \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(x)dx$ bằng:

A. $\dfrac{\pi}{3}-\ln 2$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}-\ln 3$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(\left|x\right|\right)+\left(m-2\right)f\left(\left|x\right|\right)+m-3=0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.C	5.B	6.B	7.C	8.A	9.A	10.D
11.D	12.D	13.B	14.D	15.D	16.B	17.B	18.A	19.C	20.D
21.A	22.B	23.B	24.B	25.D	26.C	27.A	28.C	29.A	30.C
31.C	32.C	33.A	34.C	35.D	36.D	37.A	38.C	39.C	40.D
41.B	42.B	43.A	44.B	45.B	46.A	47.D	48.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ là

A. $F(x)=\ln|2x+1|+C$. **B.** $F(x)=2\ln|2x+1|+C$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln(2x+1)+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\displaystyle\int\frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+C\Rightarrow\int\frac{1}{2x+1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.

Câu 2. Cho hai số phức $z_1=2-4i$ và $z_2=1-3i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{iz_2}$ bằng

A. -5. **B.** -3. **C.** $3i$. **D.** $-5i$.

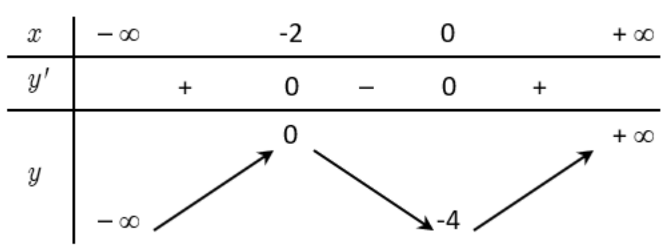
Lời giải

Chọn A

Ta có: $iz_2=i(1-3i)=3+i\Rightarrow\overline{iz_2}=3-i$.

Khi đó $z_1+\overline{iz_2}=2-4i+3-i=5-5i$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ nên nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là: $(1;-2;3)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ có một nghiệm.

Vậy phương trình $2f(x)-5=0$ có một nghiệm.

Câu 6. Độ dài đường sinh hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và đường kính đáy bằng $2a$ là

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $9a$.

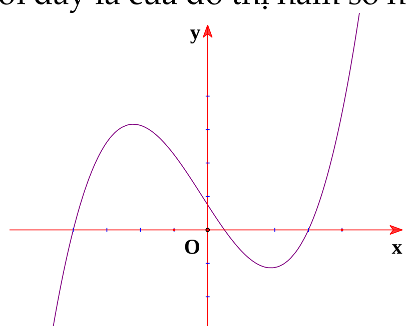
Lời giải

Chọn B

Hình nón có đường kính đáy bằng $2a \Rightarrow r=a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.a.l=6\pi a^2 \Rightarrow l=6a$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra:

Đây là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$ loại phương án A và **B.**
Đồ thị có cực đại và cực tiểu suy ra đạo hàm có hai nghiệm phân biệt loại phương án **D.**
Vậy C là đáp án đúng.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=(1;2;3)$ là một véc tơ pháp tuyến?

A. $2x+4y+6z+1=0$. **B.** $x-2y+3z+1=0$.
C. $x+2y-3z-1=0$. **D.** $2x-4z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta đã biết: Nếu véc tơ $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì véc tơ $k\vec{n}$ $(k\neq 0)$ cũng là véc tơ pháp tuyến của (P). Suy ra chọn phương án **A.**

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}>8$ là

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(3;6)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình đã cho $2^{x-3}>8\Leftrightarrow 2^{x-3}>2^3\Leftrightarrow x-3>3\Leftrightarrow x>6$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **SAI**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $x=-1$.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.
C. Hàm số có đúng một cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Tại $x=0$, $f'(x)$ không đổi dấu nên $x=0$ không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

Câu 11. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=3+2i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.
B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.
D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Lời giải

Chọn D

$z=3+2i$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=5$. **B.** $OA=9$. **C.** $OA=\sqrt{5}$. **D.** $OA=3$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{OA}=(2;2;1)\Rightarrow OA=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$.

Câu 13. *Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau*

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;-2;1), C(-1;3;4)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $2x-y-3z+3=0$. **B.** $x-4y+4z-3=0$.

C. $3x-5y-3z+2=0$. **D.** $3x-5y-3z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

◆ Mặt phẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và có VTPT $\overrightarrow{BC}=(-3;5;3)$ nên có phương trình:

$-3(x-1)+5(y-2)+3(z+3)=0$ hay $3x-5y-3z-2=0$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?

A. 182. **B.** 7. **C.** 14. **D.** 91.

Lời giải

Chọn D

◆ Tổng số bông hoa là $6+8=14$. Số cách lấy 2 bông hoa là $C_{14}^2=91$.

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=2$. **B.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=2\sqrt{2}$. **C.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=3\sqrt{2}$. **D.** $\underset{[1;5]}{Max}\, f(x)=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-1}}{2\sqrt{5-x}.\sqrt{x-1}}=0\Leftrightarrow x=3\in[1;5]$

Có $\left.\begin{matrix} y(1)=y(5)=2 \\ y(3)=2\sqrt{2} \end{matrix}\right| \Rightarrow \underset{[1;5]}{Max}\, y = 2\sqrt{2}$.

Câu 17. Hình chóp $SABC$ có chiều cao $h=a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích khối chóp $SABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V_{SABC}=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}3a^2.a=a^3$

Câu 18. Tìm công bội của cấp số nhân $1,3,9,27,81,...$

A. 3. **B.** 1. **C.** (-1). **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1=1;u_2=3\Rightarrow q=3:1=3$.

Câu 19. Cho các số thực $a>0,b>0$ và $\ln\frac{a+b}{3}=\frac{2\ln a+\ln b}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

A. $a^3+b^3=8a^2b-ab^2$. **B.** $a^3+b^3=3\left(a^2b-ab^2\right)$.

C. $a^3+b^3=3\left(8a^2b-ab^2\right)$. **D.** $a^3+b^3=3\left(8a^2b+ab^2\right)$.

Lời giải

Chọn C

$\ln\frac{a+b}{3}=\frac{2\ln a+\ln b}{3} \Leftrightarrow 3\ln\frac{a+b}{3}=\ln a^2+\ln b \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a+b}{3}\right)^3=\ln\left(a^2b\right)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^3=a^2b \Leftrightarrow a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=27a^2b \Leftrightarrow a^3+b^3=24a^2b-3ab^2$

$\Leftrightarrow a^3+b^3=3\left(8a^2b-ab^2\right)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x\neq 0$.

Vậy TXĐ của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 21. Trong một trò chơi, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất 5 lần. Nếu mỗi lần gieo xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm thì thắng. Xác suất để người chơi thắng ít nhất 4 ván gần nhất với số nào dưới đây?

A. $0,00014$. **B.** $0,0024$. **C.** $0,0014$. **D.** $0,00024$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất thắng 1 ván là $C_3^2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{2}{27}$, suy ra xác suất thua 1 ván là $\frac{25}{27}$.

Gọi B là biến cố "người chơi thắng ít nhất 4 ván".

TH1: người chơi thắng 4 ván, thua 1 ván: xác suất là $C_5^4\left(\frac{2}{27}\right)^4\left(\frac{25}{27}\right)$.

TH2: người chơi thắng 5 ván: xác suất là $\left(\frac{2}{27}\right)^5$.

Suy ra xác suất thắng ít nhất 4 ván là: $C_5^4\left(\frac{2}{27}\right)^4\left(\frac{25}{27}\right)+\left(\frac{2}{27}\right)^5=\frac{2032}{14348907}\approx 0,00014161$.

Câu 22. Cho $I=\int_0^1 x^3\sqrt[3]{1-x^4}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x^4}$ thì I bằng

A. $-\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^1 \frac{3}{4}t^3\mathrm{d}t$. **C.** $\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **D.** $-\int_0^1 \frac{3}{4}t^3\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt $t=\sqrt[3]{1-x^4}\Rightarrow t^3=1-x^4\Rightarrow 3t^2\mathrm{d}t=-4x^3\mathrm{d}x$.

Với $x=0$ thì $t=1$

Với $x=1$ thì $t=0$.

◆ Ta có $I=\int_0^1 \sqrt[3]{1-x^4}\,x^3\mathrm{d}x=\int_1^0 t\left(-\frac{3}{4}t^2\mathrm{d}t\right)=\int_0^1 \frac{3}{4}t^3\mathrm{d}t$.

Câu 23. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^4$ bằng

A. $\frac{1}{4}+\log_3 a$. **B.** $4\log_3 a$. **C.** $\frac{1}{4}\log_3 a$. **D.** $4+\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

◆ Với $a>0$ ta có $\log_3 a^4=4\log_3 a$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(2;-2;0)$. **D.** $(2;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu vuông góc của $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;-2;1)$.

Câu 25. Chiều cao của khối trụ có thể tích $V=12$, diện tích đáy $B=4$ là

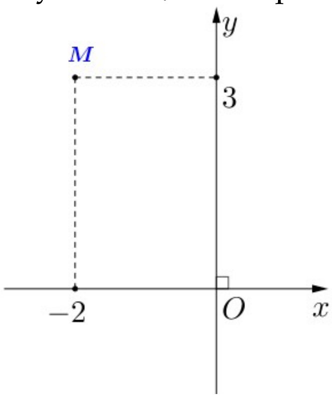
A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V=B.h\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{12}{4}=3$.

Câu 26. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức



A. $2-3i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 27. Nghiệm của phương trình $3^{2x-4}=9$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{2x-4}=9 \Leftrightarrow 2x-4=2 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 28. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là

A. $V=a^3bc$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=\frac{1}{2}abc$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt a, b, c là $V=abc$.

Câu 29. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x+5}{x+1}=2$.

Suy ra đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 30. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2-2.5=-8$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. $y_{CT}=5$. **B.** $y_{CT}=-2$. **C.** $y_{CT}=1$. **D.** $y_{CT}=2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu nào dưới đây có tâm thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxz)?

A. $x^2+y^2+z^2-4x-2y=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4y+4z+5=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x+4z=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4z+5=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $x^2+y^2+z^2-4x-2y=0$ có tâm $I(2;1;0)$ $\Rightarrow I\in(Oxy)$.

Mặt cầu $x^2+y^2+z^2-4y+4z+5=0$ có tâm $I(0;2;-2)$ $\Rightarrow I\in(Oyz)$.

Mặt cầu $x^2+y^2+z^2+2x+4z=0$ có tâm $I(-1;0;-2)$ $\Rightarrow I\in(Oxz)$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4z+5=0$ không phải là phương trình mặt cầu.

Câu 33. Tính môđun của số phức $z=4-3i$.

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\sqrt{7}$. **C.** $|z|=25$. **D.** $|z|=7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là:

A. $2x^2+\cos x+C$. **B.** $2x^2-\cos x+C$. **C.** $x^2-\cos x+C$. **D.** $x^2+\cos x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2x+\sin x)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$.

Vậy họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là: $F(x)=x^2-\cos x+C$.

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là:

A. 3. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $x>\frac{2}{3}$.

Ta có: $\log_4(3x-2)=2 \Leftrightarrow 3x-2=4^2 \Leftrightarrow x=6$ $\left(\textit{tháa m· n}\right)$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=6$.

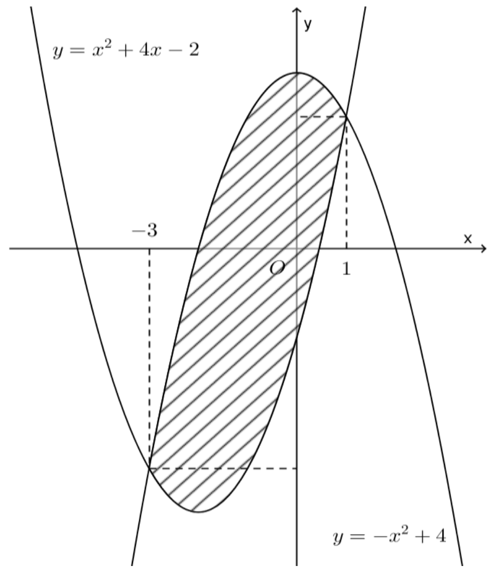
Câu 36. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-3}^{1}(4x-6)\,\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-3}^{1}\left(2x^2+4x-6\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-3}^{1}(-4x+6)\,\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-3}^{1}\left(-2x^2-4x+6\right)\mathrm{d}x$.



Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\int_{-3}^{1}\left[\left(-x^2+4\right)-\left(x^2+4x-2\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{1}\left(-2x^2-4x+6\right)\mathrm{d}x$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(2x+m)-2\log_2 x=x^2-4x-2m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}2x+m>0\\ x>0\end{cases}$ (I).

Xét: $\log_2(2x+m)-2\log_2 x=x^2-4x-2m-1$ $(*)$

$\Leftrightarrow \log_2(2x+m)+\log_2 2+(4x+2m)=\log_2 x^2+x^2$

$\Leftrightarrow \log_2(4x+2m)+(4x+2m)=\log_2 x^2+x^2$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó: $x^2 = 4x + 2m \Leftrightarrow (x-2)^2 = 2m+4 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ x_1 = 2 + \sqrt{2m+4} \\ x_2 = 2 - \sqrt{2m+4} \end{cases}$.

Hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa hệ điều kiện (I), tức là $\begin{cases} m > -2 \\ 2 - \sqrt{2m+4} > 0 \\ 4 + 2\sqrt{2m+4} + m > 0 \\ 4 - 2\sqrt{2m+4} + m > 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy: Có 1 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \dfrac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. 4040. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn C

$y' = \dfrac{m-2}{(x-1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Kết hợp với yêu cầu đề bài $m \in [-2020; 2020]$, có 2018 giá trị của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 39. Năm 2014, một người đã tiết kiệm được A triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà, nhưng trên thực tế giá trị của ngôi nhà là $1,55A$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$ / năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2020. **B.** Năm 2022. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2019.

Lời giải

Chọn C

Theo đề, ta có: $1,55A = A.\left(1 + \dfrac{6,9}{100}\right)^n \Leftrightarrow n \approx 6,568$.

Vậy: Sau 7 năm, người mua nhà sẽ mua được căn nhà đó. Tức là, vào năm 2021, người đó sẽ đủ tiền mua nhà.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là:

A. $P(0;-1;0)$. **B.** $Q(0;0;1)$. **C.** $M(3;0;0)$. **D.** $N(0;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là: $N(0;-1;1)$.

Ghi nhớ: hình chiếu của một điểm trên mặt phẳng tọa độ nào có các tọa độ tương ứng giữ nguyên, tọa độ còn lại bằng 0.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\left|2x^2+(a+4)x+b+3\right|$. Đặt $M=\max\limits_{[-2;3]} f(x)$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $T=a+4b$ là:

A. -42. **B.** -41. **C.** 41. **D.** 42.

Lời giải

Chọn B

(*) Cách 1:

$$M=\max_{[-2;3]} f(x)\Rightarrow\begin{cases}M\ge f(-2)=|-2a+b+3|\\ M\ge f(3)=|3a+b+33|\\ M\ge f\left(\frac{1}{2}\right)=\left|\frac{a}{2}+b+\frac{11}{2}\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}M\ge|-2a+b+3|\\ M\ge|3a+b+33|\\ 2M\ge|-a-2b-11|\end{cases}$$

$\Rightarrow 4M\ge|-2a+b+3|+|3a+b+33|+|-a-2b-11|\ge|-2a+b+3+3a+b+33+-a-2b-11|=25$

$\Leftrightarrow M\ge\frac{25}{4}$; Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $|-2a+b+3|=|3a+b+33|=\left|-\frac{a}{2}-b-\frac{11}{2}\right|=\frac{25}{4}$ và

$(-2a+b+3),\ (3a+b+33),\ \left(-\frac{a}{2}-b-\frac{11}{2}\right)$ cùng dấu $\Leftrightarrow\begin{cases}a=-6\\ b=-\frac{35}{4}\end{cases}$

$T=a+4b=-6-4.\frac{35}{4}=-41$.

(*) Cách 2:

Xét hàm số: $g(x)=2x^2+(a+4)x+b+3$; có tọa độ đỉnh: $\begin{cases}x=-\frac{a+4}{4}\\ g\left(-\frac{a+4}{4}\right)=-\frac{a^2}{8}-a+b+1\end{cases}$

TH_1: $-\frac{a+4}{4}\notin[-2;3]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{a+4}{4}<-2\\ -\frac{a+4}{4}>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a>4\\ a<-16\end{array}\right.$

$\Rightarrow M=\max\limits_{[-2;3]} f(x)=\max\{g(-2);g(3)\}=\max\{|-2a+b+3|;|3a+b+33|\}$

$\ge\frac{|2a-b-3|+|3a+b+33|}{2}\ge\frac{|(2a-b-3)+(3a+b+33)|}{2}=\frac{|5(a+6)|}{2}>25$

▸ TH_2: $-\frac{a+4}{4}\in[-2;3]\Leftrightarrow -2\le-\frac{a+4}{4}\le 3\Leftrightarrow -16\le a\le 4$

$\Rightarrow M=\max\limits_{[-2;3]} f(x)=\max\left\{g(-2);g(3);g\left(-\frac{a+4}{4}\right)\right\}$

$\Leftrightarrow M = \max\left\{|-2a+b+3|;|3a+b+33|;\left|-\frac{a^2}{8}-a+b+1\right|\right\}$

$\geq \frac{|-2a+b+3|+|3a+b+33|+2.\left|\frac{a^2}{8}+a-b-1\right|}{4}$

$\geq \frac{\left|(-2a+b+3)+(3a+b+33)+\left(\frac{a^2}{4}+2a-2b-2\right)\right|}{4} = \frac{|a^2+12a+136|}{16} = \frac{(a+6)^2}{16}+\frac{25}{4} \geq \frac{25}{4}$

So sánh kết quả của TH_1 và TH_2, suy ra: $\min M = \frac{25}{4}$

Đẳng thức xảy ra khi: $|-2a+b+3| = |3a+b+33| = \left|\frac{a^2}{8}+a-b-1\right| = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=-\frac{35}{4} \end{cases}$

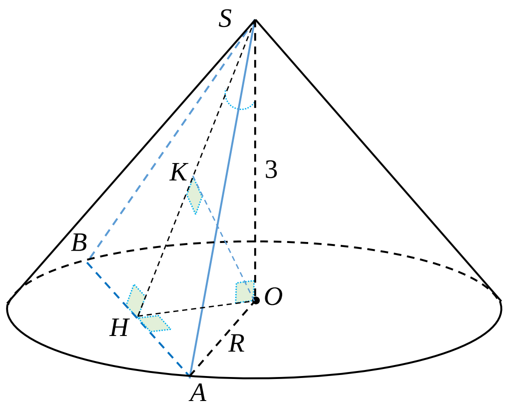
◆ $T = a+4b = -6-4.\frac{35}{4} = -41$.

Câu 42. Cho hình nón có chiều cao bằng 3. Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều, góc giữa trục của hình nón và mặt phẳng (α) là 45°. Thể tích của hình nón đã cho bằng:

A. $5\sqrt{24}\pi$. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** $5\sqrt{25}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Gọi khối nón đã cho có đỉnh S, đường tròn đáy tâm O, bán kính R

Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều SAB

Gọi H là trung điểm của AB. Ta có: $\begin{cases} SH \perp AB \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOH)$

Kẻ $OK \perp SH$ tại $K \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow (SO;(SAB)) = OSK = OSH = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta SOH$ vuông cân tại $O \Rightarrow OH = SO = 3$ và $SH = 3\sqrt{2}$

ΔSAB đều $\Rightarrow SA = \dfrac{2\sqrt{3}.SH}{3} = \dfrac{2\sqrt{3}.3\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{6}$

Xét ΔSOA vuông tại O: $R = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{6}\right)^2 - 3^2} = \sqrt{15}$

$V_{\text{khèi nãn}} = \dfrac{1}{3}.\pi R^2.SO = \dfrac{1}{3}.\pi.15.3 = 15\pi$.

Câu 43. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 4i + 1 - (1+3i)^2$.

A. $\overline{z} = 9+2i$. **B.** $\overline{z} = -9-2i$. **C.** $\overline{z} = 9-2i$. **D.** $\overline{z} = -9+2i$.

Lời giải

Chọn A

$z = 4i + 1 - (1+3i)^2 = 4i + 1 - (-8+6i) = 9-2i$

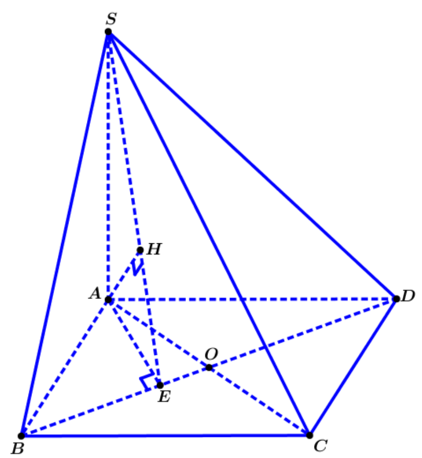
$\Rightarrow \overline{z} = 9+2i$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a; AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD).

A. $d = \dfrac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $d = \dfrac{2a\sqrt{51}}{17}$. **C.** $d = \dfrac{a\sqrt{39}}{5}$. **D.** $d = \dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



$S_{SAD} = \dfrac{1}{2}.SA.AD = 3a^2 \Leftrightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Ta có: $d\left(C;(SBD)\right) = d\left(A;(SBD)\right)$

Từ A dựng $AE \perp BD$ tại E; dựng $AH \perp SE$ tại H.

Khi đó:

$\begin{cases} BD \perp AE \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAE) \Rightarrow (SBD) \perp (SAE)$

Mà: $(SAE) \cap (SBD) = SE$

$\Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d\left(A;(SBD)\right) = AH$

$$AE=\frac{AB.AD}{BD}=\frac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+BD^2}}=\frac{a.2a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2+\left(2a\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}a$$

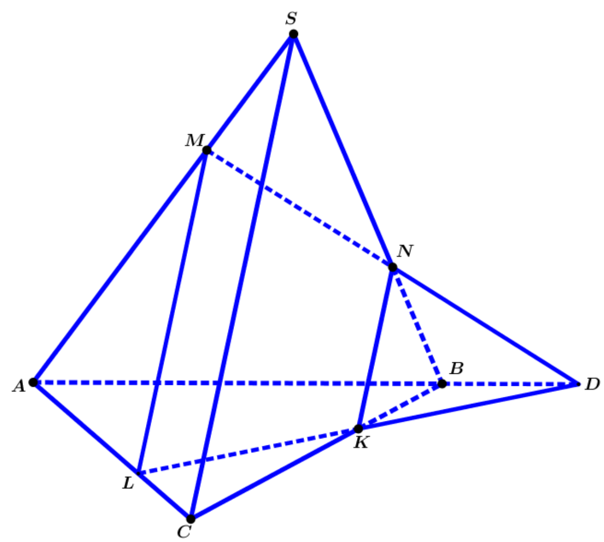
$$\Rightarrow AH=\frac{SA.AE}{SE}=\frac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}=\frac{a\sqrt{3}.\frac{2a\sqrt{39}}{13}}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{2a\sqrt{39}}{13}\right)^2}}=\frac{2a\sqrt{51}}{17}$$

Câu 45. Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M,N lần lượt thuộc các cạnh SA,SB sao cho $\frac{SM}{AM}=\frac{1}{2},\frac{SN}{BN}=2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M,N và song song với cạnh SC cắt AC,BC lần lượt tại L,K. Gọi V,V' lần lượt là thể tích các khối đa diện $SCMNKL,SABC$. Tỷ số $\frac{V}{V'}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\frac{SM}{AM}=\frac{1}{2},\frac{SN}{BN}=2\ \Rightarrow \frac{SM}{SA}=\frac{1}{3};\frac{SN}{SB}=\frac{2}{3}$.

Vì $(P)//SC$ nên từ M dựng $ML//SC\left(L\in AC\right)$; từ N dựng $NK//SC\left(K\in BC\right)$.

Gọi $D=MN\cap AB\Rightarrow D\in LK$.

Theo định lý Menelaus ta có: $\frac{SM}{MA}.\frac{AD}{BD}.\frac{BN}{NS}=1\Leftrightarrow\frac{1}{2}.\frac{AD}{BD}.\frac{1}{2}=1\Leftrightarrow\frac{AD}{BD}=4\Leftrightarrow\frac{BD}{AD}=\frac{1}{4}$

Ta lại có: $\frac{ML}{SC}=\frac{AM}{AS}=\frac{2}{3}\Rightarrow ML=\frac{2}{3}SC$

$\frac{NK}{SC}=\frac{BN}{BS}=\frac{1}{3}\Rightarrow NK=\frac{1}{3}SC$

$\Rightarrow \frac{NK}{ML}=\frac{1}{2}$

Mà: $NK//ML \Rightarrow \frac{DN}{DM}=\frac{DK}{DL}=\frac{NK}{ML}=\frac{1}{2}$.

Nên: $\frac{V_{DBNK}}{V_{DAML}}=\frac{DB}{DA}.\frac{DN}{DM}.\frac{DK}{DL}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

$\Rightarrow V_{DBNK}=\frac{1}{16}V_{DAML} \Rightarrow V_{BNKAML}=\frac{15}{16}V_{DAML}$

Mặt khác: $\frac{V_{DAML}}{V_{BSAC}}=\frac{\frac{1}{3}.S_{AML}.d\left(D;(SAC)\right)}{\frac{1}{3}.S_{SAC}.d\left(B;(SAC)\right)}=\frac{S_{AML}}{S_{SAC}}.\frac{DA}{BA}=\frac{4}{9}.\frac{4}{3}=\frac{16}{27}$

$\Rightarrow V_{BNKAML}=\frac{15}{16}.\frac{16}{27}V_{SABC}=\frac{5}{9}V_{SABC}$

$\Rightarrow V_{SCMNKL}=\frac{4}{9}V_{SABC} \Rightarrow \frac{V}{V'}=\frac{4}{9}$

Câu 46. Cho hai số thực dương a,b thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_2 a=\log_2\frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4a^3+b^3-4\log_2\left(4a^3+b^3\right)$ được viết dưới dạng $x-y\log_2 z$, với $x,y,z>2$ là các số nguyên, z là số lẻ. Tổng $x+y+z$ bằng:

A. 11. **B.** 2 **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $\frac{1}{2}\log_2 a=\log_2\frac{2}{b} \Leftrightarrow \sqrt{a}=\frac{2}{b} \Leftrightarrow a=\frac{4}{b^2}$.
- Đặt $t=4a^3+b^3=b^3+\frac{256}{b^6}=\frac{b^3}{2}+\frac{b^3}{2}+\frac{256}{b^6}\ge 3\sqrt[3]{\frac{b^3}{2}.\frac{b^3}{2}.\frac{256}{b^6}}=12 \Rightarrow t\in[12;+\infty)$.
- Khi đó $P(t)=t-4\log_2(t) \Rightarrow P'(t)=1-\frac{4}{t.\ln 2}>0, \forall t\ge 12$.

Nên $P(t)$ là hàm đồng biến trên $[12;+\infty)$

$\Rightarrow P(t)\ge P(12)=12-4\log_2 12=12-4(2+\log_2 3)=4-4\log_2 3$.

- Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min}=4-4\log_2 3 \Rightarrow x=4,\ y=4,\ z=3$.

Nên $x+y+z=11$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-4		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(f\left(x\right)\right)\right|=2$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $\left|f\left(f\left(x\right)\right)\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(f\left(x\right)\right)=2 \\ f\left(f\left(x\right)\right)=-2 \end{array}\right.$.
- TH1: Xét $f\left(f\left(x\right)\right)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a<-4 \\ f\left(x\right)=b>3 \end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=a<-4$ vô nghiệm.

Phương trình $f\left(x\right)=b>3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<-4$, $x_2>3$.

- TH2: Xét $f\left(f\left(x\right)\right)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=-4 \\ f\left(x\right)=c\in\left(1;3\right) \\ f\left(x\right)=d>3,\ d\neq b \end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=-4 \Leftrightarrow x=3$.

Phương trình $f\left(x\right)=c\in\left(1;3\right)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_4<-4,\left(x_4\neq x_1\right),\ x_5>3\left(x_5\neq x_2\right)$.

Phương trình $f\left(x\right)=d>3,\ d\neq b$ có 2 nghiệm phân biệt $x_6<-4,\left(x_6\neq x_1, x_6\neq x_4\right)$, $x_7>3\left(x_5\neq x_7, x_7\neq x_2\right)$.

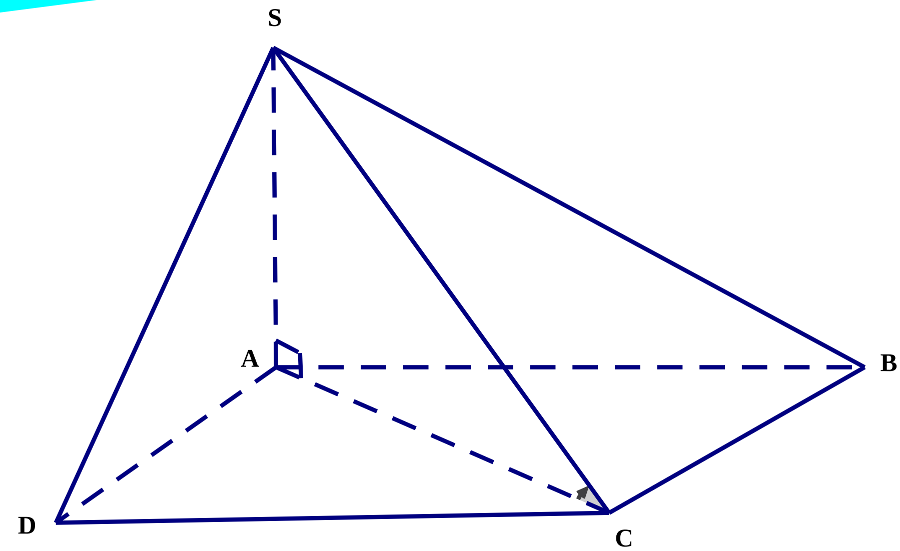
- Vậy số nghiệm của phương trình $\left|f\left(f\left(x\right)\right)\right|=2$ là 7.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là α. Khi đó $\tan\alpha$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn C



- Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.
- Mà $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC.

Do đó góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC và là góc SCA, vì tam giác SAC vuông tại A.

- Xét tam giác SAC vuông tại A có $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -2$ và $f'(x) = \dfrac{4\cos 2x}{\sin^2 2x}, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\dfrac{\pi}{3} - \ln 2$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} - \ln 3$.

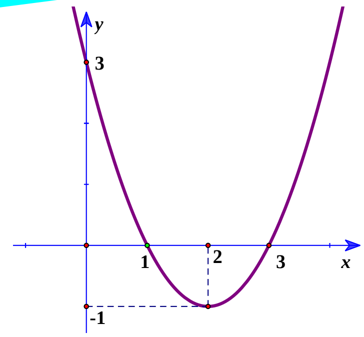
Lời giải

Chọn B

- Ta có : $f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{4\cos 2x}{\sin^2 2x}\mathrm{d}x = 2\int \dfrac{\mathrm{d}(\sin 2x)}{\sin^2 2x} = -\dfrac{2}{\sin 2x} + C$.
- Vì $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -2 \Rightarrow -2 + C = -2 \Leftrightarrow C = 0$. Do đó, $f(x) = \dfrac{-2}{\sin 2x}$.
- Ta có:

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x = -2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}x}{\sin 2x} = -\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x.\cos x}\mathrm{d}x = -\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}\right)\mathrm{d}x = \left(\ln|\cot x|\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = -\ln 3.$$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



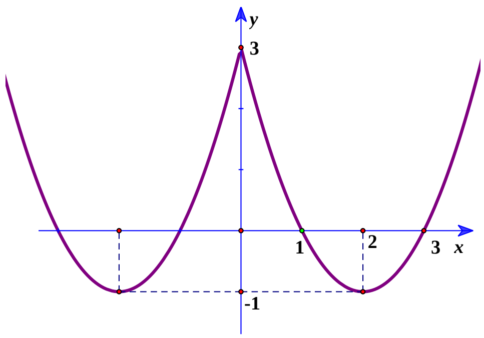
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(|x|\right)+\left(m-2\right)f\left(|x|\right)+m-3=0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$



◆ Phương trình $f^2\left(|x|\right)+\left(m-2\right)f\left(|x|\right)+m-3=0 \quad (*)$.

Có $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f\left(|x|\right)=-1 & (1) \\ f\left(|x|\right)=3-m & (2)\end{array}\right.$.

◆ Từ đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$ ta có : (1) có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, $(*)$ có 6 nghiệm thì (2) phải có 4 nghiệm phân biệt, hay $-1<3-m<3\Leftrightarrow 0<m<4$.

◆ Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 08

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
TRƯỜNG THPT HẬU LỘC

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

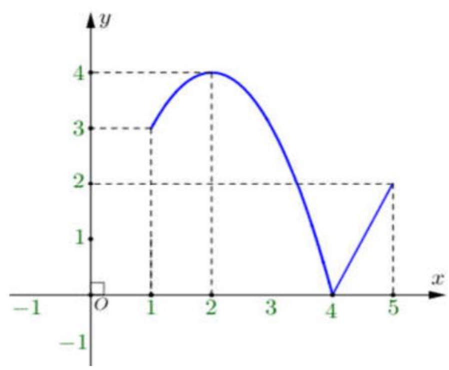
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 2. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;5\right]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[1;5\right]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

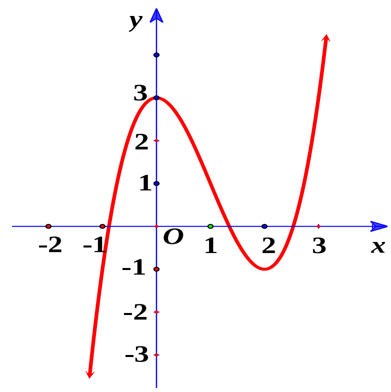
Câu 4. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-1$. **B.** $y=-6$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Câu 5. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

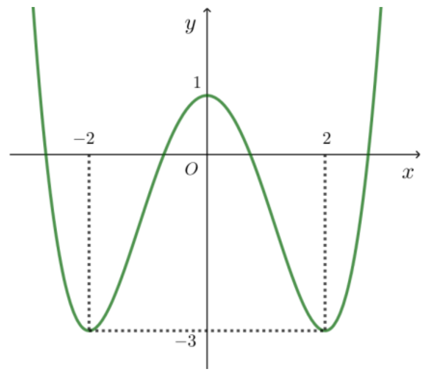
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **D.** $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Câu 7. Cho hàm số bậc bốn $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) + 2 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \left(x-1\right)^{\frac{3}{5}}$.

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = 3^x$. **D.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 10. Một người gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6{,}1\%$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc và tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu, giả định trong thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 12 năm. **B.** 11 năm. **C.** 10 năm. **D.** 13 năm.

Câu 11. Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

A. $x = 4$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 16$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2}$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 13. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = 3x^2 - 1$ là

A. x^3-x+C. **B.** $6x+C$. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 14. Biết $\int_1^5 f(x)dx=4$. Giá trị $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 64. **D.** 12.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=3+2i$. **B.** $\bar{z}=3-2i$. **C.** $\bar{z}=2+3i$. **D.** $\bar{z}=-2+3i$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=5-6i$ và $z_2=2+3i$. Số phức $3z_1-4z_2$ là?

A. $14+33i$. **B.** $236i$. **C.** $26-5i$. **D.** $7-30i$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $iz+3+i=z$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=3z+\bar{z}$ bằng

A. -8. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 8.

Câu 18. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{6}Bh$. **C.** Bh. **D.** $3Bh$.

Câu 19. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 32π.

Câu 20. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R=2$. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $2\sqrt{5}\pi$. Tính thể tích khối nón.

A. π. **B.** $\frac{5}{3}\pi$. **C.** $\frac{4}{3}\pi$. **D.** $\frac{2}{3}\pi$.

Câu 21. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 5π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 75π.

Câu 22. Cho khối cầu bán kính $R=3$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 3π. **B.** 9π. **C.** 4π. **D.** 36π.

Câu 23. Cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;-3)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x-2y+3z+1=0$ có phương trình là:

A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z+16=0$.

C. $x-2y+3z-6=0$. **D.** $x-2y+3z-16=0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tâm là

A. $M(4;-2;8)$. **B.** $N(2;-1;-4)$. **C.** $P(-2;1;-4)$. **D.** $Q(-4;2;-8)$.

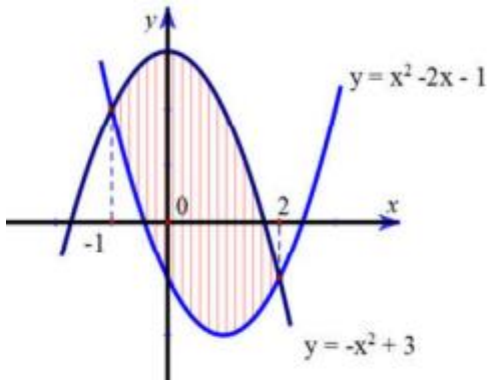
Câu 26. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. $\frac{7!}{3!}$. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** 21.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 28. Diện tích phần hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 29. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Môđun của số phức z_0-i bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 30. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=6a$. Thể tích khối chóp là

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

A. $(2;1;-1)$. **B.** $(3;-1;-2)$. **C.** $(1;3;-2)$. **D.** $(1;3;2)$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-2)\le 1$ là

A. $(3;4)$. **B.** $[1;4]$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(3;4]$.

Câu 33. Cho tích phân $I=\int_{-4}^{4}\frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{5-x}}=a-b\ln 2$, $a,b\in\mathbb{Z}$. Khi đó $E=ab$ bằng

A. $E=6$. **B.** $E=28$. **C.** $E=8$. **D.** $E=30$.

Câu 34. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x$, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{496\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{15}$.

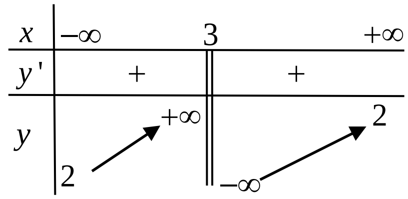
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$, $C(9;2;y)$. Để A, B, C thẳng hàng. Khi đó giá trị $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3=0$. Đường thẳng Δ qua $A(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3 \end{cases}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC), SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC=2a$, $BC=a$. Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông, $BA=BC=2a$, $AA'=4a$, M là trung điểm BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

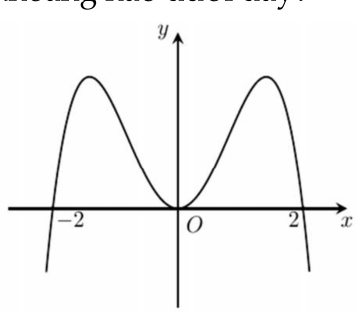
Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao $a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $ABB'A'$ nằm trên mặt phẳng không vuông góc với đáy của hình trụ. Biết AB nằm trên đường tròn đáy thứ nhất, $A'B'$ nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ và $AB=A'B'=a$, diện tích hình chữ nhật $ABB'A'$ bằng $2a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng:

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$.

Câu 41. Cho hai hộp đựng bi, đựng 2 loại bi là bi trắng và bi đen, tổng số bi trong hai hộp là 20 bi và hộp thứ nhất đựng ít bi hơn hộp thứ hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Cho biết xác suất để lấy được 2 bi đen là $\dfrac{55}{84}$, tính xác suất để lấy được 2 bi trắng?

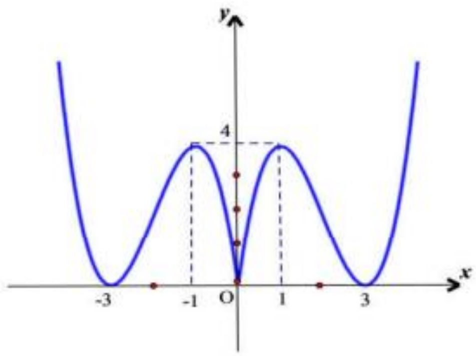
A. $\dfrac{1}{28}$. **B.** $\dfrac{15}{84}$. **C.** $\dfrac{11}{84}$. **D.** $\dfrac{3}{28}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x)+\sqrt{\frac{3+x}{3-x}}\cdot\frac{1}{f(x)}=\sqrt{9-x^2}-\frac{1}{x-3}$ (1) có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, biết $f(1)=1$ và $f(x).f'(x)+x-4=(x-2)f'(x)+f(x)$ với $\forall x\in[1;3]$. Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{a}{b}+2\sqrt{c}$ (với a,b,c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó tổng $a+b+c$ bằng.

A. 10. **B.** 19. **C.** 17. **D.** 53.

Câu 45. Cho x,y là hai số nguyên không âm thỏa mãn $\log_2(x+y)=\log_3(x-y)$. Hỏi tổng $x+y$ là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 46. Cho hai số thực dương a; b thỏa mãn $1>a>b>\frac{1}{4}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)-\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(4;\frac{11}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};4\right)$. **D.** $\left(1;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=BC=a$; $ABC=120°$; $SAB=SCB=90°$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{21}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$:

A. $V=\frac{\sqrt{5}a^3}{10}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{15}a^3}{10}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{15}a^3}{5}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\dfrac{(x-2)^4}{\left[f(x+1)\right]^3}$ là:

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 49. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+3(m^2-5m-4)x^2-6(3m^2-6m-19)x-32\sqrt{(x+1)^3}+1$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. Số phần tử của tập hợp S là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx-c\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ với a,b,c là các số thực dương, biết $f(1)=-3, f(5)=2$. Xét hàm số $g(t)=\left|3f(3-2t)+2f(3t-2)+m\right|$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho $\max\limits_{[-1;1]} g(t)=10$. Số phần tử của S là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.D	5.A	6.C	7.A	8.A	9.D	10.A
11.B	12.B	13.A	14.D	15.C	16.D	17.D	18.C	19.C	20.C
21.D	22.D	23.B	24.C	25.C	26.B	27.B	28.A	29.B	30.B
31.D	32.D	33.C	34.A	35.A	36.D	37.D	38.D	39.D	40.B
41.A	42.B	43.C	44.B	45.A	46.B	47.B	48.C	49.D	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT ta thấy $y'<0$ khi $x\in\left(-\infty;-2\right)\cup\left(0;2\right)$.

Vậy chọn đáp án **C.**

Câu 2. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

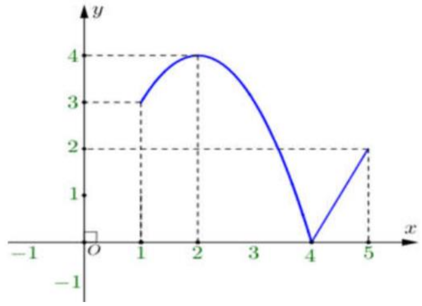
Ta có: $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow x=0;x=2$

BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;5\right]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[1;5\right]$. Giá trị $M-m$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $m=0$ và $M=4$.

Vậy $M-m=4$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-1$. **B.** $y=-6$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

◆ Có $D=R\backslash\{-1\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=2;\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=2$ nên đồ thị có đường tiệm cận ngang $y=2$

Câu 5. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

◆ Có $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

◆ Có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=2$

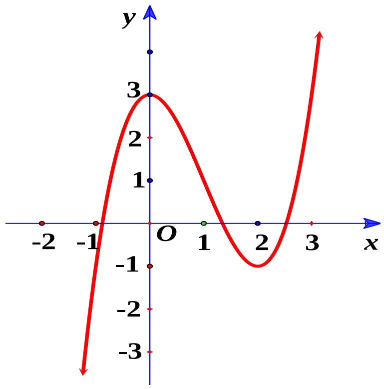
$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{-x\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=-2$

nên đồ thị có 2 đường tiệm cận ngang $y=2; y=-2$

◆ Có $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-1^-}y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}=-\infty;$

nên đồ thị có 2 đường tiệm cận đứng $x=1; x=-1$.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



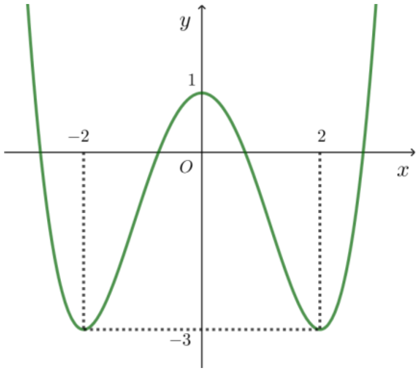
A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **D.** $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn C

- Phương án **A.** Loại vì hàm trùng phương.
- Phương án **B.** Loại vì $a < 0$.
- Phương án **D.** Loại vì $y' = 3x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\dfrac{4}{3}$.

Câu 7. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$.

Từ đồ thị trên ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ là $(1;+\infty)$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Một người gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc và tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu, giả định trong thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 12 năm. **B.** 11 năm. **C.** 10 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Chọn A

Số tiền lãi thu được sau n năm là $A\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^n-A$.

Theo giả thiết số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu: $A\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^n-A\geq A$

$\Leftrightarrow 1,061^n\geq 2\Leftrightarrow n\geq\log_{1,061}2\approx 11,706$.

Vậy ít nhất 12 năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu.

Câu 11. Phương trình $\log_2(x+1)=4$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=15$. **C.** $x=3$. **D.** $x=16$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x+1)=4\Leftrightarrow x+1=2^4\Leftrightarrow x=15$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x\leq\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2}$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\frac{1}{3}\right)^x\leq\left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2}\Leftrightarrow x\geq -x+2\Leftrightarrow 2x\geq 2\Leftrightarrow x\geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[1;+\infty)$.

Câu 13. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-1$ là

A. x^3-x+C. **B.** $6x+C$. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Chọn A

Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-1$ là $\int\left(3x^2-1\right)dx=3.\frac{x^3}{3}-x+C=x^3-x+C$.

Câu 14. Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 64. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 3f(x)dx = 3\int_1^5 f(x)dx = 3.4 = 12$.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là

A. $\overline{z} = 3+2i$. **B.** $\overline{z} = 3-2i$. **C.** $\overline{z} = 2+3i$. **D.** $\overline{z} = -2+3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là $\overline{z} = 2+3i$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 5-6i$ và $z_2 = 2+3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ là?

A. $14+33i$. **B.** $236i$. **C.** $26-5i$. **D.** $7-30i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3z_1 - 4z_2 = 3(5-6i) - 4(2+3i) = 7-30i$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $iz+3+i = z$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 3z+\overline{z}$ bằng

A. -8. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $iz+3+i = z \Leftrightarrow 3+i = (1-i)z \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1-i} \Leftrightarrow z = 1+2i \Rightarrow \overline{z} = 1-2i$.

Do đó $w = 3z+\overline{z} = 3(1+2i)+1-2i = 4+4i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = 3z+\overline{z}$ bằng 8.

Câu 18. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{6}Bh$. **C.** Bh. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Câu 19. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.2 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 20. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R=2$. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $2\sqrt{5}\pi$. Tính thể tích khối nón.

A. π. **B.** $\frac{5}{3}\pi$. **C.** $\frac{4}{3}\pi$. **D.** $\frac{2}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Gọi độ dài đường sinh và chiều cao của hình nón lần lượt là l; h.

Ta có $S_{xq}=\pi Rl \Leftrightarrow \pi.2.l=2\sqrt{5}\pi \Leftrightarrow l=\sqrt{5}$.

Khi đó $h=\sqrt{l^2-R^2}=1$.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.1=\frac{4}{3}\pi$.

Câu 21. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 5π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 75π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V=\pi r^2h=\pi.5^2.3=75\pi$.

Câu 22. Cho khối cầu bán kính $R=3$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 3π. **B.** 9π. **C.** 4π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D

$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi 3^3=36\pi$.

Câu 23. Cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x-2y+3z+1=0$ có phương trình là:

A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z+16=0$.

C. $x-2y+3z-6=0$. **D.** $x-2y+3z-16=0$.

Lời giải

Chọn C

$(P)//(Q)\Rightarrow(P)$ có dạng $x-2y+3z+d=0$ $(d\neq 1)$.

$M\in(P)\Rightarrow 1-4+9+d=0\Leftrightarrow d+6=0\Leftrightarrow d=-6$.

Vậy (P): $x-2y+3z-6=0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tâm là

A. $M(4;-2;8)$. **B.** $N(2;-1;-4)$. **C.** $P(-2;1;-4)$. **D.** $Q(-4;2;-8)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=22$.

Vậy tâm của mặt cầu (S) là $P(-2;1;-4)$.

Câu 26. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. $\frac{7!}{3!}$. **B.** C_7^3. **C.** A_7^3. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Vậy ta có C_7^3 tập con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

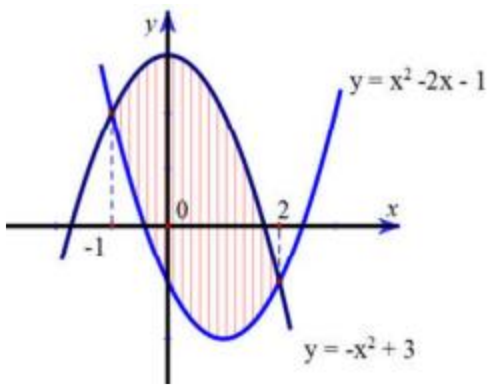
A. -4. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2=u_1+d \Leftrightarrow 6=2+d \Leftrightarrow d=4$.

Câu 28. Diện tích phần hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta thấy, diện tích của phần gạch sọc là

$S=\int_{-1}^{2}\left[(-x^2+3)-(x^2-2x-1)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\mathrm{d}x$.

Câu 29. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Môđun của số phức z_0-i bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0=-1+3i \\ z_1=-1-3i \end{array}\right.$

Do đó $|z_0 - i| = |-1+3i-i| = |-1+2i| = \sqrt{5}$.

Câu 30. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = 6a$. Thể tích khối chóp là

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABCD} = a^2$, $h = SA = 6a$.

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.6a = 2a^3$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

A. $(2;1;-1)$. **B.** $(3;-1;-2)$. **C.** $(1;3;-2)$. **D.** $(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 2t \end{cases}$

Gọi $H = d \cap (P)$

Vì $H \in d$ nên suy ra $H(2-t;1+2t;2t)$.

Mặt khác $H \in (P)$ nên ta có: $2-t+2(1+2t)-2t-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(1;3;2)$

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(1;3;2)$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-2) \le 1$ là

A. $(3;4)$. **B.** $[1;4]$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(3;4]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 3$.

Ta có $\log_2(x-3)+\log_2(x-2) \le 1 \Leftrightarrow \log_2(x-3)(x-2) \le 1 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) \le 2$.

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \le 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 4$.

Kết hợp với điều kiện: $x > 3$ ta có $3 < x \le 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-2) \le 1$ là $(3;4]$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+\sqrt{5-x}} = a - b\ln 2$, $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $E = ab$ bằng

A. $E = 6$. **B.** $E = 28$. **C.** $E = 8$. **D.** $E = 30$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{5-x} \Rightarrow t^2 = 5 - x \Rightarrow dx = -2tdt$

x	- 4 4

t	3 1

$$I=\int_3^1 \frac{-2t\mathrm{d}t}{1+t}=2\int_1^3 \frac{t\mathrm{d}t}{1+t}=2\int_1^3\left(1-\frac{1}{1+t}\right)\mathrm{d}t=2\left(t-\ln|1+t|\right)\Big|_1^3=2\left(3-2\ln 2\right)-2\left(1-\ln 2\right)=4-2\ln 2$$

Theo đề bài suy ra $a=4;b=2$.

Vậy $E=ab=4.2=8$.

Câu 34. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x$, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{496\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^2\left(-x^2+2x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{1}{5}x^5-x^4+\frac{4}{3}x^3\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{15}.$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$, $C(9;2;y)$. Để A, B, C thẳng hàng. Khi đó giá trị $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;x-5;2),\overrightarrow{AC}=(6;-3;y+1)$. Để A,B,C thẳng hàng thì

$$\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Rightarrow\frac{4}{6}=\frac{x-5}{-3}=\frac{2}{y+1}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}\Rightarrow x+y=5.$$

Vậy $x+y=5$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3=0$. Đường thẳng Δ qua $A(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Do $\Delta\perp(P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_{(P)}=(1;2;0)$ làm vectơ chỉ phương và đi qua $A(1;2;-3)$. Vậy Δ có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-3\end{cases}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

◆ Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax-1}{bx-c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\dfrac{c}{b}$ và đường

tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{b}$.

◆ Từ bảng biến thiên ta có: $\begin{cases}\dfrac{c}{b}=3\\ \dfrac{a}{b}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=3b\\ a=2b\end{cases}\ \left(1\right)$.

◆ Mặt khác: $f'\left(x\right)=\dfrac{-ac+b}{\left(bx-c\right)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;3\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$ nên

$f'\left(x\right)=\dfrac{-ac+b}{\left(bx-c\right)^2}>0\Leftrightarrow -ac+b>0\ \left(2\right)$.

◆ Thay $\left(1\right)$ vào $\left(2\right)$, ta được: $-6b^2+b>0\Leftrightarrow 0<b<\dfrac{1}{6}$.

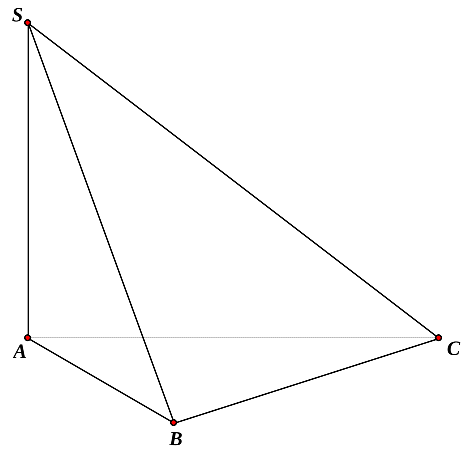
Suy ra $b>0\Rightarrow a>0,c>0$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right),SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC=2a$, $BC=a$. Góc giữa SB và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D



◆ Do $SA \perp (ABC)$ nên $(SB,(ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

◆ Theo giả thiết ta có tam giác ABC vuông tại B, $AC = 2a, BC = a$

$\Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

◆ Xét tam giác vuông SAB ta có $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow SBA = 45°$.

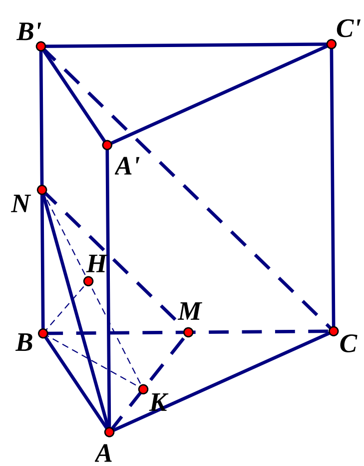
Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông, $BA = BC = 2a$, $AA' = 4a$, M là trung điểm BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



◆ Gọi N là trung điểm BB'.

Theo tính chất đường trung bình ta có $MN // B'C$. Suy ra $B'C // (AMN)$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(B'C; AM) = \mathrm{d}(B'C;(AMN)) = \mathrm{d}(C;(AMN)) = \mathrm{d}(B;(AMN))$.

◆ Dựng $BK \perp AM$ và $BH \perp NK$ (1).

Vì $\begin{cases} BK \perp AM \\ BB' \perp AM \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BB'K) \Rightarrow AM \perp BH \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (AMN) \Rightarrow d(B'C; AM) = d(B; (AMN)) = BH$.

◆ Xét tam giác vuông ABM có $BK = \dfrac{BA.BM}{\sqrt{BA^2 + BM^2}} = \dfrac{2a.a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông NBK có $BH = \dfrac{BK.BN}{\sqrt{BK^2 + BN^2}} = \dfrac{\dfrac{2a}{\sqrt{5}}.2a}{\sqrt{\dfrac{4a^2}{5} + 4a^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

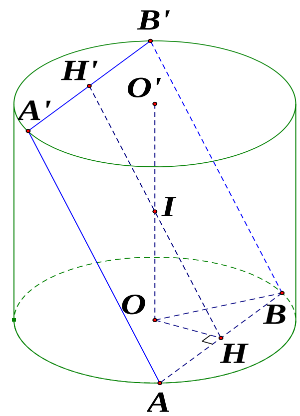
Vậy $\mathrm{d}(B'C; AM) = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao $a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $ABB'A'$ nằm trên mặt phẳng không vuông góc với đáy của hình trụ. Biết AB nằm trên đường tròn đáy thứ nhất, $A'B'$ nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ và $AB = A'B' = a$, diện tích hình chữ nhật $ABB'A'$ bằng $2a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng:

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



◆ Gọi H và H' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$, $I = OO' \cap (ABB'A')$.

◆ Ta có: $\left.\begin{matrix} OH \ // \ O'H' \\ OH = O'H' \end{matrix}\right\} \Rightarrow OHO'H'$ là hình bình hành. Do đó I là trung điểm của OO' và HH'

◆ $S_{ABB'A'} = AB.AA' = 2a^2 \Rightarrow AA' = 2a \Rightarrow IH = a, OI = \dfrac{OO'}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $HB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

$\Rightarrow OH = \sqrt{IH^2 - OI^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

◆ Vậy thể tích khối trụ đã cho là: $V = \pi.OB^2.OO' = \pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2.a\sqrt{2} = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 41. Cho hai hộp đựng bi, đựng 2 loại bi là bi trắng và bi đen, tổng số bi trong hai hộp là 20 bi và hộp thứ nhất đựng ít bi hơn hộp thứ hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Cho biết xác suất để lấy được 2 bi đen là $\frac{55}{84}$, tính xác suất để lấy được 2 bi trắng?

A. $\frac{1}{28}$. **B.** $\frac{15}{84}$. **C.** $\frac{11}{84}$. **D.** $\frac{3}{28}$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử trong hộp 1 có a bi trắng và b bi đen, trong hộp 2 có c bi trắng và d bi đen.

Khi đó: $a+b+c+d=20$ và $a+b<c+d$. Suy ra $a+b<10$ và $c+d>10$. Do đó: $a,b<10$.

- Số cách lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi là: $(a+b)(c+d)\Rightarrow n(\Omega)=(a+b)(c+d)$
- Gọi A là biến cố: " lấy được 2 bi đen ", B là biến cố: " lấy được 2 bi trắng ".

Suy ra $n(A)=b.d$, $n(B)=a.c$

- Do đó: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{bd}{(a+b)(c+d)}=\frac{55}{84}$, $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{ac}{(a+b)(c+d)}$.
- Từ $\frac{bd}{(a+b)(c+d)}=\frac{55}{84}$ suy ra $bd\,\vdots\,55$ và $(a+b)(c+d)\,\vdots\,84$

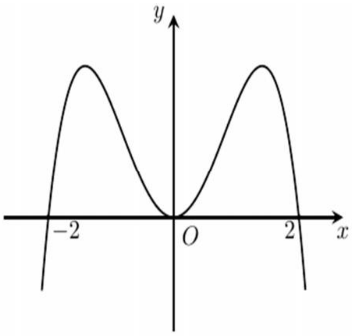
Mà $(a+b)(c+d)\le\frac{(a+b+c+d)^2}{4}=100$.

Do đó $(a+b)(c+d)=84\Rightarrow bd=55=1.5.11\Rightarrow\begin{cases}b=5\\d=11\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases}(a+5)(c+11)=84\\a+c=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\c=3\end{cases}$

- Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{ac}{(a+b)(c+d)}=\frac{1.3}{6.14}=\frac{1}{28}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

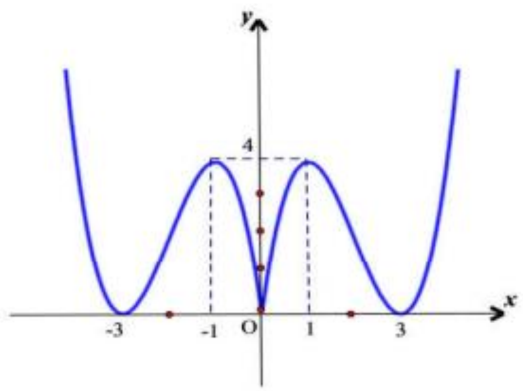
- Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta suy ra $f'(x)\ge 0 \Leftrightarrow -2\le x\le 2$, $f'(x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ x\ge 2\end{array}\right.$.
- Xét $g(x)=f(x^2+1) \Rightarrow g'(x)=2x.f'(x^2+1)$

Hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2+1)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 0 \\ f'(x^2+1)\ge 0\end{cases} \\ \begin{cases} x\le 0 \\ f'(x^2+1)\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 0 \\ -2\le x^2+1\le 2\end{cases} \\ \begin{cases} x\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+1\le -2 \\ x^2+1\ge 2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 0 \\ -1\le x\le 1\end{cases} \\ \begin{cases} x\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le x\le 1 \\ x\le -1\end{array}\right..$$

- Vậy hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x)+\sqrt{\dfrac{3+x}{3-x}}\cdot\dfrac{1}{f(x)}=\sqrt{9-x^2}-\dfrac{1}{x-3}$ (1) có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $-3<x<3$.

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{3-x}{3+x}}\cdot f(x)+\dfrac{1}{f(x)}-\sqrt{\dfrac{3-x}{3+x}}\cdot\sqrt{9-x^2}-\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}=0$.

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{3-x}{3+x}}\left[f(x)-\sqrt{9-x^2}\right]+\dfrac{1}{f(x)}-\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}=0$.

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{3-x}{3+x}}\left[f(x)-\sqrt{9-x^2}\right]-\dfrac{f(x)-\sqrt{9-x^2}}{f(x).\sqrt{9-x^2}}=0$.

$$\Leftrightarrow\left[f(x)-\sqrt{9-x^2}\right].\left[\sqrt{\frac{3-x}{3+x}}-\frac{1}{f(x).\sqrt{9-x^2}}\right]=0.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f(x)=\sqrt{9-x^2} & (2)\\ f(x)=\dfrac{1}{3-x} & (3)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$ trên khoảng $(-3;3)$ có BBT :

x	$-\infty$	-3		0		3	$+\infty$
y'			$+$		$-$		
y		0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ và BBT của hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$ trên khoảng $(-3;3)$ suy ra phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3-x}$ trên khoảng $(-3;3)$ có BBT :

x	-3		3
y'		$+$	
y	$\frac{1}{6}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ và BBT của hàm số $y=\dfrac{1}{3-x}$ trên khoảng $(-3;3)$ suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt khác 4 nghiệm của phương trình (2).

Vậy phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, biết $f(1)=1$ và $f(x).f'(x)+x-4=(x-2)f'(x)+f(x)$ với $\forall x\in[1;3]$. Biết $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{a}{b}+2\sqrt{c}$ (với a,b,c là các số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó tổng $a+b+c$ bằng.

A. 10. **B.** 19. **C.** 17. **D.** 53.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $f(x).f'(x)+x-4=(x-2)f'(x)+f(x)$.

$\Leftrightarrow f'(x)\left[f(x)-x+2\right]-\left[f(x)-x+4\right]=0$.

$\Leftrightarrow\left[f(x)-x+2\right]\left[f'(x)-1\right]=2$.

$\Rightarrow\int\left[f(x)-x+2\right]\left[f'(x)-1\right]\mathrm{d}x=\int 2\mathrm{d}x$.

$\Leftrightarrow \dfrac{\left[f(x)-x+2\right]^2}{2}=2x+C, \quad (1)$

Thay $x=1$ vào (1) ta suy ra : $C=0$.

Khi đó ta được : $f(x)=2\sqrt{x}+x-2$.

Suy ra : $\int\limits_1^3\left(2\sqrt{x}+x-2\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{4}{3}+2\sqrt{12}\Rightarrow a=4,b=3,c=12$.

Vậy $a+b+c=19$.

Câu 45. Cho x,y là hai số nguyên không âm thỏa mãn $\log_2(x+y)=\log_3(x-y)$. Hỏi tổng $x+y$ là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Đặt : $\log_2(x+y)=\log_3(x-y)=t$.

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=2^t \\ x-y=3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2^t+3^t}{2} \\ y=\dfrac{2^t-3^t}{2} \end{cases}$

Nhận xét :

+) Nếu $t>0$ thì $2^t<3^t\Rightarrow \dfrac{2^t-3^t}{2}<0$ nên $y<0$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $t<0$ thì $0<2^t;3^t<1\Rightarrow 0<\dfrac{2^t+3^t}{2}<\dfrac{1+1}{2}=1$ nên $0<x<1$ (không thỏa mãn).

+) Nếu $t=0$ thì $\begin{cases} x=\dfrac{1+1}{2}=1 \\ y=\dfrac{1-1}{2}=0 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy $(x;y)=(0;0)$ là nghiệm duy nhất nguyên không âm của phương trình.

Do đó : $x+y=1$.

Câu 46. Cho hai số thực dương a; b thỏa mãn $1>a>b>\dfrac{1}{4}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(b-\dfrac{1}{4}\right)-\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(4;\dfrac{11}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};4\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ gt$\Rightarrow \log_a b>1$

Ta có: $\left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2\ge 0;\ \forall b\in\left(\dfrac{1}{4};1\right)\Rightarrow b-\dfrac{1}{4}\le b^2;\ \forall b\in\left(\dfrac{1}{4};1\right)$

$$\Rightarrow P=\log_a\left(b-\frac{1}{4}\right)-\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}\ge \log_a b^2-\frac{1}{\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)}=2\log_a b-\frac{1}{2\left(\log_b a-1\right)}=$$

$$=2\log_a b+\frac{\log_a b}{2\left(\log_a b-1\right)}=2\left(\log_a b-1\right)+\frac{1}{2\left(\log_a b-1\right)}+\frac{5}{2}\ge 2+\frac{5}{2}=\frac{9}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \log_a b=\frac{3}{2}\Leftrightarrow a^3=b^2$.

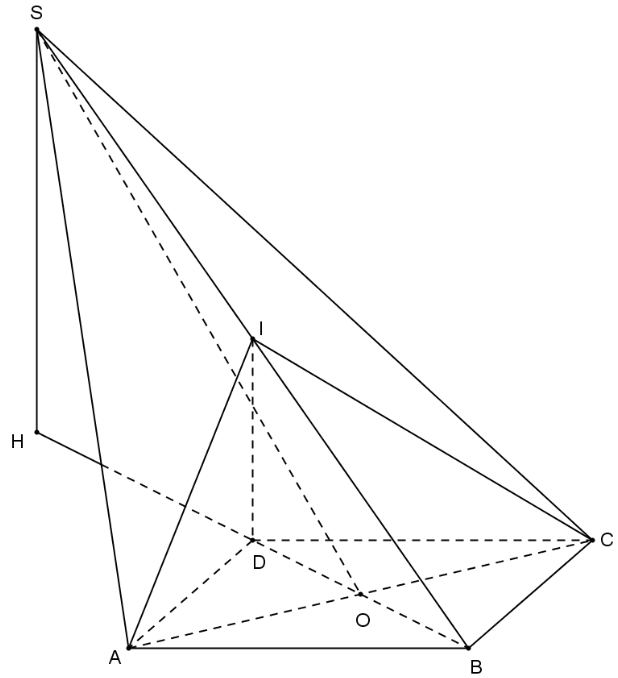
Vậy $\min P=\frac{9}{2}\in\left(4;\frac{11}{2}\right)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=BC=a$; $ABC=120°$; $SAB=SCB=90°$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{2a}{\sqrt{21}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$:

A. $V=\frac{\sqrt{5}a^3}{10}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{15}a^3}{10}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{15}a^3}{5}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Từ gt$\Rightarrow$Hình chóp $S.ABC$ nội tiếp trong mặt cầu đường kính SB. Mặt cầu này có tâm là trung điểm I của SB

Dựng hình bình hành $ABCD\Rightarrow ABCD$ là hình thoi cạnh a và $DA=DB=DC=a$

$\Rightarrow D$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow ID\perp(ABC)$

Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow D$ là trung điểm HB.

$\Rightarrow HO=3BO=\frac{3a}{2}\Rightarrow d\left(H;(SAC)\right)=3d\left(B;(SAC)\right)=\frac{6a}{\sqrt{21}}$.

Mà $\frac{1}{SH^2}=\frac{1}{\left[d\left(H;(SAC)\right)\right]^2}-\frac{1}{HO^2}\Rightarrow SH=\frac{6a\sqrt{5}}{5}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AB.BC.\sin 120°=\frac{\sqrt{15}a^3}{10}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=\frac{\left(x-2\right)^4}{\left[f\left(x+1\right)\right]^3}$ là:

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT $\Rightarrow f\left(x\right)=-4x^4+8x^2-1$

$\Rightarrow f\left(x+1\right)=-4\left(x+1\right)^4+8\left(x+1\right)^2-1\Rightarrow f'\left(x+1\right)=-16\left(x+1\right)^3+16\left(x+1\right)$

$$g'\left(x\right)=\frac{\left(x-2\right)^3\left[4f\left(x+1\right)-3\left(x-2\right)f'\left(x+1\right)\right]}{\left[f\left(x+1\right)\right]^4}$$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\4f\left(x+1\right)-3\left(x-2\right)f'\left(x+1\right)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\8\left(x+1\right)^4-36\left(x+1\right)^3-4\left(x+1\right)^2+36\left(x+1\right)-1=0\ \ (1)\end{array}\right.$$

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khác 2 và không trùng với các nghiệm của phương trình $f\left(x+1\right)=0$. Do đó phương trình $g'\left(x\right)=0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt nên hàm số $g\left(x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 49. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+3(m^2-5m-4)x^2-6(3m^2-6m-19)x-32\sqrt{(x+1)^3}+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$. Số phần tử của tập hợp S là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có :

$f'(x)=6(m+1)x^2+6(m^2-5m-4)x-6(3m^2-6m-19)-48\sqrt{x+1}$

$=6(x-3)\left[(m+1)x+m^2-2m-1-\dfrac{8}{\sqrt{x+1}+2}\right]$

+ Điều kiện cần để $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ là :

$$f'(0)\ge 0 \Leftrightarrow m^2-2m-\frac{11}{3}\le 0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{42}}{3}\le m\le \frac{3+\sqrt{42}}{3}\Rightarrow -1\le m\le 3 \,(1)$$

+ Đặt $g(x)=(m+1)x+m^2-2m-1-\dfrac{8}{\sqrt{x+1}+2}$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ (theo (1)).

Do đó: $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\le 0, \forall x\in(-1;3] \\ g(x)\ge 0, \forall x\in[3;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \max\limits_{(-1;3]} g(x)\le 0 \\ \min\limits_{[3;+\infty)} g(x)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(3)\le 0 \\ g(3)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m\le 0 \\ m^2+m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right.$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx-c\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ với a,b,c là các số thực dương, biết $f(1)=-3,\ f(5)=2$. Xét hàm số $g(t)=\left|3f(3-2t)+2f(3t-2)+m\right|$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho $\max\limits_{[-1;1]} g(t)=10$. Số phần tử của S là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(t)=3f(3-2t)+2f(3t-2)+m$. Ta có : $h'(t)=-6f'(3-2t)+6f'(3t-2)$,

$h'(t)=0 \Leftrightarrow f'(3-2t)=f'(3t-2)\,(1)$

+ Mặt khác: $f'(x)=3ax^2+b-\dfrac{c}{\sqrt{1+x^2}}$.

Do đó, $f'(x_1)=f'(x_2)\Leftrightarrow \left(x_1^2-x_2^2\right)\left(3a+\dfrac{c}{\sqrt{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}.\left(\sqrt{1+x_1^2}+\sqrt{1+x_2^2}\right)}\right)=0 \Leftrightarrow x_1^2=x_2^2$. Áp dụng tính chất đó ta có : (1) $\Leftrightarrow (3-2t)^2=(3t-2)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$

+ Ta cũng có $f(-x)=-ax^3-bx-c\ln\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}=-f(x)$

+ Do đó : $\max\limits_{[-1;1]} g(t)=\max\left\{|h(-1)|;|h(1)|\right\}=\max\left\{|m+2|;|m-15|\right\}$

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} g(t)=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+2|=10 \\ |m+2|\ge |m-15| \end{cases} \\ \begin{cases} |m-15|=10 \\ |m-15|\ge |m+2| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=8 \\ m=5 \end{array}\right.$

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 09

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN:
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN – ĐIỆN BIÊN

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là:

A. $(7;1)$. **B.** $(0;7)$. **C.** $(5;1)$. **D.** $(7;0)$.

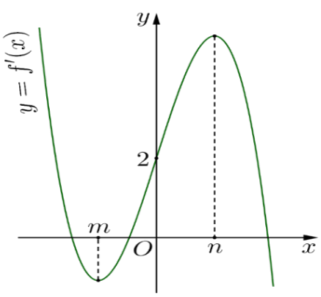
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \dfrac{2}{3}$. Tính số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó.

A. $u_5 = -\dfrac{27}{16}$. **B.** $u_5 = -\dfrac{16}{27}$. **C.** $u_5 = \dfrac{16}{27}$. **D.** $u_5 = \dfrac{27}{16}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $(a \neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ dưới:



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'(f(x) - 2x)$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 6.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 7. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao $20m$, chu vi đáy bằng $5m$.

A. $100m^2$. **B.** $50\pi m^2$. **C.** $100\pi m^2$. **D.** $50m^2$.

Câu 8. Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2-2ax-1)dx$ bằng

A. $3b^2-2ab-1$. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3-ba^2-b. **D.** b^3-b^2a-b.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(2;1;3)$. **B.** $\vec{n}(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}(2;-1;-3)$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $2^{2+x}-2^{2-x}=15$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$ và $f'(x)=x\sin x$. Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(x)dx=\frac{a}{b}-\frac{\pi^2}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 27. **B.** 5. **C.** 20. **D.** 23.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i).z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 14. Cho các số thực x,y thỏa mãn $5+16.4^{x^2-2y}=\left(5+16^{x^2-2y}\right).7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T=M+m$

A. $T=15$. **B.** $T=\frac{19}{2}$. **C.** $T=\frac{21}{2}$. **D.** $T=10$.

Câu 15. Từ các chữ số $2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 1296. **B.** 24. **C.** 360. **D.** 720.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(0;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(0;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;0)$.

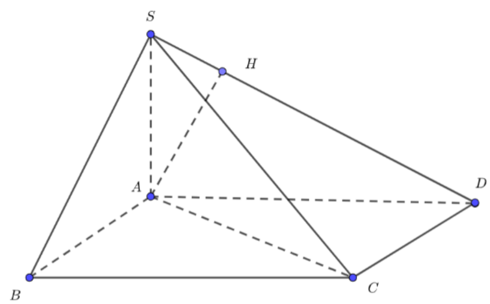
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2+z^2=16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y-2\sqrt{2}=0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 26. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 45.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?

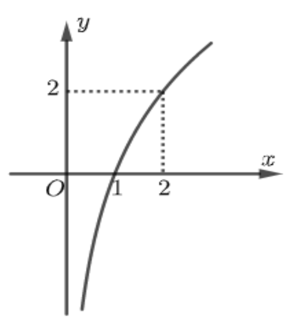
A. $3x+4y+2=0$. **B.** $3x+4y-2=0$. **C.** $6x+8y-11=0$. **D.** $6x+8y+11=0$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a; AD=2a$, SA vuông góc với đáy $ABCD$, SC hợp với đáy một góc α và $\tan\alpha=\frac{\sqrt{10}}{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).



A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20. Tìm a để hàm số $y=\log_a x$ $(0<a\neq 1)$ có đồ thị là hình bên dưới



A. $a=\sqrt{2}$. **B.** $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=2$.

Câu 21. Cho số phức $w=\frac{4+iz}{1+z}$, biết các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w|$.

A. $\sqrt{20}$. **B.** $\sqrt{20}+\sqrt{34}$. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{34}-\sqrt{20}$

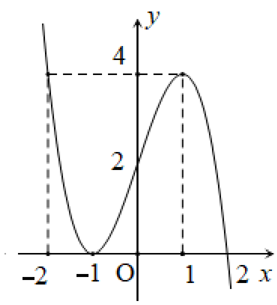
Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}x^3+3x^2+m & khi\ \ x\le 1\\ -x^4-2x^2+7+m\ \ khi\ \ x>1\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m\in\left(0;50\right)$ để $\underset{[-1;2]}{Max}\left|f\left(x\right)\right|\ge 2\underset{[-1;2]}{Min}\left|f\left(x\right)\right|$?

A. 7. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 38.

Câu 23. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB=a$, $AC=2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. $\dfrac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;1\right)$. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. $\min\limits_{[-2;1]} f\left(x\right)=0$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right)=4$.

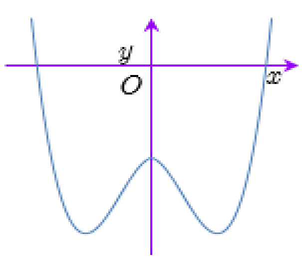
Câu 25. Tổng các giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-10;10\right]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

A. 49. **B.** -49. **C.** -45. **D.** 45.

Câu 26. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a\ne 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a,b,c?



A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 28. Lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Hỏi thể tích lăng trụ

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

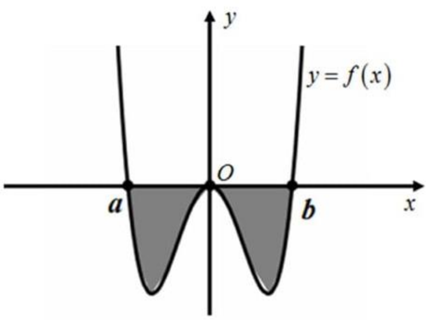
Câu 29. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{6}$. Biết rằng các mặt bên của hình chóp có diện tích bằng nhau và một trong các cạnh bên bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$.

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\frac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]}|f(x)|+\min_{[1;3]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Hình vẽ bên biểu diễn trục hoành cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $0,a,b$ $(a<0<b)$. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\left|\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_0^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 32. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_5 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 x$ là

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $\frac{2a}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 34. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-5z+8=0$. Giá trị $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 41. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 17.

Câu 35. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-3C_n^{n-1}=11n$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $P(x)=(x-2)^n$

A. 384384. **B.** -3075072. **C.** -96096. **D.** 3075072.

Câu 36. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi e^2}{2}$. **C.** $V=\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$.

Câu 37. Cho $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Khi đó: $J=\int\limits_0^2\left[4f(x)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 38. Số phức liên hợp của số phức $-4+5i$ là

A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $-4-5i$. **D.** $4+5i$.

Câu 39. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

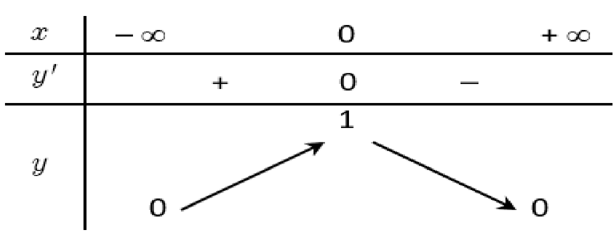
Câu 40. Cho hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a, chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $2a^2$.

Câu 41. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_{0,2}x$. **B.** $\log_{2018}x$. **C.** $\log_{\frac{5}{3}}x$. **D.** $\log_7 x$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2(x)-m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3. Chọn đáp án đúng.



A. $0<m\le 1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x+2y-z-14=0$. **B.** $2x-y-z+5=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đường thẳng $x=0$ và $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=0$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=-1$

Câu 45. Cho hình nón có chiều cao bằng a. Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{9}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{9}$. **D.** $\frac{5\pi a^3}{12}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai $f''(x)$ liên tục trên $[0;1]$ đồng thời thỏa mãn điều

kiện $f(0)=f(1)=1, f'(0)=2021$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_0^1 f''(x)(1-x)dx=-2021$. **B.** $\int_0^1 f''(x)(1-x)dx=2021$.

C. $\int_0^1 f''(x)(1-x)dx=1$. **D.** $\int_0^1 f''(x)(1-x)dx=-1$.

Câu 47. Nếu $\log_2 x=5\log_2 a+4\log_2 b\ (a,b>0)$ thì x bằng

A. a^5b^4. **B.** a^4b^5. **C.** $5a+4b$. **D.** $4a+5b$.

Câu 48. $\int x^3dx$ bằng:

A. $3x^2+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4$. **D.** $4x^4+C$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và đoạn MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $MB=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB=\sqrt{5}$. **C.** $MB=\sqrt{41}$. **D.** $MB=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.A	5.B	6.C	7.A	8.D	9.B	10.C
11.C	12.A	13.D	14.B	15.A	16.A	17.D	18.B	19.D	20.A
21.B	22.D	23.D	24.C	25.B	26.D	27.B	28.B	29.B	30.C
31.C	32.D	33.C	34.B	35.C	36.A	37.A	38.C	39.A	40.A
41.A	42.C	43.C	44.D	45.D	46.A	47.A	48.B	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=3+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diên số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là:

A. $(7;1)$. **B.** $(0;7)$. **C.** $(5;1)$. **D.** $(7;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2z_1+z_2=2(2-i)+(3+2i)=7$. Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(7;0)$

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Trong đó nghiệm $x=0$ và $x=2$ là nghiệm đơn còn $x=1$ là nghiệm kép nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=-3$ và công bội $q=\frac{2}{3}$. Tính số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó.

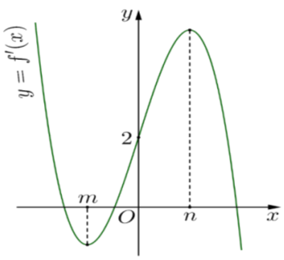
A. $u_5=-\frac{27}{16}$. **B.** $u_5=-\frac{16}{27}$. **C.** $u_5=\frac{16}{27}$. **D.** $u_5=\frac{27}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_5=u_1.q^4=(-3)\left(\frac{2}{3}\right)^4=-\frac{16}{27}$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a\neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ dưới:



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'\left(f(x)-2x\right)$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \left[f'\left(f(x)-2x\right)\right]' = \left(f(x)-2x\right)'.f''\left(f(x)-2x\right) = \left(f'(x)-2\right).f''\left(f(x)-2x\right)$.

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left(f'(x)-2\right).f''\left(f(x)-2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x)-2=0 & (1) \\ f''\left(f(x)-2x\right)=0 & (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra:

- Phương trình (1): $f'(x)-2=0 \Leftrightarrow f'(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Hàm số $f'(x)$ có 2 điểm cực trị là $x=m$ và $x=n$ nên phương trình $f''(x)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=n \end{array}\right.$.

$\Rightarrow f''\left(f(x)-2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-2x=m \\ f(x)-2x=n \end{array}\right.$.

Xét hàm số: $h(x) = f(x)-2x$:

$h'(x) = f'(x)-2=0 \Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<m \\ x=0 \\ x=x_2>n \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$h(x_1)$	$\searrow$	e	$\nearrow$	$h(x_2)$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, kết hợp với điều kiện $m<n<e$ suy ra cả phương trình $f(x)-2x=m$ và phương trình $f(x)-2x=n$ mỗi phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt và các

nghiệm này cùng với các nghiệm của phương trình $f'(x)-2$ đôi một khác nhau $\Rightarrow$ phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Vậy số điểm cực trị của hàm số $y=f'\left(f(x)-2x\right)$ là 7.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$ và $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)$

$\Rightarrow$ Đường thẳng đi qua C và vuông góc mặt phẳng (ABD) có một véc tơ chỉ phương là

$$\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right]=\left(\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}\right)=(-4;-3;-1)=-(4;3;1).$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ trên trục Oz có tọa độ là $M'(0;0;z_0)$. Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ là điểm $(0;0;-1)$.

Câu 7. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao $20m$, chu vi đáy bằng $5m$.

A. $100m^2$. **B.** $50\pi m^2$. **C.** $100\pi m^2$. **D.** $50m^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có chu vi đáy $2\pi R=5(m)$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=5.20=100\ (m^2)$.

Câu 8. Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int\limits_0^b\left(3x^2-2ax-1\right)dx$ bằng

A. $3b^2-2ab-1$. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3-ba^2-b. **D.** b^3-b^2a-b.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^b \left(3x^2-2ax-1\right)dx=\left(x^3-ax^2-x\right)\Big|_0^b=b^3-ab^2-b$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(2;1;3)$. **B.** $\vec{n}(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}(2;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn B

$(P): 2x-y+3z+1=0$ có một VTPT là $\vec{n}(2;-1;3)$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $2^{2+x}-2^{2-x}=15$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{2+x}-2^{2-x}=15 \Leftrightarrow 4.2^x-\dfrac{4}{2^x}=15 \Leftrightarrow 4.\left(2^x\right)^2-15.2^x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=4 \\ 2^x=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$.

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất.

Câu 11. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y'=3x^2-3;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[0;2] \\ x=1\in[0;2]\end{array}\right.$.

Khi đó $y(0)=2;\ y(1)=0;\ y(2)=4$.

Nên $M=\max\limits_{[0;2]} y=y(2)=4;\ m=\min\limits_{[0;2]} y=y(1)=0$.

Vậy $M-m=4$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$ và $f'(x)=x\sin x$. Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(x)dx=\dfrac{a}{b}-\dfrac{\pi^2}{c}$ (với $a, b,$ c là các số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 27. **B.** 5. **C.** 20. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int x\sin x\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}(-\cos x)=-x\cos x+\int\cos x\mathrm{d}x=-x\cos x+\sin x+C.$

Mặt khác $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\Rightarrow C=1$ nên $f(x)=-x\cos x+\sin x+1.$

Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xf(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-x\cos^2x+\sin x\cos x+\cos x)\mathrm{d}x$

$=-\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}x(1+\cos 2x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\mathrm{d}x$

$=-\frac{1}{2}I-\frac{1}{4}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{1}{2}I+\frac{3}{2}$ (với $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x(1+\cos 2x)\mathrm{d}x$).

Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x(1+\cos 2x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=(1+\cos 2x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=x+\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}.$

Khi đó $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x(1+\cos 2x)\mathrm{d}x=x\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\mathrm{d}x$

$=\frac{\pi^2}{4}-\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi^2}{8}-\frac{1}{2}.$

Vậy $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xf(x)\mathrm{d}x=\frac{7}{4}-\frac{\pi^2}{16}$. Nên $a+b+c=27$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i).z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

* Gọi $z=a+bi$, $(a,b\in R)\Rightarrow\bar{z}=a-bi$

* Khi đó ta được

$3(a-bi+i)-(2-i)(a+bi)=3+10i$

$\Leftrightarrow 3a-3bi+3i-2a-2bi+ai-b=3+10i$

$\Leftrightarrow a-b+(a-5b+3)i=3+10i \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ a-5b+3=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ a-5b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

Vậy $|z|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$

Câu 14. Cho các số thực x,y thỏa mãn $5+16.4^{x^2-2y}=\left(5+16^{x^2-2y}\right).7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T=M+m$

A. $T=15$. **B.** $T=\dfrac{19}{2}$. **C.** $T=\dfrac{21}{2}$. **D.** $T=10$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^2-2y$, khi đó phương trình trở thành: $5.7^t+16.28^t=245+49.16^t \Leftrightarrow t=2$

$\Rightarrow x^2-2y=2 \Rightarrow y=\dfrac{x^2-2}{2}$

Thế $y=\dfrac{x^2-2}{2}$ vào biểu thức P ta được:

$P=\dfrac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3} \Rightarrow P'=\dfrac{-4x^2-22x-10}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$

$P'=0 \Leftrightarrow -4x^2-22x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=-5 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:nhờ bổ sung ở BBT:

x	$-\infty$		-5		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $T=M+m=\dfrac{5}{2}+7=\dfrac{19}{2}$

Câu 15. Từ các chữ số $2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 1296. **B.** 24. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abcd}$

Chọn a có 6 cách

Chọn b có 6 cách

Chọn c có 6 cách

Chọn d có 6 cách

Áp dụng quy tắc nhân có $6.6.6.6 = 1296$ (số).

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u} = (0;2;1)$. **B.** $\vec{u} = (0;-2;1)$. **C.** $\vec{u} = (-2;0;1)$. **D.** $\vec{u} = (1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (-1;0;0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;2)$.

$\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (0;2;1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + \left(y + \sqrt{2}\right)^2 + z^2 = 16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y - 2\sqrt{2} = 0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 26. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 45.

Lời giải

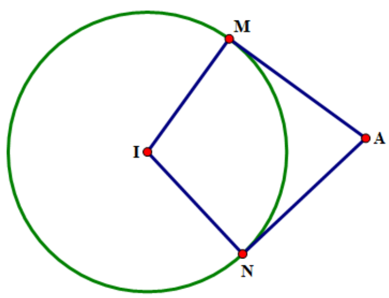
Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;-\sqrt{2};0\right)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi $(P): y - 2\sqrt{2} = 0$. Do $A \in (P) \Rightarrow A\left(a;2\sqrt{2};c\right)$.

Xét: $d\left(I,(P)\right) = \dfrac{\left|-\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\right|}{1} = 3\sqrt{2} > 4 = R$.

Gọi hai tiếp tuyến đi qua A với (S) tại hai tiếp điểm là M và N.



Các tiếp tuyến với (S) đi qua A là các đường sinh của mặt nón đỉnh $(S) \Rightarrow \widehat{MAN} \geq 90°$

$\Rightarrow \widehat{MAI} \geq 45° \Rightarrow \dfrac{IM}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow IA \leq 4\sqrt{2} \Rightarrow a^2 + c^2 \leq 14$.

Theo đề, $a, c \in \mathbb{Z}$ suy ra:

$$(a,c) \in \left\{\begin{matrix}(0;0);(0;\pm1);(\pm1;0);(0;\pm2);(\pm2;0);(0;\pm3);(\pm3;0);(\pm1;\pm1); \\ (\pm1;\pm2);(\pm1;\pm3);(\pm2;\pm1);(\pm2;\pm2);(\pm2;\pm3);(\pm3;\pm1);(\pm3;\pm2)\end{matrix}\right\}.$$

Khi đó, có 45 điểm A thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?

A. $3x+4y+2=0$. **B.** $3x+4y-2=0$. **C.** $6x+8y-11=0$. **D.** $6x+8y+11=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.

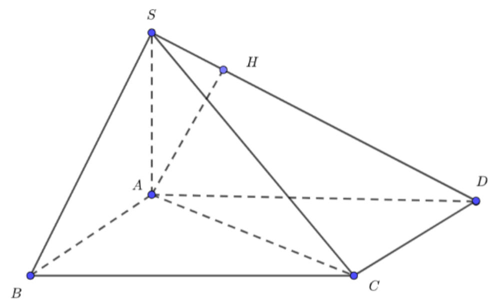
Giả sử $M(x;y;z)\in(S)$, khi đó: $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9\ (1)$.

Mặt khác, AM tiếp xúc với (S) tại điểm M nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa M tức cũng chứa đường thẳng AM là vectơ $\overrightarrow{IM}$ vuông góc với $\overrightarrow{AM}$.

Khi đó: $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow(x+1)(x-2)+(y+1)(y-3)+(z+1)^2=0\ (2)$.

Kết hợp (1) và (2), ta được: $3x+4y-2=0$ là mặt phẳng cần tìm.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a; AD=2a$, SA vuông góc với đáy $ABCD$, SC hợp với đáy một góc α và $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).



A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

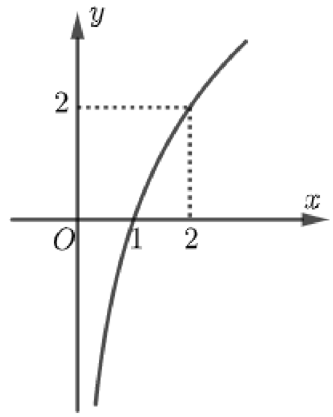
Ta có $CD\perp SA, CD\perp AD\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow(SCD)\perp(SAD)$.

Kẻ $AH\perp SD\Rightarrow AH\perp(SCD)$ và $AB//(SCD)\Rightarrow d(B,(SCD))=d(A,(SCD))=AH$.

Dễ thấy $SC,(ABCD)=SCA\Rightarrow\tan\alpha=\tan SCA=\dfrac{\sqrt{10}}{5}\Rightarrow SA=\dfrac{\sqrt{10}}{5}AC=\dfrac{\sqrt{10}}{5}.a\sqrt{5}=a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAD ta có $AH=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20. Tìm a để hàm số $y=\log_a x$ $\left(0<a\neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên dưới



A. $a=\sqrt{2}$. **B.** $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2=\log_a 2\Leftrightarrow a^2=2\Rightarrow a=\sqrt{2}$.

Câu 21. Cho số phức $w=\frac{4+iz}{1+z}$, biết các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w|$.

A. $\sqrt{20}$. **B.** $\sqrt{20}+\sqrt{34}$. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{34}-\sqrt{20}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn số phức $w=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

$$w=\frac{4+iz}{1+z}\Leftrightarrow w+wz=4+iz\Leftrightarrow wz-iz=4-w\Leftrightarrow z\left(w-i\right)=4-w\Rightarrow z=\frac{4-w}{w-i}.$$

$$|z|=\sqrt{2}\Rightarrow\frac{|4-w|}{|w-i|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow|4-w|=\sqrt{2}|w-i|\Leftrightarrow|4-x-yi|=\sqrt{2}|x+yi-i|$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{\left(4-x\right)^2+y^2}=\sqrt{2}.\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I\left(-4;2\right)$ và bán kính $R=\sqrt{34}$.

Khi đó giá trị lớn nhất của $|w|$ là $\max|w|=OI+R=\sqrt{\left(-4\right)^2+2^2}+\sqrt{34}=\sqrt{20}+\sqrt{34}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}x^3+3x^2+m & khi\ \ x\leq 1\\ -x^4-2x^2+7+m & khi\ \ x>1\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m\in\left(0;50\right)$ để $\underset{[-1;2]}{Max}\left|f\left(x\right)\right|\geq 2\underset{[-1;2]}{Min}\left|f\left(x\right)\right|$?

A. 7. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 38.

Lời giải

Chọn D

Có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -1^4 - 2.1^2 + 7 + m = m+4$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1^3 + 3.1^2 + m = m+4$; $f(1) = m+4$.

Suy ra hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Xét $g(x) = x^3 + 3x^2 + m$; $g'(x) = 3x^2 + 6x \xrightarrow{g'(x)=0} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Xét $h(x) = -x^4 - 2x^2 + 7 + m$; $h'(x) = -4x^3 - 4x \xrightarrow{h'(x)=0} x = 0$.

Ta lập được bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x		-2		-1		0		1		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$		$m+4$	$\searrow$	$m+2$	$\searrow$	m	$\nearrow$	$m+4$	$\searrow$	$m-17$	

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $\min\limits_{[-1;2]} f(x) = m-17$; $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = m+4$.

TH1: Nếu $m-17>0 \Leftrightarrow m>17 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[-1;2]} |f(x)| = |m-17| = m-17 \\ \max\limits_{[-1;2]} |f(x)| = |m+4| = m+4 \end{cases}$.

Bài toán trở thành $\begin{cases} m>17 \\ m+4 \ge 2(m-17) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>17 \\ m\le 38 \end{cases}$ hay $17 < m \le 38$.

TH2: Nếu $m+4<0 \Leftrightarrow m<-4 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[-1;2]} |f(x)| = |m+4| = -m-4 \\ \max\limits_{[-1;2]} |f(x)| = |m-17| = 17-m \end{cases}$.

Bài toán trở thành $\begin{cases} m<-4 \\ 17-m \ge 2(-m-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-4 \\ m\ge -25 \end{cases}$ hay $-25 \le m < -4$.

TH3: Nếu $m-17 \le 0 \le m+4 \Leftrightarrow -4 \le m \le 17$, lúc đó $\begin{cases} \min\limits_{[-1;2]} |f(x)| = 0 \\ \max\limits_{[-1;2]} |f(x)| = \left[\begin{array}{l} |m+4| \\ |m-17| \end{array}\right. \end{cases}$.

Lúc đó, hiển nhiên $\underset{[-1;2]}{Max} |f(x)| \ge 2 \underset{[-1;2]}{Min} |f(x)|, \forall m \in [-4;17]$.

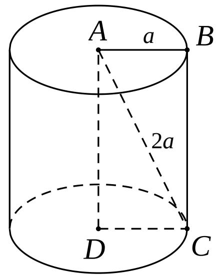
Kết hợp lại, ta được $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in(0;38] \end{cases} \Rightarrow m \in \{1;2;3;...;38\} \Rightarrow$ có 38 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 23. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. $\frac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

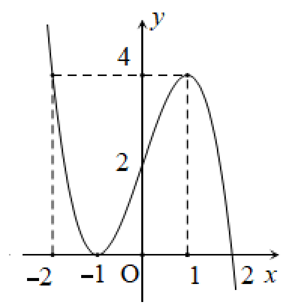
Chọn D



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD, ta được hình trụ có bán kính đáy $R = AB = a$; chiều cao $h = AD = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$;.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. $\min\limits_{[-2;1]} f(x) = 0$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = 4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta thấy phương án đúng là phương án **C.**

A sai vì hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

B sai vì giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

D sai vì trên $\mathbb{R}$, hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất.

Câu 25. Tổng các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

A. 49. **B.** -49. **C.** -45. **D.** 45.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'=x^2+4x-m\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\le x^2+4x,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m\le \min\limits_{\mathbb{R}}\left(x^2+4x\right)=-4$

Các giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ thỏa ycbt là: $m\in\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4\}$

Khi đó tổng các giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$: $(-10)+(-9)+(-8)+(-5)+(-4)=-49$

Câu 26. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

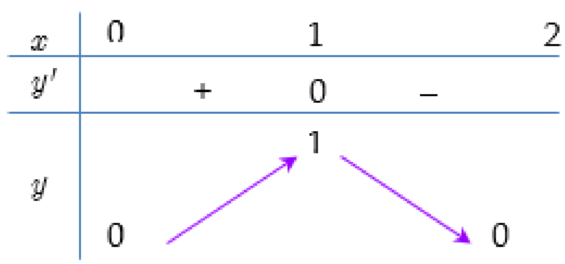
Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=[0;2]$

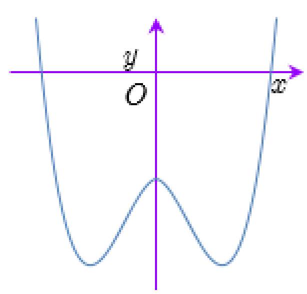
Ta có: $y'=\dfrac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}}=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}};y'=0\Leftrightarrow 1-x=0\Leftrightarrow x=1$

BBT:



Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 27. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a\ne 0)$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a,b,c?



A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn B

Dạng đồ thị $y=ax^4+bx^2+c$ ứng với $a>0$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị suy ra $a.b<0 \overset{a>0}{\Leftrightarrow} b<0$

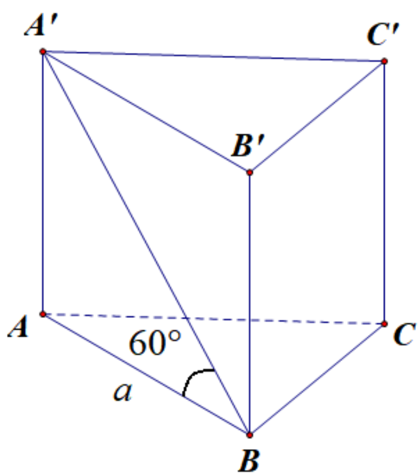
Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm suy ra $c<0$.

Câu 28. Lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Hỏi thể tích lăng trụ

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Do $AA'\perp(ABC)$ nên góc giữa $A'B$ và đáy (ABC) là góc ABA'.

Diện tích đáy: $B=S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao: $h=AA'=AB.\tan ABA'=a\sqrt{3}$

Thể tích lăng trụ là: $V=B.h=\frac{3a^3}{4}$ (đvtt).

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{6}$. Biết rằng các mặt bên của hình chóp có diện tích bằng nhau và một trong các cạnh bên bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$.

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H,K,I lần lượt là hình chiếu vuông góc của S lên AB,BC và AC.

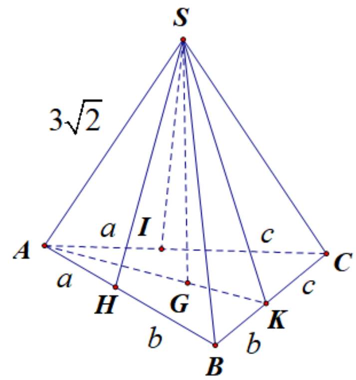
Do $AB=BC=AC$ và $S_{SAB}=S_{SBC}=S_{SCA}$ nên $SH=SK=SI$.

Gọi G là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC).

Khi đó: $GH=GI=GK$ (do ba tam giác SGH,SGK,SGI bằng nhau).

$\Rightarrow G$ là tâm đường tròn nội tiếp hoặc bàng tiếp tam giác ABC.

+ Khi G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC:



Xét hai tam giác SAH và SAI: có SA chung, $SH = SI$, $SHA = SIA = 90°$

Nên $\Delta SAH = \Delta SAI \Rightarrow AH = AI = a$.

Tương tự: $BH = BK = b$ và $CK = CI = c$.

Khi đó ta có: $a + b = b + c = a + c = \sqrt{6} \Rightarrow a = b = c = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Từ đó suy ra: $SA = SB = SC = 3\sqrt{2}$.

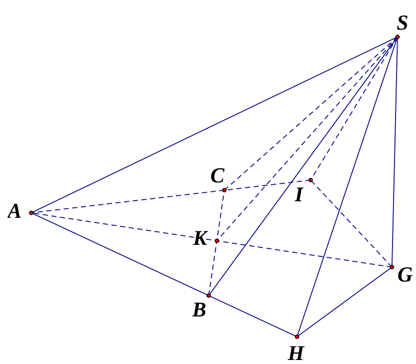
Vậy $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều $\Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác ABC.

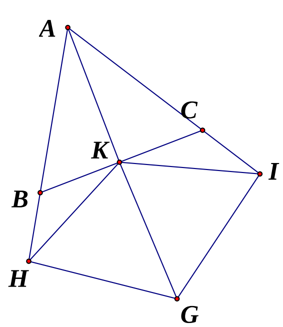
Ta có: $AK = \dfrac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AK = \dfrac{\sqrt{6}\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2} \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = 4$.

Và: $S_{ABC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2}.4 = 2\sqrt{3}$.

+ Khi G là tâm đường tròn bàng tiếp tam giác ABC, không mất tính tổng quát, ta giả sử G thuộc miền trong của góc BAC.





Do tam giác ABC đều nên K là trung điểm của BC và $K \in AG$.

Khi đó ta có: $\Delta GHB = \Delta GKB \Rightarrow BH = BK = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Tương tự ta có: $CI = CK = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Do hai tam giác AKB và AGH đồng dạng nên:

$$\frac{AG}{AB} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow AG = \frac{AH.AB}{AK} = \frac{(AB + BH)AB}{AK} = \frac{\left(\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right)\sqrt{6}}{\sqrt{6}.\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3\sqrt{2}$$

Nếu $SA = 3\sqrt{2}$ thì $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = 0$ (vô lý). Vậy $SA \neq 3\sqrt{2}$.

Ta chứng minh được $\Delta SHB = \Delta SIC$ nên $SB = SC = 3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow SK = \sqrt{SB^2 - BK^2} = \frac{\sqrt{66}}{2} \Rightarrow SG = \sqrt{SK^2 - KG^2} = 2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}\frac{6.\sqrt{3}}{4}.2\sqrt{3} = 3$.

Vậy thể tích bé nhất của khối chóp $S.ABC$ là 3 (đvtt).

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{x + 2m}{x + 2}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[1;3]}|f(x)| + \min\limits_{[1;3]}|f(x)| = 2$. Số phần tử của S bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \frac{2 - 2m}{(x + 2)^2}$ không đổi dấu trên đoạn $[1;3]$.

$f(1) = \frac{1 + 2m}{3}$

$f(3) = \frac{3 + 2m}{5}$

+ Khi $f(1).f(3) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -\frac{3}{2} \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{array}\right.$ thì $\max\limits_{[1;3]}|f(x)| + \min\limits_{[1;3]}|f(x)| = |f(1)| + |f(3)|$.

Khi đó ta có: $\left|\frac{1 + 2m}{3}\right| + \left|\frac{3 + 2m}{5}\right| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1 + 2m}{3} + \frac{3 + 2m}{5} = 2 \\ \frac{1 + 2m}{3} + \frac{3 + 2m}{5} = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{11}{4} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+ Khi $f(1).f(3) < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{2}$.

Dễ thấy: $f(1)=\dfrac{1+2m}{3}<0$ và $f(3)=\dfrac{3+2m}{5}>0$.

Nếu: $|f(1)|>|f(3)| \Leftrightarrow \dfrac{-1-2m}{3}>\dfrac{3+2m}{5} \Leftrightarrow m<-\dfrac{7}{8}$ thì

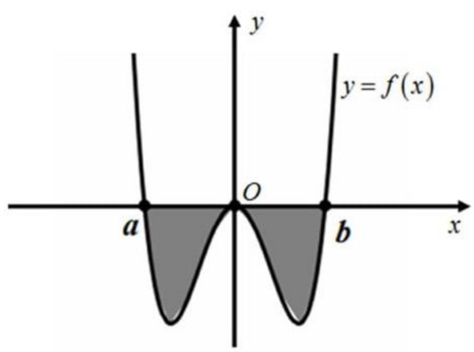
$\max\limits_{[1;3]}|f(x)|+\min\limits_{[1;3]}|f(x)|=|f(1)|=\dfrac{-1-2m}{3}=2 \Rightarrow m=-\dfrac{7}{2}$ (không thỏa mãn).

Nếu: $|f(1)|\le|f(3)| \Leftrightarrow \dfrac{-1-2m}{3}\le\dfrac{3+2m}{5} \Leftrightarrow m\ge-\dfrac{7}{8}$ thì

$\max\limits_{[1;3]}|f(x)|+\min\limits_{[1;3]}|f(x)|=|f(3)|=\dfrac{3+2m}{5}=2 \Rightarrow m=\dfrac{7}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy $S=\left\{-\dfrac{11}{4};1\right\}$.

Câu 31. Hình vẽ bên biểu diễn trục hoành cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $0,a,b$ $(a<0<b)$. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\left|\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_0^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Chọn C

Do $f(x)<0, \forall x\in(a;0)\cup(0;b)$ nên $\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x<0$ nên $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$ là sai.

Câu 32. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_5 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 x$ là

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

Điều kiện của bất phương trình: $x>0$

$\log_2 x+\log_5 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 x$

$\Leftrightarrow \log_2 x+\log_5 2.\log_2 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 2.\log_2 x$

$\Leftrightarrow \log_5 2.\left(\log_2 x\right)^2-\left(1+\log_5 2\right)\log_2 x+1\le 0$

$\Leftrightarrow 1\le \log_2 x\le \log_2 5$

$\Leftrightarrow 2\le x\le 5$

Vậy có 4 giá trị nguyên của x

Cách 2

Điều kiện của bất phương trình: $x>0$.

Ta có: $\log_2 x+\log_5 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 x$

$\Leftrightarrow \log_2 x+\log_5 x-1-\log_2 x.\log_5 x\ge 0$

$\Leftrightarrow \log_2 x\left(1-\log_5\right)+\log_5 x-1\ge 0$

$\Leftrightarrow \left(\log_2 x-1\right)\left(\log_5 x-1\right)\le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_2 x-1\le 0\\ \log_5 x-1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}\log_2 x-1\ge 0\\ \log_5 x-1\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\le 2\\ x\ge 5\end{cases}(VN)\\ \begin{cases}x\ge 2\\ x\le 5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow 2\le x\le 5.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của x

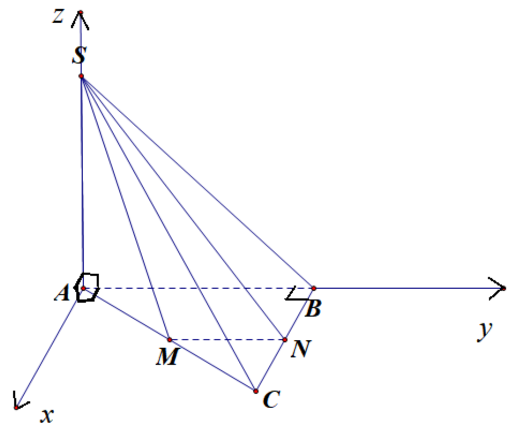
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{13}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{13}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: gốc tọa độ $O \equiv A$, tia Ox song song và cùng hướng với tia BC, tia Oy trùng tia AB, tia Oz trùng tia AS (như hình vẽ).

Khi đó: $A(0;0;0)$, $C(2a;2y;0)$ với $2y = AB$, $S\left(0;0;2\sqrt{3}a\right)$, $B(0;2y;0)$.

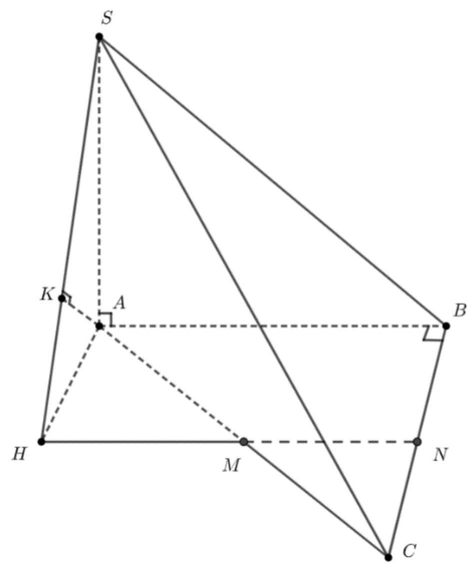
Suy ra: $M(a;y;0)$

$\overrightarrow{SM} = \left(a;y;-2\sqrt{3}a\right); \overrightarrow{AB} = (0;2y;0); \overrightarrow{AS} = \left(0;0;2\sqrt{3}a\right)$.

$\overrightarrow{SM} \wedge \overrightarrow{AB} = \left(4\sqrt{3}ay;0;2ay\right)$

$$d(AB,SM) = \frac{\left|\left(\overrightarrow{SM} \wedge \overrightarrow{AB}\right).\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\overrightarrow{SM} \wedge \overrightarrow{AB}\right|} = \frac{4\sqrt{3}a^2y}{\sqrt{48a^2y^2 + 4a^2y^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$$

Cách 2.



Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại N.

Từ A kẻ AH vuông góc với MN $(H \in MN)$.

Kẻ $AK \perp SH$ $(K \in SH)$.

Có $\left.\begin{array}{l} MN \perp SH \\ MN \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow MN \perp (SHA)$

$\Rightarrow MN \perp AK$

Mặt khác $AK \perp SH$. Suy ra $AK \perp (SMN) \Rightarrow d(A,(SMN)) = AK$.

Ta có $AB \,//\, MN \Rightarrow AB \,//\, (SMN)$.

Khi đó $d(AB, SM) = d(AB,(SMN)) = d(A,(SMN)) = AK$.

Có M là trung điểm $AC \Rightarrow N$ là trung điểm BC.

$\Rightarrow BN = NC = \frac{1}{2}BC = a$.

Tứ giác $AHNB$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AH = BN = a$

Xét tam giác SHA vuông tại A có đường cao AK

Khi đó $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{12a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{13}{12a^2}$

$\Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$

Vậy $d(SM, AB) = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 8 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 41. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2 - 5z + 8 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2.

Khi đó $\begin{cases} z_1 + z_2 = 5 \\ z_1.z_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1.z_2 = 9$.

Câu 35. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^{n-1} = 11n$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $P(x) = (x-2)^n$

A. 384384. **B.** -3075072. **C.** -96096. **D.** 3075072.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$A_n^2 - 3C_n^{n-1} = 11n$, đ/k: $n \geq 2, n \in N$.

$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - 3\frac{n!}{(n-1)!} = 11n \Leftrightarrow n(n-1) - 3n = 11n$

$\Leftrightarrow n^2 - 15n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} n = 0 & (L) \\ n = 15 & (TM) \end{array}\right.$

$n=15 \Rightarrow P(x)=(x-2)^{15}=\sum_{k=0}^{15} C_{15}^{k} x^{15-k}(-2)^{k}$.

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển $P(x)=(x-2)^{n}$ ứng với $15-k=10 \Leftrightarrow k=5$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là: $C_{15}^{5}(-2)^{5}=-96096$.

Câu 36. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi\left(e^{2}-1\right)}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi e^{2}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{e^{2}-1}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\left(e^{2}+1\right)}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\pi \int_{0}^{1} e^{2x} dx=\frac{\pi}{2} e^{2x}\Big|_{0}^{1}=\frac{\pi}{2}\left(e^{2}-1\right)$.

Câu 37. Cho $I=\int_{0}^{2} f(x) \mathrm{d}x=3$. Khi đó: $J=\int_{0}^{2}[4 f(x)-3] \mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $J=\int_{0}^{2}[4 f(x)-3] \mathrm{d}x=4 \int_{0}^{2} f(x) \mathrm{d}x-3 \int_{0}^{2} \mathrm{d}x=4.3-3x\Big|_{0}^{2}=12-6=6$.

Câu 38. Số phức liên hợp của số phức $-4+5i$ là

A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $-4-5i$. **D.** $4+5i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $-4+5i$ là $-4-5i$.

Câu 39. Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^{8}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{3}{4}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^{8}}}=\sqrt[12]{a^{8}}=a^{\frac{8}{12}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 40. Cho hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a, chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $2a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối hộp: $V = B.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 41. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{0,2} x$. **B.** $\log_{2018} x$. **C.** $\log_{\frac{5}{3}} x$. **D.** $\log_7 x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_{0,2} x$ có cơ số $0 < a = 0,2 < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f^2(x) - m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3. Chọn đáp án đúng.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y			1		
	0	↗		↘	0

A. $0 < m \le 1$. **B.** $0 \le m \le 1$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn C

* Xét $m = 0$ thì $y = \dfrac{1}{f^2(x)}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{f^2(x)} = +\infty$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f^2(x)}$ không có tiệm cận ngang.

Xét phương trình $f^2(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$, từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f^2(x)}$ không có tiệm cận đứng, do đó ta loại giá trị $m = 0$.

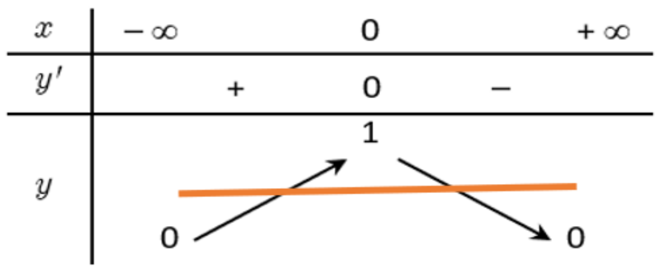
* Xét $m \ne 0$ thì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{f^2(x) - m} = -\dfrac{1}{m}$.

Suy ra đường thẳng $y = -\dfrac{1}{m}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f^2(x) - m}$.

Để tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2(x)-m}$ bằng 3 thì đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận đứng, tức là phương trình $f^2(x)-m=0$ $\Leftrightarrow f^2(x)=m$ $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt.

TH1: Nếu $m<0$ thì phương trình (*) vô nghiệm. Loại TH $m<0$.

TH2: Nếu $m>0$ thì phương trình $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f(x)=\sqrt{m} & (1) \\ f(x)=-\sqrt{m} & (2)\end{array}\right.$



Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy khi $0<m<1$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt và phương trình (2) vô nghiệm.

Vậy $0<m<1$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x+2y-z-14=0$. **B.** $2x-y-z+5=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

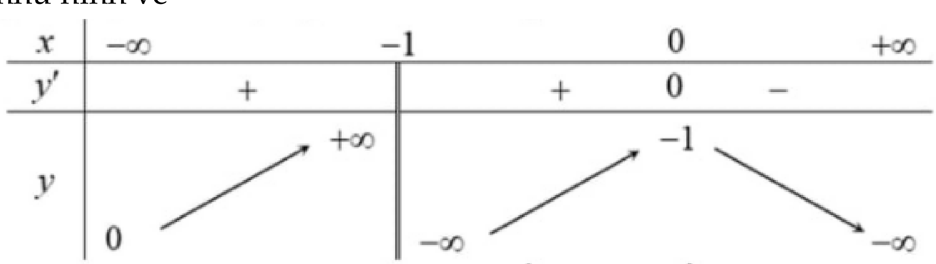
Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của AB và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$4(x-3)-2(y-2)-2(z+1)=0$ hay $2x-y-z-5=0$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đường thẳng $x=0$ và $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=0$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=-1$

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$ nên $x=0$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

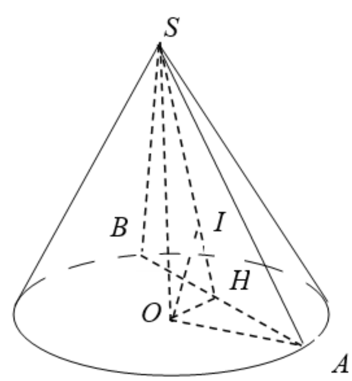
$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 45. Cho hình nón có chiều cao bằng a. Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{9}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{9}$. **D.** $\frac{5\pi a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện thu được là tam giác SAB như hình vẽ. Gọi H là trung điểm của AB; O là tâm đáy của hình nón.

Do tam giác SAB vuông, $SA=SB$ nên ΔSAB vuông cân tại S. Suy ra $SH\perp AB$, $SH=HA$.

Kẻ $OI\perp SH$. Theo bài ra ta có $OI=\frac{a}{3}$, $SO=a$.

Trong tam giác vuông SOH có: $SO.OH=OI.SH \Rightarrow a.OH=\frac{a}{3}.SH \Rightarrow SH=3OH$.

Lại có: $SH^2=SO^2+OH^2 \Rightarrow 9OH^2=a^2+OH^2 \Rightarrow OH=\frac{a}{\sqrt{8}}$.

Trong tam giác vuông OHA có: $OA^2=OH^2+HA^2=\frac{a^2}{8}+\frac{9a^2}{8}=\frac{5a^2}{4} \Rightarrow OA=\frac{\sqrt{5}a^2}{2}$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \frac{1}{3}\pi\frac{5a^2}{4}.a = \frac{5\pi a^3}{12}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai $f''(x)$ liên tục trên $[0;1]$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(0) = f(1) = 1$, $f'(0) = 2021$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_0^1 f''(x)(1-x)dx = -2021$.

B. $\int\limits_0^1 f''(x)(1-x)dx = 2021$.

C. $\int\limits_0^1 f''(x)(1-x)dx = 1$.

D. $\int\limits_0^1 f''(x)(1-x)dx = -1$.

Lời giải

Chọn A

◆ Đặt $I = \int\limits_0^1 f''(x)(1-x)dx$.

◆ Đặt $\begin{cases} u = 1-x \\ dv = f''(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = f'(x) \end{cases}$.

Ta có $I = (1-x)f'(x)\Big|_0^1 + \int\limits_o^1 f'(x)dx = -f'(0) + f(1) - f(0) = -2021$.

Câu 47. Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b\,(a,b>0)$ thì x bằng

A. a^5b^4.

B. a^4b^5.

C. $5a+4b$.

D. $4a+5b$.

Lời giải

Chọn A

◆ Với $a,b>0$ ta có $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 + \log_2 b^4$

$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5b^4 \Leftrightarrow x = a^5b^4$.

Câu 48. $\int x^3 dx$ bằng:

A. $3x^2 + C$.

B. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

C. $\frac{1}{4}x^4$.

D. $4x^4 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $4f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{m}{4}$.

Dựa vào bảng biên thiên: $4f(x)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi

$-2<\dfrac{-m}{4}<1 \Leftrightarrow -4<m<8 \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6;7\}$

Vậy có 11 giá trị nguyên của *m*.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và đoạn MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $MB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB=\sqrt{5}$. **C.** $MB=\sqrt{41}$. **D.** $MB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình đường thẳng d là : $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases}$

+ Tọa độ điểm B là : $B(-2;-2;1)$

+ Vì $AMB=90^\circ$ nên M luôn nằm trên mặt cầu (S) đường kính AB. (S) có tâm $I\left(\dfrac{-1}{2};0;-1\right)$, bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$ và kết hợp với M thuộc (P) nên M thuộc đường tròn (C) là giao tuyến của (S) với (P). Đường tròn (C) luôn đi qua B nên MB lớn nhất khi MB là đường kính của (C). Do đó : $MB=2\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=2.\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 10

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN
LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y=f\left(x\right)$

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2. Cho phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$, tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

A. 25. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 27.

Câu 3. Cho $\int\limits_0^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$ thì $\int\limits_4^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng:

A. -17. **B.** 17. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2<2\ln\left(4x+4\right)$ là:

A. $\left(-1;+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$. **B.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$. **D.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$.

Câu 5. Phương trình đường tiệm cận ngang của thị hàm số $y=\frac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Câu 6. Hàm số $y=\left(x-1\right)^{-4}$ có tập xác là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{1\right\}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\\z=-3-14t\end{cases}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a}=(-2;1;-3),\vec{b}=(-1;-3;2)$. Tìm tọa độ của vec tơ $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(4;-7;7)$. **B.** $\vec{c}=(0;-7;-7)$. **C.** $\vec{c}=(0;-7;7)$. **D.** $\vec{c}=(0;7;-7)$.

Câu 9. Tính $I=\int_0^a 25^x dx$ theo số thực a.

A. $a.25^{a-1}$. **B.** $(25^a-1).\ln 25$. **C.** $\frac{25}{a+1}(25^a-1)$. **D.** $\frac{1}{\ln 25}(25^a-1)$.

Câu 10. Cho ΔABH vuông tại H, $AH=3a$, $BH=2a$. Quay ΔABH quanh trục AH ta được một khối nón có thể tích là

A. $4\pi a^3$. **B.** $18\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Câu 11. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-6x^2+1$ là

A. $\frac{x^4}{4}+2x^3-2x+C$. **B.** x^5-2x^3+x+C.

C. $20x^5-12x^3+x+C$. **D.** $20x^3-12x+C$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2;-3;4)$ và nhận $\vec{n}=(-2;4;1)$ làm vectơ pháp tuyến

A. $-2x+4y+z-12$. **B.** $2x-4y-z+10=0$.

C. $-2x+4y+z+11=0$. **D.** $2x-4y-z-12=0$.

Câu 13. Trong khai triển $(1-2x)^8$, hệ số của x^2 là

A. 188. **B.** 122. **C.** 120. **D.** 112.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15. Bán kính mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha):12x-5z-19=0$.

A. $\frac{39}{\sqrt{13}}$. **B.** 13. **C.** 39. **D.** 3.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=3-2i$. Tích z_1z_2 bằng

A. $-5i$. **B.** $5i$. **C.** $6-6i$. **D.** $12+5i$

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=x^4+2x^2+5$. **B.** $y=-2x^3-3x+5$. **C.** $y=-x^4-x^2$. **D.** $y=\frac{x+1}{-x+3}$.

Câu 19. $\int_{-3}^{0}\frac{1}{1-x}dx$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $-2\ln 2$. **C.** $2\ln 2-1$. **D.** $\ln 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases} x^2+mx & \text{khi } x\le 1 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 22. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x\left(1+x^2\right)^4 \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{32}{10}$. **B.** $-\dfrac{31}{10}$. **C.** $-\dfrac{30}{10}$. **D.** $\dfrac{31}{10}$.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left(x-2\right)+1$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$, đường thẳng $y=x-1$ và các đường thẳng $x=m$, $x=2m$ $\left(m>1\right)$. Giá trị của m sao cho $S=\ln 3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=4$.

Câu 25. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+1=0$ và điểm $A(1;2;0)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$. **B.** $\dfrac{9}{14}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{9}{14}$.

Câu 26. Cho các số phức $z=1+2i, \mathrm{w}=2+i$. Số phức $u=z.\overline{\mathrm{w}}$ có

A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách S từ đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), AH là đường cao trong tam giác SAB. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. $SA \perp BC$. **B.** $AH \perp AC$. **C.** $AH \perp SC$. **D.** $AH \perp BC$.

Câu 29. Phương trình $\frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 4^{\frac{x}{2}}$ có số nghiệm là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1), B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P).

A. $(Q): -x+y+z=0$. **B.** $(Q): 2x-y+3=0$.

C. $(Q): 3x-y+z=0$. **D.** $(Q): x+z=0$.

Câu 31. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

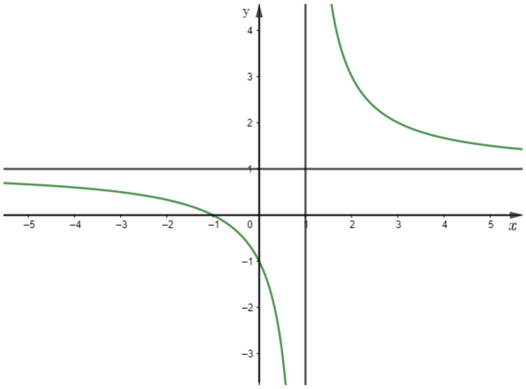
A. Đồ thị hàm số $y=x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

B. Đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y=1$.

C. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ có trục đối xứng là trục Ox.

Câu 32. Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x-3}{2x-2}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=5$. **B.** $R=5\sqrt{2}$. **C.** $R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\frac{5}{2}$.

Câu 34. Cho $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_2\frac{1}{5}+\log_2\frac{1}{25}=3a$.   **B.** $\log_5 4=-\frac{2}{a}$.

C. $\log_2 25+\log_2\sqrt{5}=\frac{5a}{2}$.   **D.** $\log_2 5=-a$.

Câu 35. Cho số phức $z=1-\sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P=\frac{1}{z}$.

A. $-\sqrt{2}$.   **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.   **C.** $\sqrt{2}$.   **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

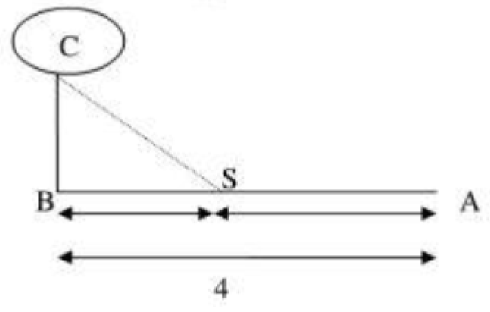
Câu 36. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A. $\frac{2}{9}$.   **B.** $\frac{5}{9}$.   **C.** $\frac{5}{8}$.   **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 37. Giả sử hàm số f có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(2)=2$ và $f(2-x)+x^2f''(x)=2x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị tích phân $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 0.   **B.** $\frac{1}{3}$.   **C.** $\frac{4}{3}$.   **D.** 1.

Câu 38. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\frac{10}{4}$ km.   **B.** $\frac{15}{4}$ km.   **C.** $\frac{19}{4}$ km.   **D.** $\frac{13}{4}$ km.

Câu 39. Cho bất phương trình $m\left(\sqrt{x^2-2x+2}+1\right)+x(2-x)\le 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2021 để bất phương trình đã cho có nghiệm $x\in\left[0;1+\sqrt{3}\right]$?

A. 2021.   **B.** 2019.   **C.** 2020.   **D.** 2022.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$, $B(0;4;5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA=2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+6=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{14}{9}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{11}{9}$. **D.** $\frac{17}{9}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương tình sau có nghiệm $m\log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}$.

A. $m \geq 2\sqrt{3}$. **B.** $m \geq 12\log_3 5$. **C.** $m > 0$. **D.** $2\sqrt{3} \leq m \leq 12\log_3 5$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $ASB=120^o$?

A. $\frac{13\sqrt{78}\pi}{27}$. **B.** $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $\frac{5\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{x}{2}$ và điểm $A(1;6;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M \in d$?

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 6.

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'B'$, BC, $B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B$, $CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{2}{27}$.

Câu 46. Đường thẳng $x=k$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và đồ thị hàm số $y=\log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k=a+\sqrt{b}$, trong đó a,b là các số nguyên. Khi đó tổng $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 47. Cho các số thực không âm a,b,c thoả mãn $2^a+4^b+8^c=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=a+2b+3c$. Giá trị của biểu thức $4^M+\log_M m$ bằng

A. $\frac{2809}{500}$. **B.** $\frac{4096}{729}$. **C.** $\frac{281}{50}$. **D.** $\frac{14}{25}$.

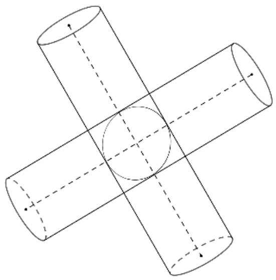
Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)e^x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-2020;2021]$ để hàm số $g(x)=f(\ln x)-mx^2+4mx-2$ nghịch biến trong $(e;e^{2020})$.

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 50. Người ta dùng máy đào hầm (TBM) để đào hai đường hầm hình trụ tròn xoay đường kính $12\,m$, mỗi đường hàm đều có chiều dài bằng $20\,m$, có hai trục cắt nhau và vuông góc với nhau. Tính thể tích khối đất đào được.



A. $3987.89m^3$. **B.** $3619.11m^3$. **C.** $4523.89\,m^3$. **D.** $3371.89m^3$

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.D	5.D	6.D	7.B	8.D	9.D	10.A
11.B	12.D	13.D	14.D	15.D	16.D	17.A	18.B	19.A	20.C
21.A	22.D	23.D	24.A	25.A	26.B	27.D	28.B	29.B	30.D
31.A	32.A	33.C	34.C	35.D	36.C	37.C	38.D	39.D	40.C
41.C	42.A	43.B	44.B	45.B	46.D	47.B	48.D	49.B	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y=f\left(x\right)$

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 2. Cho phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$, tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

A. 25. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

$$3^{x^2-4x+5}=9\Leftrightarrow x^2-4x+5=2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right..$$

Vậy tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là: 28.

Câu 3. Cho $\int\limits_0^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$ thì $\int\limits_4^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng:

A. -17. **B.** 17. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

$$\int\limits_4^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=10-7=3.$$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2<2\ln\left(4x+4\right)$ là:

A. $\left(-1;+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$. **B.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{4}{3};+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$. **D.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)\backslash\left\{0\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ 4x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x>-1 \end{cases}$.

Ta có $\ln x^2 < 2\ln(4x+4) \Leftrightarrow \ln x^2 < \ln(4x+4)^2$

$\Leftrightarrow x^2 < 16x^2+32x+16 \Leftrightarrow 15x^2+32x+16>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>-\dfrac{4}{5} \\ x<-\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2 < 2\ln(4x+4)$ là:

$\left(-\dfrac{4}{5};+\infty\right)\setminus\{0\}$.

Câu 5. Phương trình đường tiệm cận ngang của thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{-2-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{2}{x}} = -2 \Rightarrow y=-2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 6. Hàm số $y=(x-1)^{-4}$ có tập xác là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=(x-1)^{-4}$ xác định khi $x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ lả

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Δ có VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(4;3;-7)$ và đi qua A nên có PTTS: $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-7t\end{cases}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a}=(-2;1;-3),\vec{b}=(-1;-3;2)$. Tìm tọa độ của vec tơ $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(4;-7;7)$. **B.** $\vec{c}=(0;-7;-7)$. **C.** $\vec{c}=(0;-7;7)$. **D.** $\vec{c}=(0;7;-7)$.

Lời giải

Chọn D

- Có $\vec{a}=(-2;1;-3)$ và $-2\vec{b}=(2;6;-4)$. Suy ra $\vec{c}=(-2+2;1+6;-3-4)=(0;7;-7)$

Câu 9. Tính $I=\int_0^a 25^x dx$ theo số thực a.

A. $a.25^{a-1}$. **B.** $(25^a-1).\ln 25$. **C.** $\frac{25}{a+1}(25^a-1)$. **D.** $\frac{1}{\ln 25}(25^a-1)$.

Lời giải

Chọn D

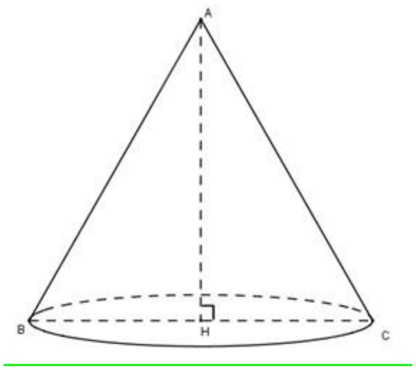
- Có $I=\int_0^a 25^x dx=\frac{1}{\ln 25}25^x\Big|_0^a=\frac{1}{\ln 25}(25^a-25^0)=\frac{1}{\ln 25}(25^a-1)$.

Câu 10. Cho ΔABH vuông tại H, $AH=3a$, $BH=2a$. Quay ΔABH quanh trục AH ta được một khối nón có thể tích là

A. $4\pi a^3$. **B.** $18\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Khối nón có $h=AH=3a$, $r=BH=2a$.

Áp dụng công thức $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}.\pi.(2a)^2.3a=4\pi a^3$.

Câu 11. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-6x^2+1$ là

A. $\frac{x^4}{4}+2x^3-2x+C$. **B.** x^5-2x^3+x+C.

C. $20x^5-12x^3+x+C$. **D.** $20x^3-12x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\left(5x^4-6x^2+1\right)dx=x^5-2x^3+x+C.$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M\left(2;-3;4\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(-2;4;1\right)$ làm vectơ pháp tuyến

A. $-2x+4y+z-12$. **B.** $2x-4y-z+10=0$.

C. $-2x+4y+z+11=0$. **D.** $2x-4y-z-12=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng có phương trình là:

$\left(P\right):-2\left(x-2\right)+4\left(y+3\right)+1.\left(z-4\right)=0\Leftrightarrow-2x+4y+z+12=0\Leftrightarrow2x-4y-z-12=0$

Câu 13. Trong khai triển $\left(1-2x\right)^8$, hệ số của x^2 là

A. 188. **B.** 122. **C.** 120. **D.** 112.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(1-2x\right)^8=(2x-1)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k(2x)^{8-k}(-1)^k$.

Khi đó số hạng chứa $x^2\Rightarrow8-k=2\Rightarrow k=6\Rightarrow C_8^6.2^2=112$ là hệ số cần tìm.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15. Bán kính mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(\alpha\right):12x-5z-19=0$.

A. $\frac{39}{\sqrt{13}}$. **B.** 13. **C.** 39. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu cần tìm là $R = d(I,(\alpha)) = \dfrac{|12.4-5.(-2)-19|}{\sqrt{12^2+5^2}} = \dfrac{39}{13} = 3$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i, z_2 = 3-2i$. Tích z_1z_2 bằng

A. $-5i$. **B.** $5i$. **C.** $6-6i$. **D.** $12+5i$

Lời giải

Chọn D

$z_1z_2 = (2+3i)(3-2i) = 6-4i+9i-6i^2 = 12+5i$.

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 64$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) = 4x^3-4x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (0;2) \\ x = 1 \\ x = -1 \notin (0;2) \end{array}\right.$

$f(0) = 1$; $f(1) = 0$; $f(2) = 9$. Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 9$.

Câu 18. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = x^4+2x^2+5$. **B.** $y = -2x^3-3x+5$. **C.** $y = -x^4-x^2$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{-x+3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $y = -2x^3-3x+5$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -6x^2-3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -2x^3-3x+5$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 19. $\displaystyle\int_{-3}^{0} \frac{1}{1-x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $-2\ln 2$. **C.** $2\ln 2-1$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\displaystyle\int_{-3}^{0} \frac{1}{1-x}\mathrm{d}x = -\int_{-3}^{0} \frac{1}{1-x}\mathrm{d}(1-x) = -\ln|1-x|\Big|_{-3}^{0} = -(\ln 1-\ln 4) = 2\ln 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$
						$y=2$	

Ta có: $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2$. Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+mx & \text{khi } x\le 1 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$.

A. $-\dfrac{3}{4}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(1)=1+m$.

+) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\dfrac{1}{4}$.

+) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^2+mx\right)=1+m$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 1+m=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 22. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x\left(1+x^2\right)^4 \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{32}{10}$. **B.** $-\dfrac{31}{10}$. **C.** $-\dfrac{30}{10}$. **D.** $\dfrac{31}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $1+x^2=t\Rightarrow 2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases}x=0\to t=1\\ x=1\Rightarrow t=2\end{cases}$.

Suy ra $I=\int\limits_1^2\frac{1}{2}t^4\mathrm{d}t=\left.\frac{t^5}{10}\right|_1^2=\frac{32}{10}-\frac{1}{10}=\frac{31}{10}$.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left(x-2\right)+1$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>2$.

Phương trình đã cho tương đương với $\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left(x-2\right)+\log_3 3$.

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left[3\left(x-2\right)\right]\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left(3x-6\right)$.

$\Leftrightarrow x^2-6=3x-6\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (\text{KTM})\\ x=3\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm là $x=3$.

Câu 24. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-2x}{x-1}$, đường thẳng $y=x-1$ và các đường thẳng $x=m$, $x=2m$ $\left(m>1\right)$. Giá trị của m sao cho $S=\ln 3$ là

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$\frac{x^2-2x}{x-1}=x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x^2-2x=\left(x-1\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x^2-2x=x^2-2x+1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Phương trình vô nghiệm, suy ra hai đồ thị hàm số không có giao điểm.

Như vậy diện tích hình phẳng cần tính là:

$S=\int\limits_m^{2m}\left|\frac{x^2-2x}{x-1}-\left(x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_m^{2m}\left|\frac{-1}{x-1}\right|\mathrm{d}x=\int\limits_m^{2m}\left|\frac{1}{x-1}\right|\mathrm{d}x$.

$=\left|\int\limits_m^{2m}\frac{1}{x-1}\mathrm{d}\left(x-1\right)\right|=\left|\ln\left|x-1\right|\Big|_m^{2m}\right|=\left|\ln\left|x-1\right|\Big|_m^{2m}\right|=\left|\ln\left(\frac{2m-1}{m-1}\right)\right|$ (do $m>1$).

Theo đề bài $S=\ln 3\Rightarrow\left|\ln\left(\frac{2m-1}{m-1}\right)\right|=\ln 3\Rightarrow\ln\left(\frac{2m-1}{m-1}\right)=3$ hoặc $\ln\left(\frac{2m-1}{m-1}\right)=-\ln 3$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}\dfrac{2m-1}{m-1}=3\\ \dfrac{2m-1}{m-1}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m-1=3(m-1)\\ 3(2m-1)=m-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=\dfrac{2}{5}\ (KTM)\end{array}\right.$.

Vậy $m=2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+z+1=0$ và điểm $A(1;2;0)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$. **B.** $\dfrac{9}{14}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{9}{14}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|2.1+3.2+0+1|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 26. Cho các số phức $z=1+2i, w=2+i$. Số phức $u=z.\overline{w}$ có

A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $u=z.\overline{w}=(1+2i)(2-i)=4+3i$.

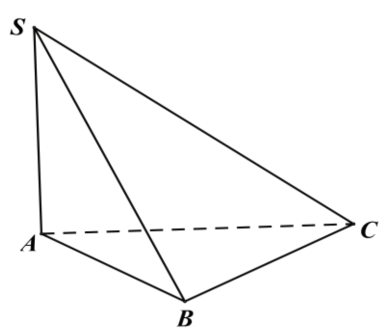
◆ Vậy số phức $u=z.\overline{w}$ có phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách S từ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



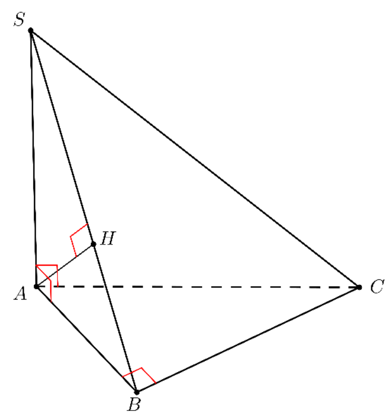
- Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}\Rightarrow d\left(S,\left(ABC\right)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{3.\dfrac{a^3}{2}}{\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, AH là đường cao trong tam giác SAB. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. $SA\perp BC$. **B.** $AH\perp AC$. **C.** $AH\perp SC$. **D.** $AH\perp BC$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow SA\perp BC$

Tam giác ABC vuông tại B nên $AB\perp BC$

Có: $\left.\begin{matrix}SA\perp BC\\AB\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp\left(SAB\right)$

Mà AH nằm trong mặt phẳng $\left(SAB\right)$ nên $BC\perp AH$

Mặt khác: $\left.\begin{matrix}BC\perp AH\left(cmt\right)\\AH\perp SB\end{matrix}\right\}\Rightarrow AH\perp\left(SBC\right)\Rightarrow AH\perp SC$.

Vậy khẳng định sai là $AH\perp AC$.

Câu 29. Phương trình $\dfrac{36}{2^{x-2}}=10+4^{\frac{x}{2}}$ có số nghiệm là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{36}{2^{x-2}}=10+4^{\frac{x}{2}}\Leftrightarrow\dfrac{36}{2^{x-2}}=10+2^{\frac{2x}{2}}\Leftrightarrow\dfrac{36}{2^{x-2}}=10+2^x$

$\Leftrightarrow\dfrac{144}{2^x}=10+2^x\left(*\right)$

Đặt $2^x = t\,(t>0)$, khi đó phương trình $(*) \Leftrightarrow \dfrac{144}{t} = 10 + t \Leftrightarrow 144 = 10t + t^2 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 144 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 8\,(TM) \\ t = -18\,(L) \end{array}\right.$

Với $t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1), B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P).

A. $(Q): -x + y + z = 0$. **B.** $(Q): 2x - y + 3 = 0$.

C. $(Q): 3x - y + z = 0$. **D.** $(Q): x + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;2), \overrightarrow{n_P} = (1;2;-1)$

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right] = (-2;0;-2)$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) nhận vectơ $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right]$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$-2(x-1) + 0(x-2) - 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow -2x - 2z = 0 \Leftrightarrow x + z = 0$.

Câu 31. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y = x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

B. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y = 1$.

C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có trục đối xứng là trục Ox.

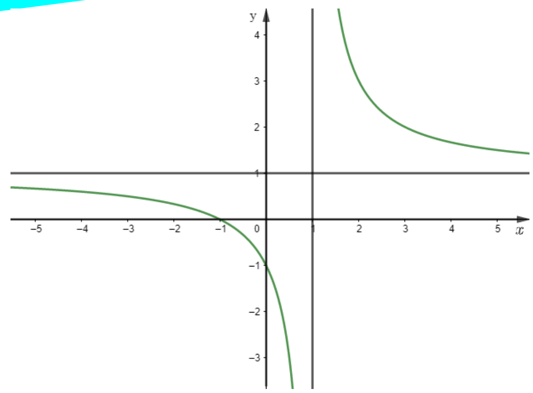
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^3$, $y' = 3x^2 \Rightarrow y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Khi đó tâm đối xứng có tọa độ $(0;0)$.

Câu 32. Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. B. $y=\dfrac{x}{x-1}$. C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. D. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có: Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$, hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$.

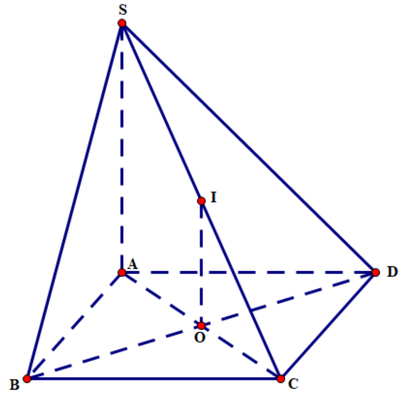
Từ đó, ta xác định được hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=5$. B. $R=5\sqrt{2}$. C. $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $R=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C



$(SC,(ABCD))=(SC,SA)=SCA=45°$.

Khi đó, ΔSAC vuông cân tại A $\Rightarrow SA=AC=5$.

Gọi $AC\cap BD=O$, khi đó O là tâm của hình chữ nhật đáy. Suy ra: Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ thuộc đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng đáy

$\Rightarrow d\cap SC=I$.

Mặt khác, do ΔSAC vuông cân tại A nên I cách đều các điểm S,A,C.

Suy ra: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính $R=SI=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{5}=a$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_2\dfrac{1}{5}+\log_2\dfrac{1}{25}=3a$.

B. $\log_5 4=-\dfrac{2}{a}$.

C. $\log_2 25+\log_2\sqrt{5}=\dfrac{5a}{2}$.

D. $\log_2 5=-a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{5}=a\Leftrightarrow\log_2 5=a$.

Từ đó $\log_2 25+\log_2\sqrt{5}=2\log_2 5+\dfrac{1}{2}\log_2 5=2a+\dfrac{a}{2}=\dfrac{5a}{2}$.

Câu 35. Cho số phức $z=1-\sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P=\dfrac{1}{z}$.

A. $-\sqrt{2}$.

B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P=\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}i}=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}i$. Do đó phần ảo của số phức P là $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36. Cho hai đường thẳng song song d_1,d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A. $\dfrac{2}{9}$.

B. $\dfrac{5}{9}$.

C. $\dfrac{5}{8}$.

D. $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Số các tam giác tất cả: $n(\Omega)=C_6^2.4+6.C_4^2=96$.

Để tam giác có hai đỉnh màu đỏ thì phải chọn 2 đỉnh trên d_1, số tam giác có hai đỉnh màu đỏ : $C_6^2.4=60$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{60}{96}=\dfrac{5}{8}$.

Câu 37. Giả sử hàm số f có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(2)=2$ và $f(2-x)+x^2f''(x)=2x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị tích phân $\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 0. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(2-x)+x^2f''(x)=2x \Rightarrow f(2)=0$

Lại có: $\int\limits_0^2 f(2-x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 x^2f''(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 2x\mathrm{d}x=x^2\Big|_0^2=4$

Xét $I_1=\int\limits_0^2 f(2-x)\mathrm{d}x$

Đặt $2-x=t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$

Với $x=0\Rightarrow t=2$

$x=2\Rightarrow t=0$

$\Rightarrow I_1=-\int\limits_2^0 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$

$\Rightarrow I_1=\left(xf(x)\right)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=f(2)-\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$

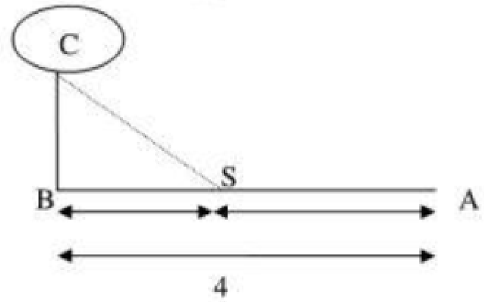
Xét $I_2=\int\limits_0^2 x^2f''(x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f''(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f'(x)\end{cases}$

$\Rightarrow I_2=\left(x^2f'(x)\right)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 2xf'(x)\mathrm{d}x=4f'(2)-2\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=8-2\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$

Vậy $-\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x+8-2\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=4\Rightarrow\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$.

Câu 38. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\dfrac{10}{4}$ km. **B.** $\dfrac{15}{4}$ km. **C.** $\dfrac{19}{4}$ km. **D.** $\dfrac{13}{4}$ km.

Lời giải

Chọn D

Đặt $SA = x\,\text{km}\ (0 \le x \le 4)$

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là

$$T = SA.3000 + SC.5000 = 1000\left[3x + 5\sqrt{(4-x)^2 + 1^2}\right] = 1000\left[3x + 5\sqrt{x^2 - 8x + 17}\right]$$

$$T' = 1000\left[3 + \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}}\right]$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} = -5(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ 9\left[(x-4)^2 + 1\right] = 25(x-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ (x-4)^2 = \dfrac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4}$$

Mà $T(0) = 5000\sqrt{17}$; $T(4) = 17000$; $T\left(\dfrac{13}{4}\right) = 16000$

Vậy chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C ít tốn kém nhất khi $SA = \dfrac{13}{4}$ km.

Câu 39. Cho bất phương trình $m\left(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1\right) + x(2-x) \le 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2021 để bất phương trình đã cho có nghiệm $x \in \left[0; 1+\sqrt{3}\right]$?

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\sqrt{x^2-2x+2}=t\ \left(t\in[1;2]\right)\Rightarrow x(2-x)=2-t^2$

Bất phương trình trở thành: $m(t+1)+2-t^2\le 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{t^2-2}{t+1}$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-2}{t+1}$ trên $[1;2]$

$f'(t)=\dfrac{2t^2+2t+2}{(t+1)^2}>0,\ \forall t\in[1;2]$

$\Rightarrow$Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[1;2]$

$\Rightarrow \max\limits_{t\in[1;2]} g(t)=g(2)=\dfrac{2}{3}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\le\max\limits_{t\in[1;2]} g(t)\Leftrightarrow m\le\dfrac{2}{3}$

Do m nguyên không nhỏ hơn -2021 nên $m\in\{-2021;-2020;...;0\}$.

Vậy có 2022 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$, $B(0;4;5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA=2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+6=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $\dfrac{14}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{9}$. **C.** $\dfrac{11}{9}$. **D.** $\dfrac{17}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$

Khi đó $MA=2MB$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4\left[x^2+(y-4)^2+(z-5)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+\dfrac{2}{3}x-\dfrac{28}{3}y-\dfrac{34}{3}z+50=0$

Suy ra tập hợp các điểm M thỏa $MA=2MB$ là mặt cầu (S) tâm $I\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{14}{3};\dfrac{17}{3}\right)$ và bán kính $R=2$.

Vì $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{29}{9}>R$ nên (P) không cắt (S).

Do đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+6=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

$d_{\min}=d\left(I,(P)\right)-R=\dfrac{29}{9}-2=\dfrac{11}{9}$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương tình sau có nghiệm $m\log_{3-\sqrt{4-x}}3\ge x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}$.

A. $m\ge 2\sqrt{3}$. **B.** $m\ge 12\log_3 5$. **C.** $m>0$. **D.** $2\sqrt{3}\le m\le 12\log_3 5$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $\begin{cases} 3-\sqrt{4-x}>0 \\ 3-\sqrt{4-x}\ne 1 \\ x\ge 0 \\ x+12\ge 0 \\ 4-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le x\le 4.$

Nhận xét: $3-\sqrt{4-x}>3-\sqrt{4-0}=1\Rightarrow \log_{3-\sqrt{4-x}}3>\log_{3-\sqrt{4-x}}1=0$.

$m\log_{3-\sqrt{4-x}}3\ge x\sqrt{x}+\sqrt{x+12} \Leftrightarrow m\ge \dfrac{x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}}{\log_{3-\sqrt{4-x}}3} \Leftrightarrow m\ge \left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)$

Đặt $f(x)=\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)$

$f'(x)=\left(\dfrac{3}{2}\sqrt{x}+\dfrac{2}{2\sqrt{x+12}}\right)\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\dfrac{1}{\left(3-\sqrt{4-x}\right)\ln 3.2\sqrt{4-x}}$

Vì $f'(x)>0,\forall x\in(0;4)\Rightarrow f(x)$ tăng trên $(0;4)$ $\Rightarrow$ tập giá trị của $f(x)$ là $(0;12)$.

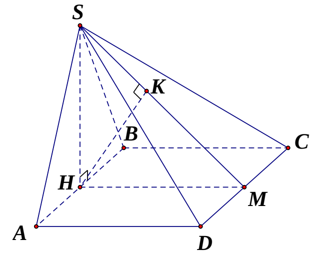
Vậy bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m>0$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB.

$AB//(SCD)$ nên $d(AB;SC)=d\left(AB,(SCD)\right)=d\left(H,(SCD)\right)$

Từ H kẻ $HM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow (SCD) \perp (SHM)$

Kẻ $HK \perp SM \Rightarrow d(H,(SCD)) = HK$.

Trong tam giác vuông SHM có: $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HM^2}$.

SH là đường cao trong tam giác đều cạnh a, nên $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; M là trung điểm của CD

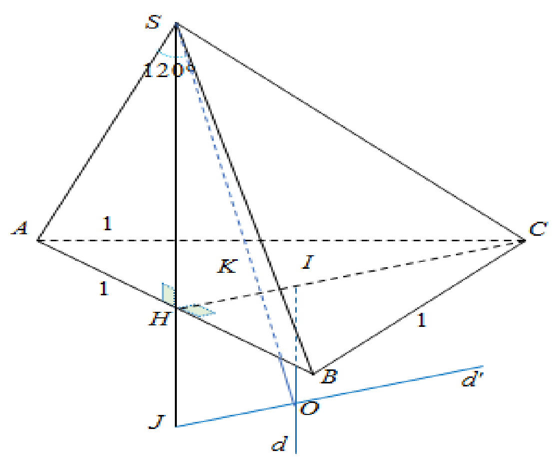
nên $HM = a \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $ASB = 120^o$?

A. $\dfrac{13\sqrt{78}\pi}{27}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $\dfrac{5\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Lời giải

Chọn B



◆ Gọi H là trung điểm của AB: $SH \perp AB$ (vì $\triangle SAB$ cân tại S) $\Rightarrow SH \perp (ABC)$

$SH \perp CH$ và $CH \perp AB$ (vì $\triangle ABC$ đều) $\Rightarrow CH \perp (SAB)$

◆ Gọi I và J lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\triangle SAB$.

Qua I và J lần lượt kẻ đường thẳng d song song với SH và d' song song với CH

$\Rightarrow d$ là trục của $\triangle ABC$ và d' là trục của $\triangle SAB \Rightarrow$ Giao điểm của d và d' là tâm O và OS là bán kính của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

◆ Áp dụng đính lí sin trong $\triangle SAB$: $\dfrac{AB}{\sin ASB} = 2R_{\triangle SAB} = 2JS \Leftrightarrow JS = \dfrac{1}{2\sin 120^o} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Xét $\triangle ABC$ đều: $CH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $IH = \dfrac{1}{3}CH = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

Xét $\triangle OJS$ vuông tại J: $OS=\sqrt{OJ^2+JS^2}=\sqrt{IH^2+JS^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{6}$

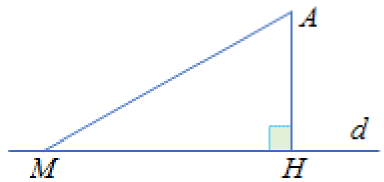
- $V=\frac{4}{3}\pi.OS^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{x}{2}$ và điểm $A(1;6;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M\in d$?

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B



- $AM\ge AH\Rightarrow \min AM=AH$ khi $M\equiv H$
- d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;-1;2)$ và $E(1;0;0)\in d$; $\overrightarrow{AE}=(0;-6;0)$

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, ta có:

$\min AM=AH=\mathrm{d}(A,d)=\frac{\left|\left[\vec{u}_d;\overrightarrow{AE}\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}=\sqrt{30}$.

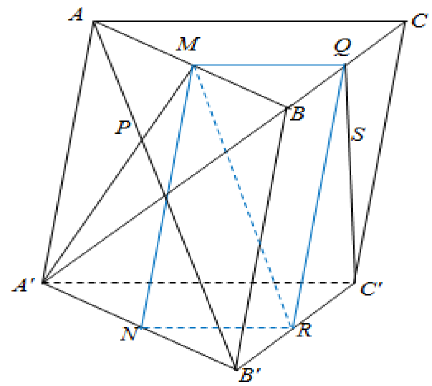
Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'B'$, BC, $B'C'$ và P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B$, $CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{2}{27}$.

Lời giải

Chọn B

(*) Cách 1:



◆ Đặt: $V = V_{ABC.A'B'C'}$; $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}S_{AA'C'C}.\text{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right) = \frac{2}{3}V$

$V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3}.S_{MNRQ}.\text{d}\left(B',\left(MNRQ\right)\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}S_{AA'C'C}\right).\left(\frac{1}{2}\text{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right)\right)$

$= \left(\frac{1}{3}.S_{AA'C'C}.\text{d}\left(B',\left(AA'C'C\right)\right)\right).\frac{1}{4} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}V = \frac{1}{6}V$

$V_{P.MNRQ} = \frac{1}{3}.V_{A'.MNRQ} = \frac{1}{3}.V_{B'.MNRQ} = \frac{1}{3}.\frac{1}{6}V = \frac{1}{18}V$

◆ $V_{A.BB'C'C} = \frac{1}{3}S_{BB'C'C}.\text{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right) = \frac{2}{3}V$

$S_{\triangle QRC'} = \frac{1}{2}S_{QRC'C} = \frac{1}{4}S_{BB'C'C}$; $S_{\triangle QRS} = \frac{1}{3}S_{QRC'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{BB'C'C} = \frac{1}{12}S_{BB'C'C}$

$V_{A.QRS} = \frac{1}{3}S_{\triangle QRS}.\text{d}\left(A,\left(QRS\right)\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{12}S_{BB'C'C}\right).\left(\text{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right)\right)$

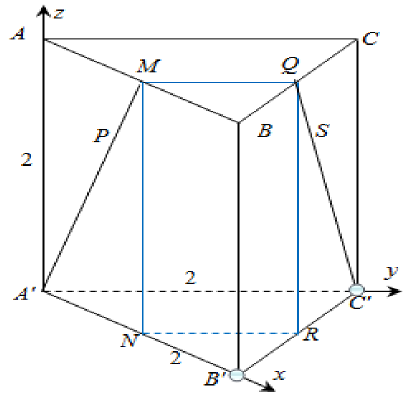
$= \left(\frac{1}{3}.S_{BB'C'C}.\text{d}\left(A,\left(BB'C'C\right)\right)\right).\frac{1}{12} = \frac{1}{12}.\frac{2}{3}V = \frac{1}{18}V$

$V_{P.QRS} = \frac{PB'}{AB'}.V_{A.QRS} = \frac{2}{3}.\frac{1}{18}V = \frac{1}{27}V$

◆ $V_{MNRQPS} = V_{P.MNRQ} + V_{P.QRS} = \frac{1}{18}V + \frac{1}{27}V = \frac{5}{54}V$

Vậy: $\frac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{5}{54}$.

(*) <u>Cách 2:</u>



◆ Chuẩn hóa lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy $\triangle ABC$ vuông tại A và các cạnh $AB = AC = AA' = 2$. Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = \left(\frac{1}{2}.2.2\right).2 = 4$.

Đặt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $A' \equiv O$ và B', C', A lần lượt nằm trên chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz (như hình vẽ).

$A'(0;0;0)$, $B'(2;0;0)$, $C'(0;2;0)$, $A(0;0;2)$, $B(2;0;2)$, $C(0;2;2)$

$M(1;0;2)$, $N(1;0;0)$, $R(1;1;0)$, $Q(1;1;2)$, $P\left(\frac{2}{3};0;\frac{4}{3}\right)$, $\overrightarrow{SC'} = -2\overrightarrow{SQ} \Rightarrow S = \left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$

$\overrightarrow{PM} = \left(\frac{1}{3};0;\frac{2}{3}\right)$, $\overrightarrow{PR} = \left(\frac{1}{3};1;-\frac{4}{3}\right)$, $\overrightarrow{PQ} = \left(\frac{1}{3};1;\frac{2}{3}\right)$, $\overrightarrow{PS} = \left(0;\frac{4}{3};0\right)$

$V_{P.MQR} = \frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{PM};\overrightarrow{PQ}\right]\cdot\overrightarrow{PR}\right| = \frac{1}{6}.\frac{2}{3} = \frac{1}{9}$; $V_{P.MQRN} = 2.V_{P.MQR} = \frac{2}{9}$

$V_{P.QRS} = \frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{PR};\overrightarrow{PQ}\right]\cdot\overrightarrow{PS}\right| = \frac{1}{6}.\frac{8}{9} = \frac{4}{27}$

◆ $V_{MNRQPS} = V_{P.MQRN} + V_{P.QRS} = \frac{2}{9} + \frac{4}{27} = \frac{10}{27}$

Vậy: $\dfrac{V_{MNRQPS}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \dfrac{\frac{10}{27}}{4} = \frac{5}{54}$.

Câu 46. Đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k = a + \sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$.

Ta có $A(k;\log_5 x), B(k;\log_5(x+4)), (k>0)$.

Ta có $AB=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left|\log_5 x-\log_5(x+4)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left|\log_5\frac{x}{x+4}\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5\frac{x}{x+4}=\frac{1}{2}\\ \log_5\frac{x}{x+4}=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x}{x+4}=\sqrt{5}\\ \frac{x}{x+4}=\frac{1}{\sqrt{5}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=-5-\sqrt{5}\\ k=1+\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện suy ra $k=1+\sqrt{5}\Rightarrow a=1;b=5$. Vậy $a+b=6$.

Câu 47. Cho các số thực không âm a,b,c thoả mãn $2^a+4^b+8^c=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=a+2b+3c$. Giá trị của biểu thức $4^M+\log_M m$ bằng

A. $\frac{2809}{500}$. **B.** $\frac{4096}{729}$. **C.** $\frac{281}{50}$. **D.** $\frac{14}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $a=\log_2 x, 2b=\log_2 y, 3c=\log_2 z$.

Ta có $S=a+2b+3c=\log_2 x+\log_2 y+\log_2 z=\log_2(xyz)$.

Mà $2^a+4^b+8^c=4\Leftrightarrow x+y+z=4$.

Suy ra $4=x+y+z\ge 3.\sqrt[3]{xyz}\Rightarrow xyz\le\left(\frac{4}{3}\right)^3\Rightarrow S=\log_2(xyz)\le\log_2\left(\frac{4}{3}\right)^3=3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)$.

Do đó $M=\max S=3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)$ khi $x=y=z=\frac{4}{3}$.

Mặt khác, ta có $(x-1)(y-1)\ge 0\Rightarrow xy\ge x+y+1=3-z\Rightarrow xyz\ge z(3-z)\ge 2$ (vì $z\in\left[1;\frac{4}{3}\right]$).

Suy ra $S\ge 1$, do đó $m=\min S=1$ khi $x=z=1, y=2$.

Vậy $4^M+\log_M m=4^{3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)}+\log_{3\log_2\left(\frac{4}{3}\right)}1=\left(2^{\log_2\left(\frac{4}{3}\right)}\right)^6=\left(\frac{4}{3}\right)^6=\frac{4096}{729}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

Xét $y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó toạ độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m^4-m\right),B\left(\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right),C\left(-\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right)$

.

Ta có $A\in Oy$. Để $B,C\in Ox$ thì $2m^4-m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\2m^3-m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Do $m>0$ nên ta được $m=1$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)e^x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $\left[-2020;2021\right]$ để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\ln x\right)-mx^2+4mx-2$ nghịch biến trong $\left(e;e^{2020}\right)$.

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'\left(x\right)=\frac{1}{x}f'\left(\ln x\right)-2mx+4m=\frac{1}{x}\left(\ln x+1\right)e^{\ln x}-2mx+4m=\ln x+1-2mx+4m$

Hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(e;e^{2020}\right)$ khi và chỉ khi $\ln x+1-mx+4m\le 0,\forall x\in\left(e;e^{2020}\right)$

$\Leftrightarrow 2m\ge\frac{\ln x+1}{x-2},\forall x\in\left(e;e^{2020}\right)$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=\frac{\ln x+1}{x-2},x\in\left(e;e^{2020}\right)$

Ta có $g'\left(x\right)=\frac{\frac{1}{x}\left(x+1\right)-\ln x-1}{\left(x-2\right)^2}=\frac{1-x\ln x}{x\left(x-2\right)^2},x\in\left(e;e^{2020}\right)$

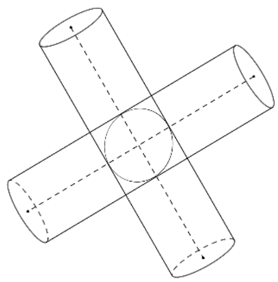
$g'\left(x\right)<0,\forall x\in\left(e,e^{2020}\right)$

BBT

x	e	e^{2020}
$g'\left(x\right)$	$-$	
$g\left(x\right)$	$\frac{2}{e-2}$ $\searrow$	

Quan sát bảng biến thiên ta có $2m\ge\frac{2}{e-2}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{e-2}\Rightarrow m\ge 2$. Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số m.

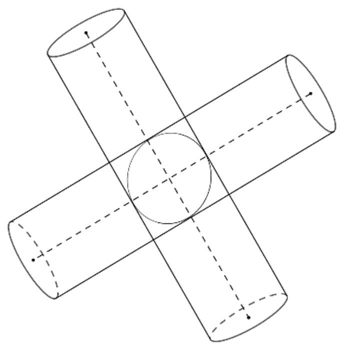
Câu 50. Người ta dùng máy đào hầm (TBM) để đào hai đường hầm hình trụ tròn xoay đường kính $12m$, mỗi đường hàm đều có chiều dài bằng $20m$, có hai trục cắt nhau và vuông góc với nhau. Tính thể tích khối đất đào được.



A. $3987.89m^3$. **B.** $3619.11m^3$. **C.** $4523.89m^3$. **D.** $3371.89m^3$

Lời giải

Chọn D



Cắt thiết diện của hai hình trụ theo một mặt phẳng theo phương vuông góc với với khối trụ ta được một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{36-x^2}$

Khi đó ta có thể tích khối đất đucợ đào là $V = 2.\pi R^2 h - \pi\int_{-6}^{6} 4\left(36-x^2\right)dx = 3371.89$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 11

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT ĐÔNG QUAN – HÀ NỘI

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \le 16$ là

A. $(-\infty;1)\cup[4;+\infty)$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $[-1;4]$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Câu 3. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(-1;3)$ trên mặt phẳng tọa độ. Môđun của số phức z bằng

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 8.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3;-4;5)$ là

A. $3x-4y+5z-26=0$. **B.** $-x+2y-3z+26=0$.

C. $-3x+4y-5z-26=0$. **D.** $x-2y+3z+26=0$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=-2+3i$. **D.** $\bar{z}=3+2i$.

Câu 7. Thể tích khối nón có chiều cao 2, bán kính hình tròn đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** $\dfrac{200}{3}\pi$. **C.** 50π. **D.** $\dfrac{50\pi}{3}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		4		5		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 9. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-6$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1$.

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2+13$ trên $[-2;3]$ là phân số tối giản có dạng $\dfrac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 59. **B.** 53. **C.** 55. **D.** 57.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$. **B.** $\ln^2 x+C$. **C.** $\ln(\ln x)+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-2;6)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào song song với trục tung?

A. $x-2z-1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x+2y+z=0$. **D.** $x+z=0$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, số hạng thứ ba $u_3=8$. Giá trị của công sai bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 15. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2(\cos 2x+x)$ là

A. $-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **B.** $-\sin 2x+x^2+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** $\sin 2x+x^2+C$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-i$. Giá trị của biểu thức $\overline{z_1}+iz_2$ bằng

A. $2-2i$. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $2+2i$.

Câu 17. Cho $\int_0^1 f(x)dx=-3$ và $\int_1^0 g(x)dx=2$, khi đó $\int_0^1 \left(f(x)+2g(x)\right)dx$ bằng

A. 5. **B.** –7. **C.** 1. **D.** –1.

Câu 18. Hàm số $y=x^4-2x^2+2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y=\ln\left(-x^3+4x^2\right)$ là

A. $D=(-\infty;4)\setminus\{0\}$. **B.** $D=(-\infty;4)$.

C. $D=(4;+\infty)$. **D.** $D=\{0\}\cup(4;+\infty)$.

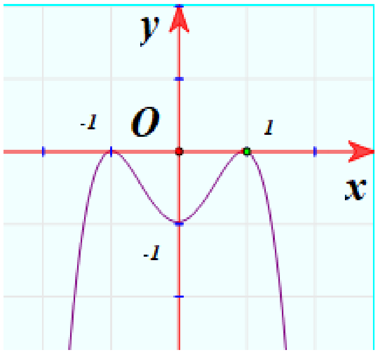
Câu 20. Cho hai số dương a,b thỏa mãn $\log_3 a+\log_{\sqrt{3}} b=-2$. Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

A. $9\left(a+\sqrt{b}\right)=1$ **B.** $9ab^2=1$. **C.** $9\left(a+b^2\right)=1$. **D.** $a\sqrt{b}=\frac{1}{9}$.

Câu 21. Khối lăng trụ có diện tích đáy là S, chiều cao h có thể tích V là

A. $V=Sh^2$. **B.** $V=\frac{1}{2}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Sh$.

Câu 22. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^2+2x-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z+3}{1}$. Trong các vectơ dưới đây, một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}=(-2;4;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;0;-3)$.

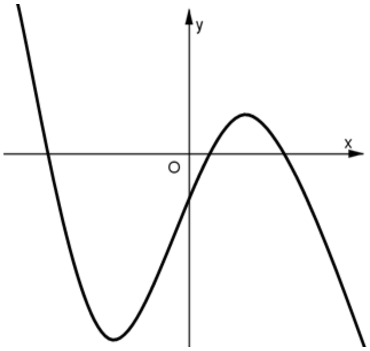
Câu 24. Phương trình $\log_2(x+1)=3$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=7$. **C.** $x=8$. **D.** $x=10$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC=2BA=2a$. Biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



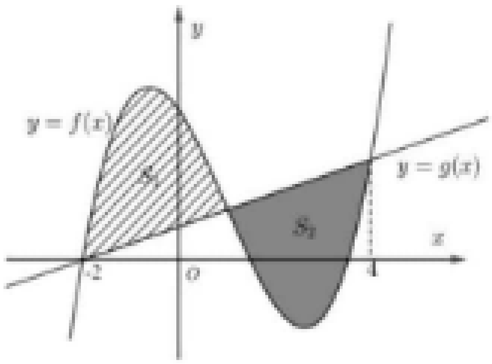
A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Câu 27. Một chiếc cốc hình trụ cao 15 cm đựng được nhiều nhất là $0,5$ lít nước (bỏ qua độ dày của thành và đáy cốc). Hỏi bán kính đường tròn đáy của chiếc cốc gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $3,26\text{ cm}$. **B.** $3,90\text{ cm}$. **C.** $3,23\text{ cm}$. **D.** $3,28\text{ cm}$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong và hàm số $y=g(x)$ có đồ thị là đường thẳng. Gọi S_1 là diện tích miền phẳng được gạch sọc, S_2 là diện tích miền phẳng được tô đậm, $S_1\neq S_2$ (hình vẽ).



Tích phân $\int\limits_{-2}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. S_1+S_2. **B.** $-S_1-S_2$. **C.** S_1-S_2. **D.** S_2-S_1.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(-1;2;3)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 30. Số tham số m nguyên nằm trong khoảng $(-2020;2021)$ để hàm số $y=\dfrac{3x-m-5}{mx-2}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 4032. **B.** 4034. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 31. Một nhóm học sinh gồm 10 em, trong đó có hai em Mơ và Mộng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc sao cho hai em Mơ và Mộng **không** đứng cạnh nhau?

A. $10!-9!$. **B.** $9!.2!$. **C.** $8.9!$. **D.** $10!$.

Câu 32. Ba năm trước An tốt nghiệp Đại học với tấm bằng loại giỏi và xin được việc làm ngay sau khi ra trường, An tiết kiệm được khoảng tiền 600 triệu đồng. An quyết định vay thêm 400 triệu đồng từ ngân hàng để mở công ty riêng với hợp đồng thỏa thuận là đều đặn hàng tháng sau khi ngân hàng giải ngân cho vay một tháng An bắt đầu trả một khoảng tiền cố định hàng tháng cho ngân hàng, mức lãi suất 0.6%/tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình vay tiền) và trả hết nợ sau đúng 5 năm (60 tháng). Hỏi số tiền mà An cần trả hàng tháng cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào sao đây?

A. 7.9108 triệu đồng. **B.** 7.8530 triệu đồng. **C.** 7.9582 triệu đồng. **D.** 7.8030 triệu đồng.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với Ox là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+3m-2$ đồng biến trên khoảng $(2;5)$.

A. $m\le 5$. **B.** $m<5$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 1$.

Câu 35. Cho $\int_0^1 \frac{x\mathrm{d}x}{(x+3)^2}=a+b\ln 3+c\ln 4$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $a+b+c$.

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

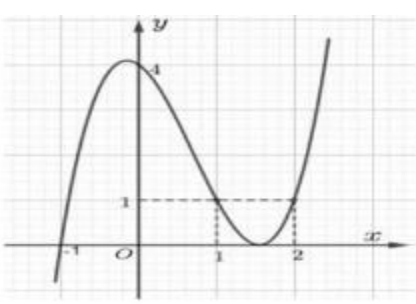
Câu 36. Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=5$. Một thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều SAB có cạnh bằng 8, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\frac{4\sqrt{13}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{13}}{4}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$ tâm I và điểm $A(2;2;1)$. Xét các điểm B,C,D thay đổi thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc nhau. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (BCD) có giá trị lớn nhất bằng $\frac{m}{n}$(với m,n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản). Tích $m.n$ bằng

A. 42. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm trên khoảng $(-\pi;4\pi)$ của phương trình $f(2|\cos 2x|)=1$ là

A. 48. **B.** 29. **C.** 31. **D.** 40.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\left(e^{2x}-4e^{x}-m\right)^2$ xét trên đoạn $[0;\ln 4]$ thỏa mãn $\text{Max}f(x)\geq 3.\text{Min}f(x)$?

A. 14. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.

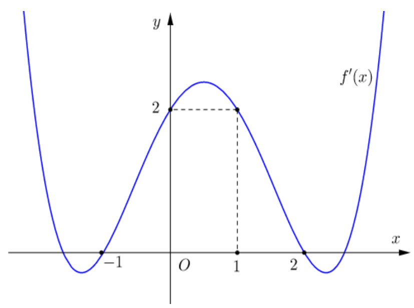
Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-8	$\nearrow$	8	$\searrow$	4	$\nearrow$	10	$\searrow$	$-\infty$

Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\left(f(x+1)-4\right)\sqrt{x^2-4}}$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

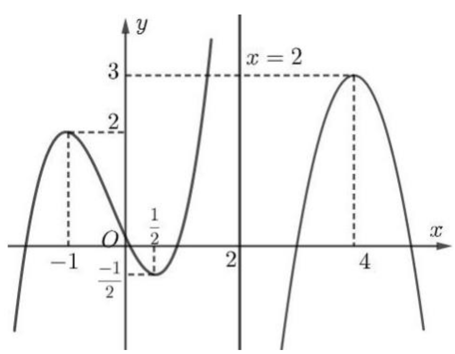
Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số tham số m nguyên trong đoạn $[-20;20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ biết $g(x)=3f\left(-x^3-3x+m\right)+\left(x^3+3x-m\right)^2\left(-2x^3-6x+2m-6\right)$.

A. 23. **B.** 21. **C.** 5. **D.** 17.

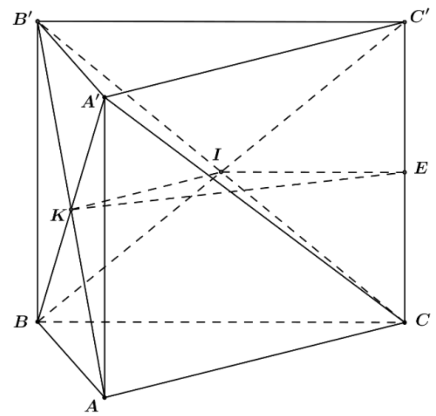
Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(|2x-1|+2\right)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AC = 2a, BAC = 120°$. Gọi I, K lần lượt là tâm của các mặt bên $BCC'B', ABB'A'$ và E là trung điểm của CC' (tham khảo hình vẽ bên). Biết hai mặt phẳng $(ACB'),(ABC')$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$.



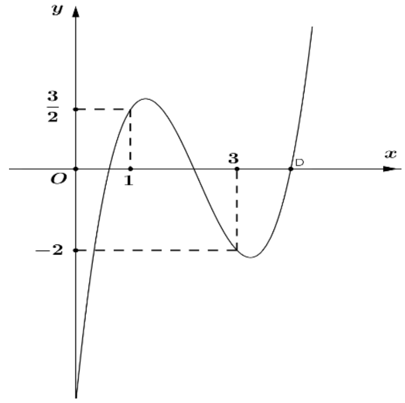
Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A, B, C, K, E, I là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{7a^3}{16}$. **C.** $\frac{5a^3}{8}$. **D.** $\frac{9a^3}{16}$.

Câu 44. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAC = 60°$. Biết $AA' = A'B = A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy góc $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f\left(x^4\right) - 2x^3 + 1$ là



A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf'(2x-4)\mathrm{d}x = 8$; $f(2) = 2$. Tính $\int_{-2}^{1} f(2x)\mathrm{d}x$

A. $I = 5$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = -5$. **D.** $I = -10$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2021;+\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2 + y + (x^2 - x).2020^{x+y} = (2x^2 - x + y).2020^{x-x^2}$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-20;20)$ để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 37. **B.** 35. **C.** 36. **D.** 34.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $3xf(x) = x^2 f'(x) + 2f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2}dx$ bằng

A. $\ln\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}\ln\frac{5}{2}$.

Câu 50. Cho tập $S = \{1;2;3;...;30\}$ là tập hợp 30 số nguyên dương đầu tiên. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau trong tập S, xác suất sao cho ba số lấy được có tổng các lập phương của chúng là một số chia hết cho 4 thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0,3;0,4)$. **B.** $(0,4;0,5)$. **C.** $(0,5;0,6)$. **D.** $(0,2;0,3)$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.B	5.C	6.B	7.D	8.B	9.A	10.C
11.A	12.B	13.A	14.C	15.D	16.C	17.B	18.D	19.A	20.B
21.C	22.D	23.B	24.B	25.B	26.D	27.A	28.C	29.D	30.A
31.C	32.C	33.D	34.A	35.B	36.D	37.C	38.B	39.B	40.D
41.A	42.C	43.D	44.A	45.C	46.D	47.A	48.A	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \le 16$ là

A. $(-\infty;1)\cup[4;+\infty)$. **B.** $[-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $[-1;4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x^2-3x} \le 16 \Leftrightarrow x^2-3x \le \log_2 16 = 4$

$\Leftrightarrow x^2-3x-4 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 4$.

Vậy tập nghiệm của bpt là: $S=[-1;4]$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \left(\sqrt{2}a\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.\sqrt{2}a = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Câu 3. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(-1;3)$ trên mặt phẳng tọa độ. Môđun của số phức z bằng

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=-1+3i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3;-4;5)$ là

A. $3x-4y+5z-26=0$. **B.** $-x+2y-3z+26=0$.

C. $-3x+4y-5z-26=0$. **D.** $x-2y+3z+26=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{3}$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$.

Do $d\perp(P)\Rightarrow(P)$ nhận $\vec{u}$ là véctơ pháp tuyến.

Mà (P) đi qua $A(3;-4;5)$, suy ra phương trình mặt phẳng (P) là:

$1(x-3)-2(y+4)+3(z-5)=0\Leftrightarrow x-2y+3z-26=0$.

Hay $(P):-x+2y-3z+26=0$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=[-1;+\infty)\setminus\{2\}$.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ là TCN.

Có $\lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ là TCĐ.

Không tồn tại giới hạn hàm số khi $x\to-2$.

Như vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=-2+3i$. **D.** $\bar{z}=3+2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là $\bar{z}=2+3i$.

Câu 7. Thể tích khối nón có chiều cao 2, bán kính hình tròn đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** $\dfrac{200}{3}\pi$. **C.** 50π. **D.** $\dfrac{50\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.2=\dfrac{50\pi}{3}$

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		4		5		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu bốn lần khi qua các điểm $x=-1; x=1; x=4; x=5$

Số điểm cực trị của hàm số là 4

Câu 9. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-6$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-6}{x+1}=2$

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2+13$ trên $[-2;3]$ là phân số tối giản có dạng $\dfrac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 59. **B.** 53. **C.** 55. **D.** 57.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-2;3]$.

Ta có $f'(x)=4x^3-2x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in(-2;3) \\ x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in(-2;3) \\ x=0\in(-2;3)\end{array}\right..$$

Ta có $f(-2)=25, f(0)=13, f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}, f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}, f(3)=85$.

Vậy $\min\limits_{[-2;3]} f(x)=\dfrac{51}{4}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $a=51, b=4\Rightarrow a+b=55$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$. **B.** $\ln^2 x+C$. **C.** $\ln(\ln x)+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \dfrac{\ln x}{x}dx=\int \ln x\, d(\ln x)=\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-2;6)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$ nên phương trình của (ABC) là: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-6=0$.

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=(3;-2;6)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, các mặt phẳng có phương trình sau đây, mặt phẳng nào song song với trục tung?

A. $x-2z-1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x+2y+z=0$. **D.** $x+z=0$.

Lời giải

Chọn A

Trục tung có vectơ đơn vị là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Do mặt phẳng song song với trục tung nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}.\vec{j}=0$.

Xét 4 mặt phẳng đáp án, ta thấy mặt phẳng **A** và **D** thỏa.

Nhận xét: Mặt phẳng **D** chứa trục tung nên chọn đáp án **A.**

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, số hạng thứ ba $u_3=8$. Giá trị của công sai bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_3=u_1+2d \Leftrightarrow 8=2+2d \Leftrightarrow d=3$.

Câu 15. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2(\cos 2x+x)$ là

A. $-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **B.** $-\sin 2x+x^2+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** $\sin 2x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int 2(\cos 2x + x)\mathrm{d}x = \int (2\cos 2x + 2x)\mathrm{d}x = \sin 2x + x^2 + C$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Giá trị của biểu thức $\overline{z}_1 + iz_2$ bằng

A. $2 - 2i$. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $2 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 = 1 + i \Rightarrow \overline{z}_1 = 1 - i$

$z_2 = 1 - i \Rightarrow iz_2 = i(1 - i) = i + 1$

$\overline{z}_1 + iz_2 = 1 - i + i + 1 = 2$

Câu 17. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx = -3$ và $\int\limits_1^0 g(x)dx = 2$, khi đó $\int\limits_0^1 \left(f(x) + 2g(x)\right)dx$ bằng

A. 5. **B.** -7. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Có $\int\limits_1^0 g(x)dx = 2 \Rightarrow \int\limits_0^1 g(x)dx = -2$

$\Rightarrow \int\limits_0^1 \left(f(x) + 2g(x)\right)dx = \int\limits_0^1 f(x)dx + 2\int\limits_0^1 g(x)dx = -3 + 2.(-2) = -7$

Câu 18. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1), (0;1)$.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y = \ln\left(-x^3 + 4x^2\right)$ là

A. $D = (-\infty;4) \backslash \{0\}$. **B.** $D = (-\infty;4)$.

C. $D = (4;+\infty)$. **D.** $D = \{0\} \cup (4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $-x^3+4x^2>0 \Leftrightarrow x^2(-x+4)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x<4 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;4)\setminus\{0\}$.

Câu 20. Cho hai số dương a,b thỏa mãn $\log_3 a+\log_{\sqrt{3}} b=-2$. Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

A. $9(a+\sqrt{b})=1$ **B.** $9ab^2=1$. **C.** $9(a+b^2)=1$. **D.** $a\sqrt{b}=\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3 a+\log_{\sqrt{3}} b=-2 \Leftrightarrow \log_3 a+\log_3 b^2=-2 \Leftrightarrow \log_3(ab^2)=-2 \Leftrightarrow ab^2=\frac{1}{9} \Leftrightarrow 9ab^2=1$

Câu 21. Khối lăng trụ có diện tích đáy là S, chiều cao h có thể tích V là

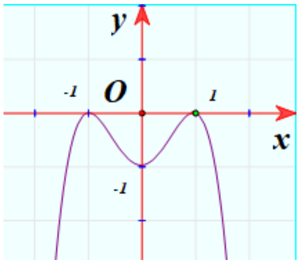
A. $V=Sh^2$. **B.** $V=\frac{1}{2}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Sh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là S, chiều cao h là $V=Sh$.

Câu 22. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^2+2x-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dáng đồ thị ta thấy hàm số có dạng hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c \Rightarrow$ loại A.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}=-\infty$ nên hệ số $a<0$, và đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$ nên $c=-1$.

Hàm số có 3 cực trị nên a,b trái dấu $\Rightarrow$ loại B.

Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm1$, đạt cực tiểu tại $x=0$ nên phương trình $y'=0$ có ba nghiệm $x=\pm1$ và $x=0$.

Đáp án C: $y=-x^4+x^2-1 \Rightarrow y'=-4x^3+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$ (Loại).

Vậy chọn đáp án D.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Trong các vectơ dưới đây, một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}=(-2;4;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;0;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình chính tắc của $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{1}$ ta thấy một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-1;2;1) \Rightarrow -\vec{u}=(1;-2;-1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 24. Phương trình $\log_2(x+1)=3$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=7$. **C.** $x=8$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x+1)=3 \Leftrightarrow x+1=2^3 \Leftrightarrow x=8-1=7$.

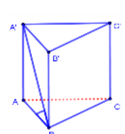
Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=7$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC=2BA=2a$. Biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



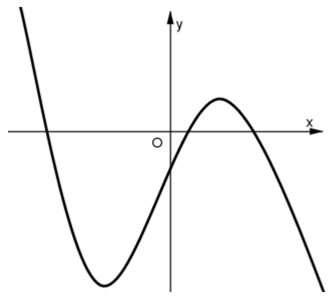
Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.BA.BC=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$.

Ta có $\left(A'B,\left(ABC\right)\right)=\left(A'B,AB\right)=A'BA=60^0$.

Xét tam giác vuông $A'AB$ có $A'A=AB.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=a^2.a\sqrt{3}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

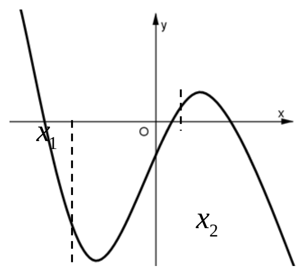


A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

C. $a>0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn D



Nhìn đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$ nên $a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0;d\right)$ nằm dưới trục hoành nên $d<0$.

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu nên $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 trái dấu.

Ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b<0\\ c>0\end{cases}$.

Vậy $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Câu 27. Một chiếc cốc hình trụ cao 15 cm đựng được nhiều nhất là $0,5$ lít nước (bỏ qua độ dày của thành và đáy cốc). Hỏi bán kính đường tròn đáy của chiếc cốc gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $3,26$ cm. **B.** $3,90$ cm. **C.** $3,23$ cm. **D.** $3,28$ cm.

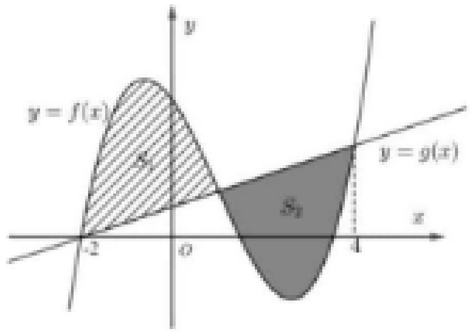
Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có, hình trụ có $h = 15$ cm và thể tích khối trụ $V = 0,5\,lit = 0,5\text{ dm}^3 = 500\ cm^3$.

Ta có $V = \pi r^2 h = 500 \Leftrightarrow \pi r^2.15 = 500 \Leftrightarrow r \approx 3,26$ cm .

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị là đường thẳng. Gọi S_1 là diện tích miền phẳng được gạch sọc, S_2 là diện tích miền phẳng được tô đậm, $S_1 \neq S_2$ (hình vẽ).



Tích phân $\int\limits_{-2}^{4} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x$ bằng

A. $S_1 + S_2$. **B.** $-S_1 - S_2$. **C.** $S_1 - S_2$. **D.** $S_2 - S_1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ tại điểm có hoành độ bằng $-2; a; 4$.

Ta có $S_1 = \int\limits_{-2}^{a} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x$ và $S_2 = \int\limits_{a}^{4} \left[g(x) - f(x) \right] \mathrm{d}x$.

Khi đó $\int\limits_{-2}^{4} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{a} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x + \int\limits_{a}^{4} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x$.

$= \int\limits_{-2}^{a} \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x - \int\limits_{a}^{4} \left[g(x) - f(x) \right] \mathrm{d}x = S_1 - S_2$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(-1;2;3)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là $A'(1;-2;0)$.

Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) nên A' là trung điểm của đoạn AB.

Ta có: $\begin{cases} x_{A'} = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_{A'} = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_{A'} = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2x_{A'} - x_A \\ y_B = 2y_{A'} - y_A \\ z_B = 2z_{A'} - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2.1 - 1 = 1 \\ y_B = 2(-2) + 2 = -2 \\ z_B = 2.0 - 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow B(1; -2; -3)$.

Câu 30. Số tham số m nguyên nằm trong khoảng $(-2020; 2021)$ để hàm số $y = \dfrac{3x - m - 5}{mx - 2}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4032. **B.** 4034. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{2}{m}\right\}$, $(m \neq 0)$.

Ta có $y' = \dfrac{-6 + (m+5)m}{(mx-2)^2} = \dfrac{m^2 + 5m - 6}{(mx-2)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi $\begin{cases} m^2 + 5m - 6 > 0 \\ \dfrac{2}{m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -6 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m < 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m < -6 \end{array}\right.$.

Với $\begin{cases} m \in (-2020; 2021) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2019; ...; -7; 2; 3; 4; ....; 2020\} \Rightarrow$ có 4032 giá trị.

Câu 31. Một nhóm học sinh gồm 10 em, trong đó có hai em Mơ và Mộng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc sao cho hai em Mơ và Mộng **không** đứng cạnh nhau?

A. $10! - 9!$. **B.** $9!.2!$. **C.** $8.9!$. **D.** $10!$.

Lời giải

Chọn C

Ta xem em Mơ và Mộng thành một nhóm A, sau đó ta xếp A với 8 em học sinh còn lại ta có: $9!.2!$ cách xếp em Mơ và Mộng đứng cạnh nhau.

Vậy số cách xếp Mơ và Mộng không đứng cạnh nhau là $10! - 9!.2! = 8.9!$.

Câu 32. Ba năm trước An tốt nghiệp Đại học với tấm bằng loại giỏi và xin được việc làm ngay sau khi ra trường, An tiết kiệm được khoảng tiền 600 triệu đồng. An quyết định vay thêm 400 triệu đồng từ ngân hàng để mở công ty riêng với hợp đồng thỏa thuận là đều đặn hàng tháng sau khi ngân hàng giải ngân cho vay một tháng An bắt đầu trả một khoảng tiền cố định hàng tháng cho ngân hàng, mức lãi suất 0.6%/tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình vay tiền) và trả hết nợ sau đúng 5 năm (60 tháng). Hỏi số tiền mà An cần trả hàng tháng cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào sao đây?

A. 7.9108 triệu đồng. **B.** 7.8530 triệu đồng. **C.** 7.9582 triệu đồng. **D.** 7.8030 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tiền vay ban đầu là M, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m và lãi suất mỗi tháng là r.

Ta có $M(1+r)^n - \dfrac{m\left[(1+r)^{n-1}-1\right]}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{M(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1} = \dfrac{400(1+0.006)^{60}.0,006}{(1+0.006)^{60}-1} \approx 7.95828$ triệu đồng.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với Ox là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $I(1;-1;2)$ lên trục Ox là $H(1;0;0)$.

Theo giả thiết bán kính mặt cầu $R = IH = \sqrt{(1-1)^2+(-1-0)^2+(2-0)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$ là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 3m - 2$ đồng biến trên khoảng $(2;5)$.

A. $m \le 5$. **B.** $m < 5$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \le 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5)$ thì $y' \ge 0$, $\forall x \in (2;5)$.

$\Leftrightarrow 4x^3 - 4(m-1)x \ge 0, \forall x \in (2;5) \Leftrightarrow m \le x^2+1, \forall x \in (2;5)$.

Xét hàm số $f(x) = x^2+1$, $\forall x \in (2;5)$.

Lập bảng biến thiên của $f(x)$

x	2		5
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	5	$\nearrow$	26

Dựa vào bảng biến thiên ta thất $m \le 5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Cho $\int\limits_0^1 \frac{x\mathrm{d}x}{(x+3)^2} = a + b\ln 3 + c\ln 4$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $a+b+c$.

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x+3 \Rightarrow \mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.

Khi đó ta có $\int\limits_0^1 \frac{x\mathrm{d}x}{(x+3)^2} = \int\limits_3^4 \frac{t-3}{t^2}\mathrm{d}t = \int\limits_3^4 \left(\frac{1}{t} - \frac{3}{t^2}\right)\mathrm{d}t = \left(\ln t + \frac{3}{t}\right)\Bigg|_3^4 = -\frac{1}{4} - \ln 3 + \ln 4$.

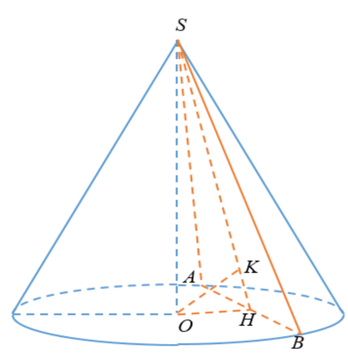
Do đó $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = -\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=5$. Một thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều SAB có cạnh bằng 8, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\frac{4\sqrt{13}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{13}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB. Kẻ $OK \perp SH \Rightarrow d\left(O,(SAB)\right) = OK$.

Ta có $OH=\sqrt{OB^2-HB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ và $SH=\dfrac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\Rightarrow SO=\sqrt{SH^2-OH^2}=\sqrt{39}$.

Do đó $OK=\dfrac{SO.OH}{\sqrt{SO^2+OH^2}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{4}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$ tâm I và điểm $A(2;2;1)$. Xét các điểm B,C,D thay đổi thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc nhau. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (BCD) có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{m}{n}$(với m,n là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{m}{n}$ tối giản). Tích $m.n$ bằng

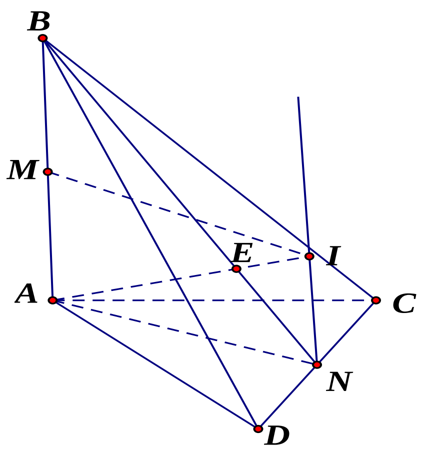
A. 42. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

- Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=5$.

Ta có: $A(2;2;1)\in(S)$.



- $ABCD$ lập thành tứ diện vuông, gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,CD.
- Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và $\Delta\perp(ACD)$. Suy ra Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD.
- Trong mặt phẳng (ABN) dựng $MI//AN, I\in\Delta$ suy ra I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- Gọi E là giao điểm của AI và BN.

Suy ra $\dfrac{IE}{AE}=\dfrac{IN}{AB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\overrightarrow{AE}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}\Rightarrow AE=\dfrac{2}{3}.5=\dfrac{10}{3}$.

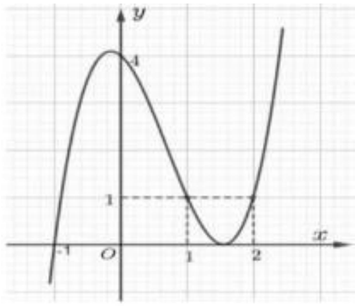
- Ta có $d(I;(BCD))=\dfrac{1}{2}d(A;(BCD))\le\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{1}{2}.\dfrac{10}{3}=\dfrac{5}{3}$.

Vậy khoảng cách từ I đến mặt phẳng (BCD) có giá trị lớn nhất bằng

$$\frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow m.n=15$$

.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm trên khoảng $(-\pi;4\pi)$ của phương trình $f(2|\cos 2x|)=1$ là

A. 48. **B.** 29. **C.** 31. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

◆ Dựa vào đồ thị ta có :

$$f(2|\cos 2x|)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2|\cos 2x|=a\ (a\in(-1;0)) \\ 2|\cos 2x|=1 \\ 2|\cos 2x|=2 \end{array}\right. .$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |\cos 2x|=\frac{a}{2}<0\,(vn) \\ |\cos 2x|=\frac{1}{2} \\ |\cos 2x|=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=\frac{1}{2} \\ \cos 2x=-\frac{1}{2} \\ \cos 2x=1 \\ \cos 2x=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$$

◆ Với $x=\frac{\pi}{6}+k\pi \Rightarrow -\pi<\frac{\pi}{6}+k\pi<4\pi \Leftrightarrow -\frac{7}{6}<k<\frac{23}{6} \Rightarrow k\in\{-1;0;1;2;3\}$

$\Rightarrow x\in\left\{-\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{13\pi}{6};\frac{19\pi}{6}\right\}$

◆ Với $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi \Rightarrow -\frac{5}{6}<k<\frac{25}{6} \Rightarrow k\in\{0,1,2,3,4\} \Rightarrow x\in\left\{-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{11\pi}{6};\frac{17\pi}{6};\frac{23\pi}{6}\right\}$

◆ Với $x=\frac{\pi}{3}+k\pi \Rightarrow x\in\left\{-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{7\pi}{3};\frac{10\pi}{3}\right\}$

◆ Với $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \Rightarrow x\in\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{5\pi}{3};\frac{8\pi}{3};\frac{11\pi}{3}\right\}$

- Với $x=k\frac{\pi}{2}\Rightarrow -\pi<\frac{k\pi}{2}<4\pi\Rightarrow -2<k<8\Rightarrow x\in\left\{-\frac{\pi}{2};0;\frac{\pi}{2};\pi;\frac{3\pi}{2};2\pi;\frac{5\pi}{2};3\pi;\frac{5\pi}{2}\right\}$.

Vậy phương trình đã cho có 29 nghiệm.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\left(e^{2x}-4e^{x}-m\right)^2$ xét trên đoạn $[0;\ln 4]$ thỏa mãn $\text{Max}f(x)\geq 3.\text{Min}f(x)$?

A. 14. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

- $f(x)=\left(e^{2x}-4e^{x}-m\right)^2$

Đặt $t=e^{2x}-4e^{x}\Rightarrow t\in[-4;0]$.

Suy ra $g(t)=(t-m)^2$

$\Rightarrow g'(t)=2(t-m)=0\Leftrightarrow t=m$

$g(-4)=(m+4)^2;g(0)=m^2;g(m)=0$

- TH1: $m<-4$

$\min\limits_{[-4;0]}g(t)=g(-4)=(m+4)^2$

$\max\limits_{[-4;0]}g(t)=g(0)=m^2$

$\max f(x)\geq 3\min f(x)\Rightarrow m^2\geq 3(m+4)^2\Leftrightarrow m^2+12m+24\leq 0\Leftrightarrow -6-2\sqrt{3}\leq m\leq -6+2\sqrt{3}$

$\Rightarrow -9\leq m\leq -5$

Trường hợp này có 5 giá trị m thỏa mãn.

- TH2: $m\in[-4;0]$.

$\min\limits_{[-4;0]}g(t)=g(m)=0$

$\max\limits_{[-4;0]}g(t)=\max\left\{g(-4),g(0)\right\}=\max\left\{(m+4)^2;m^2\right\}$

$\Rightarrow \max\limits_{[-4;0]}g(t)\geq 0\Rightarrow \max f(x)\geq 3\min f(x),\forall m\in[-4;0]$

Trường hợp này có 5 giá trị m thỏa mãn.

TH3: $m>0$

$\max\limits_{[-4;0]}g(t)=g(-4)=(m+4)^2$

$\min\limits_{[-4;0]}g(t)=g(0)=m^2$

$\max f(x)\geq 3\min f(x)\Rightarrow (m+4)^2\geq 3m^2\Leftrightarrow 2m^2-8m-16\leq 0\Leftrightarrow m^2-4m-8\leq 0$

$\Leftrightarrow 2-2\sqrt{3}\leq m\leq 2+2\sqrt{3}\Rightarrow 1\leq m\leq 5$

Trường hợp này có 5 giá trị m thỏa mãn.

Vậy có 15 giá trị m thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-8	$\nearrow$	8	$\searrow$	4	$\nearrow$	10	$\searrow$	$-\infty$

Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}$ có điều kiện xác định là:

$$\begin{cases} f\left(x+1\right)\neq 4 \\ x^2-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\neq a,\ \left(-1<a<1\right) \\ x+1\neq 2 \\ x+1\neq b,\ \left(b>4\right) \\ \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq a-1,\ \left(-2<a-1<0\right) \\ x\neq 1 \\ x\neq b-1,\ \left(b-1>3\right) \\ \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq b-1,\ \left(b-1>3\right) \\ \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases}$$

Do đó tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}$ là

$D=\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)\setminus\left\{b-1\,|\,b>4\right\}$.

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}=0$ (vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f\left(x+1\right)-4\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-4}=+\infty$);

+) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}=0$ (vì $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f\left(x+1\right)-4\right)=-2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-4}=+\infty$);

+) $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}=-\infty$

(vì $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\left(f\left(x+1\right)-4\right)=f\left(-1\right)-4=-12$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\sqrt{x^2-4}=0$ và $\sqrt{x^2-4}>0$ khi $x<-2$);

+) $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{1}{\left(f\left(x+1\right)-4\right)\sqrt{x^2-4}}=+\infty$

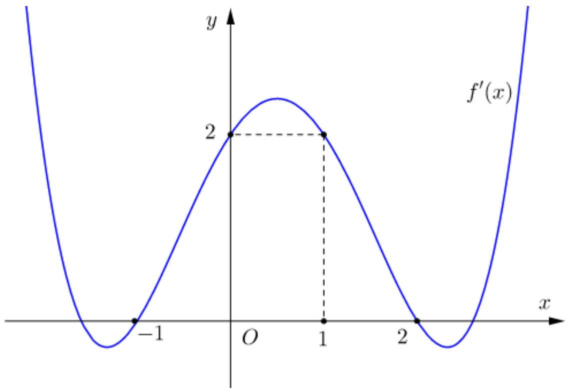
(vì $\lim\limits_{x\to2^+}\left(f\left(x+1\right)-4\right)=f\left(3\right)-4>0$, $\lim\limits_{x\to2^+}\sqrt{x^2-4}=0$ và $\sqrt{x^2-4}>0$ khi $x>2$);

+) Với $b>4$ ta có: $\lim\limits_{x\to(b-1)^+}\dfrac{1}{\left(f(x+1)-4\right)\sqrt{x^2-4}}=-\infty$

(vì $\lim\limits_{x\to(b-1)^+}\sqrt{x^2-4}>\sqrt{3^2-4}=\sqrt{5}$, $\lim\limits_{x\to(b-1)^+}\left(f(x+1)-4\right)=0$ và $f(x+1)-4<0$ khi $x>b$).

Do đó hàm số $y=\dfrac{1}{\left(f(x+1)-4\right)\sqrt{x^2-4}}$ có một tiệm cận ngang $y=0$ và ba tiệm cận đứng $x=-2,\ x=2,\ x=b-1\ (b>4)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số tham số m nguyên trong đoạn $[-20;20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ biết $g(x)=3f\left(-x^3-3x+m\right)+\left(x^3+3x-m\right)^2\left(-2x^3-6x+2m-6\right)$.

A. 23. **B.** 21. **C.** 5. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

+) Hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và được viết lại như sau

$$g(x)=3f\left(-x^3-3x+m\right)+\left(-x^3-3x+m\right)^2\left(2\left(-x^3-3x+m\right)-6\right)$$
$$=3f\left(-x^3-3x+m\right)+2\left(-x^3-3x+m\right)^3-6\left(-x^3-3x+m\right)^2.$$

+) Xét hàm $t(x)=-x^3-3x+m$ trên $(-1;2)$:

Có $t'(x)=-3x^2-3<0\,\forall x\in(-1;2)$

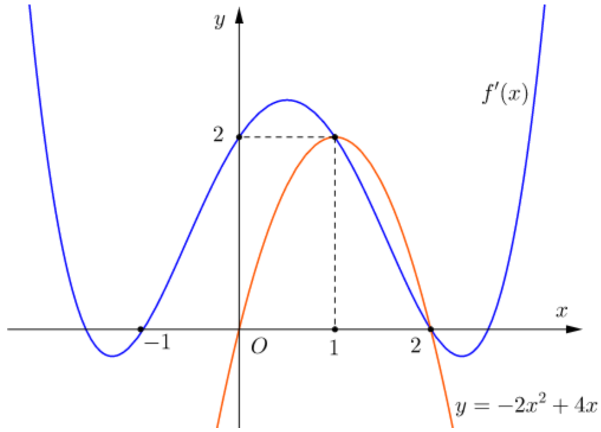
Suy ra hàm số $t(x)$ đơn điệu giảm trên $(-1;2)$ và khi $x\in(-1;2)$ thì $t\in(m-14;m+4)$.

+) Bài toán trở thành tìm số giá trị m nguyên trong đoạn $[-20;20]$ để hàm số $h(t)=3f(t)+2t^3-6t^2$ đồng biến trên $(m-14;m+4)$.

+) Ta có: $h'(t)=3f'(t)+6t^2-12t$

+) $h'(t)=0\Leftrightarrow f'(t)=-2t^2+4t$

Sự tương giao của hai đồ thị $y = f'(x)$ và đồ thị $y = -2x^2 + 4x$ được biểu diễn như sau



Từ hình trên ta thấy:

$h'(t) > 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$

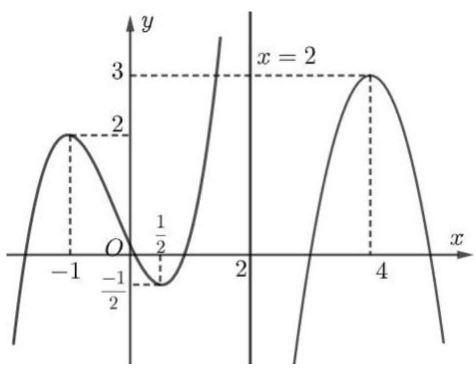
Suy ra $h(t)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$

Vậy hàm số $h(t) = 3f(t) + 2t^3 - 6t^2$ đồng biến trên $(m-14;m+4)$ khi và chỉ khi

$\left[\begin{array}{l} m+4 \le 1 \\ m-14 \ge 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge 16 \end{array}\right.$

Mà $m \in [-20;20]$ nên có 23 giá trị m thỏa đề.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|2x-1|+2)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

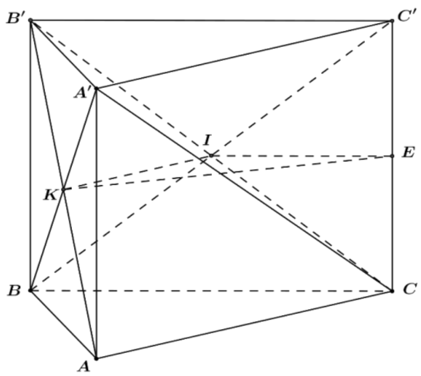
+) Hàm số $g(x) = f(|2x-1|+2)$ xác định khi $|2x-1|+2 \ne 2 \Leftrightarrow x \ne \dfrac{1}{2}$

+) $g'(x) = \left(f(|2x-1|+2)\right)' = 2 \cdot \dfrac{2x-1}{|2x-1|} \cdot f'(|2x-1|+2)$

+) $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'\left(|2x-1|+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |2x-1|+2=-1 \\ |2x-1|+2=\dfrac{1}{2} \\ |2x-1|+2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow |2x-1|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Hai nghiệm này là hai nghiệm bội lẻ, vậy hàm số $g(x)=f\left(|2x-1|+2\right)$ có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 43. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AC=2a, BAC=120°$. Gọi I, K lần lượt là tâm của các mặt bên $BCC'B', ABB'A'$ và E là trung điểm của CC' (tham khảo hình vẽ bên). Biết hai mặt phẳng $(ACB'),(ABC')$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

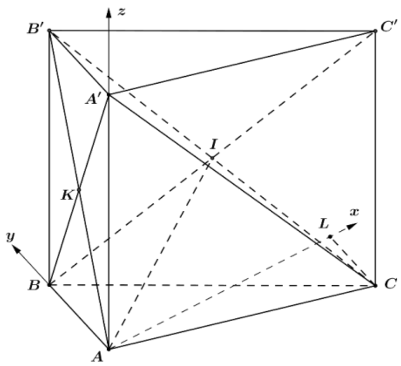


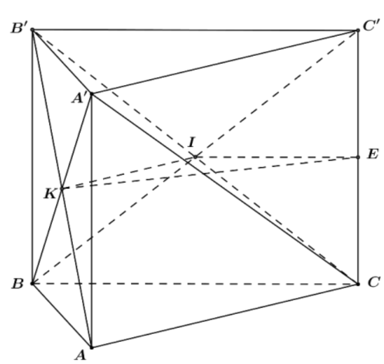
Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A, B, C, K, E, I là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{7a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{5a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D





Kẻ tia Ax vuông góc với AB trên mặt phẳng (ABC), chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi L là hình chiếu của C trên trục Ax, đặt $AA'=h$.

Ta có $\begin{cases} BAL=90° \\ BAC=120° \end{cases} \Rightarrow CAL=30° \Rightarrow LC=AC\sin 30°=a, LA=AC\cos 30°=a\sqrt{3}$.

Khi đó, trên hệ trục tọa độ đã chọn ta có: $A(0;0;0), B(0;a;0), C(a\sqrt{3};-a;0), B'(0;a;h)$, $C'(a\sqrt{3};-a;h)$.

+) $\overrightarrow{AC}=(a\sqrt{3};-a;0), \overrightarrow{AB'}=(0;a;h) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB'}\right]=\left(-ah;-ah\sqrt{3};a^2\sqrt{3}\right)$.

Mặt phẳng (ACB') có VTPT $\overrightarrow{n_1}=(h;h\sqrt{3};-a\sqrt{3})$.

$\overrightarrow{AB}=(0;a;0), \overrightarrow{AC'}=(a\sqrt{3};-a;h) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC'}\right]=\left(ah;0;-a^2\sqrt{3}\right)$

Mặt phẳng (ABC') có VTPT $\overrightarrow{n_2}=(h;0;-a\sqrt{3})$.

Suy ra: $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right| \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{5}=\dfrac{\left|h^2+3a^2\right|}{\sqrt{4h^2+3a^2}\sqrt{h^2+3a^2}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{5}=\dfrac{\sqrt{h^2+3a^2}}{\sqrt{4h^2+3a^2}} \Leftrightarrow \dfrac{2}{5}=\dfrac{h^2+3a^2}{4h^2+3a^2}$

$\Leftrightarrow 8h^2+6a^2=5h^2+15a^2 \Leftrightarrow h=a\sqrt{3}$.

Gọi V là thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh A,B,C,K,E,I. Hai điểm F,H lần lượt là trung điểm của BB' và AA'.

Ta có: $$\begin{gathered}\dfrac{V_{B.FKI}}{V_{B.B'A'C'}C}=\dfrac{BF}{BB'}\cdot\dfrac{BK}{BA'}\cdot\dfrac{BI}{BC'}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}\\ \Rightarrow V_{B.FKI}=\dfrac{1}{8}V_{BB'A'C'}=\dfrac{1}{8}\cdot\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{24}V_{ABC\cdot A'B'C'}\end{gathered}.$$

$V_{AKHE}=\dfrac{1}{3}AH\cdot S_{HKE}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}AA'\cdot\dfrac{1}{2}S_{HFE}=\dfrac{1}{12}\cdot AA'\cdot S_{HFE}=\dfrac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

Vậy $V=V_{ABC.HEF}-V_{AHKE}-V_{B.FKI}=\dfrac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}-\dfrac{1}{24}V_{ABC.A'B'C'}-\dfrac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

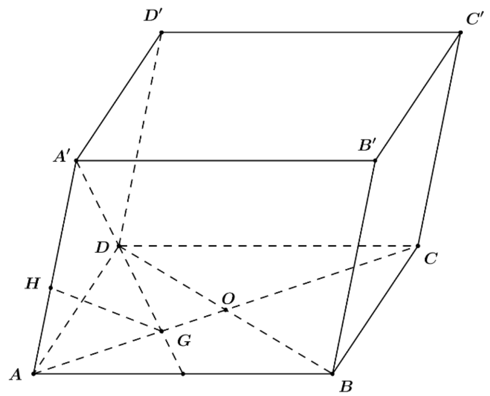
$=\dfrac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{3}{8}\cdot AA'\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin 120^\circ=\dfrac{3}{8}\cdot h\cdot\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin 120^\circ=\dfrac{9a^3}{16}$.

Câu 44. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAC=60^\circ$. Biết $AA'=A'B=A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy góc 60°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD

A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, vì $AA' = A'B = A'D$ nên G là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó $A'AG = 60^\circ$. Ta có: $\begin{cases} BD \perp CA \\ BD \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$ và $BD \cap (ACC'A') = O$.

$d(CC'; BD) = d(CC'; (BDD'B')) = d(C; (BDD'B'))$

$= d(A; (BDD'B')) = d(AA'; (BDD'B')) = d(AA'; BD)$

Vì $BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AA' \Rightarrow d(BD; AA') = d(O; AA') = \dfrac{3}{2} d(G; AA')$.

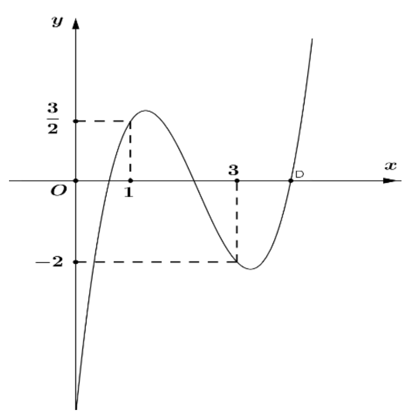
Từ G kẻ đường thẳng vuông góc với AA' tại H, suy ra: $d(G; AA') = GH$.

Mà G là trọng tâm tam giác đều ABD cạnh a nên $AG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow GH = AG \sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $d(BD; AA') = \dfrac{3}{2} d(G; AA') = \dfrac{3a}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1$ là

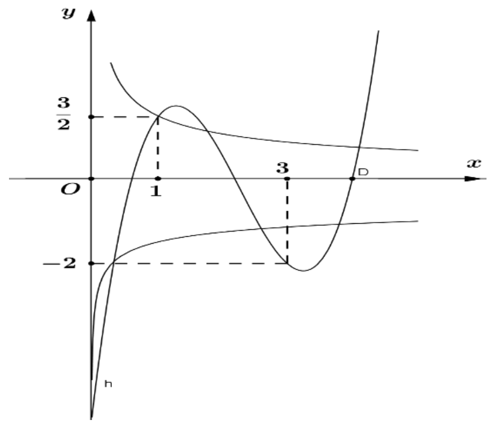


A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=4x^3f'(x^4)-6x^2=2x^2\left[2x.f'(x^4)-3\right]$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\ f'(x^4)=\dfrac{3}{2x}\ (*)\end{array}\right.$.



Ta có $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\\ f'(x^4)=-\dfrac{3}{2\sqrt[4]{x^4}}\end{cases}\\ \begin{cases}x>0\\ f'(x^4)=\dfrac{3}{2\sqrt[4]{x^4}}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\\ x^4=a;x^4=c;x^4=d;x^4=f\end{cases}\\ \begin{cases}x>0\\ x^4=1;x^4=b;x^4=e\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt[4]{a}\\ x=-\sqrt[4]{c}\\ x=-\sqrt[4]{d}\\ x=-\sqrt[4]{f}\\ x=1\\ x=\sqrt[4]{b}\\ x=\sqrt[4]{e}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{d}$		$-\sqrt[4]{a}$		$-\sqrt[4]{c}$		$-\sqrt[4]{f}$		0		1		$\sqrt[4]{b}$		$\sqrt[4]{e}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘		↗		↘	

Từ bảng biến thiên ta suy ra: Hàm số có 4 cực tiểu.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^3 xf'(2x-4)\mathrm{d}x=8$; $f(2)=2$.

Tính $\int\limits_{-2}^{1} f(2x)\mathrm{d}x$

A. $I=5$. **B.** $I=10$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=-10$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int\limits_0^3 xf'(2x-4)\mathrm{d}x = 8$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = f'(2x-4)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = \dfrac{1}{2} f(2x-4) \end{cases}$

$\Rightarrow \left[\dfrac{1}{2}xf(2x-4)\right]\Big|_0^3 - \int\limits_0^3 \dfrac{1}{2} f(2x-4)\mathrm{d}x = 8 \Rightarrow \dfrac{3}{2} f(2) - \dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 f(2x-4)\mathrm{d}x = 8$

$\Rightarrow \int\limits_0^3 f(2x-4)\mathrm{d}x = -10$

Đặt $x-2=t \Rightarrow \mathrm{d}x = \mathrm{d}t$

Với $x=0 \Rightarrow t=-2$

$x=3 \Rightarrow t=1$

$\Rightarrow \int\limits_{-2}^{1} f(2t)\mathrm{d}t = -10 \Rightarrow \int\limits_{-2}^{1} f(2x)\mathrm{d}x = -10$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2021;+\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2+y+(x^2-x).2020^{x+y} = (2x^2-x+y).2020^{x-x^2}$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2+y+(x^2-x).2020^{x+y} = (2x^2-x+y).2020^{x-x^2}$

$\Leftrightarrow (x^2+y).2020^{x^2-x} + (x^2-x).2020^{x^2+y} = 2x^2-x+y$

$\Leftrightarrow (x^2+y).\left(2020^{x^2-x}-1\right) + (x^2-x).\left(2020^{x^2+y}-1\right) = 0 \ (1)$

Nếu $(x^2+y)(x^2-x) \neq 0$ thì $(1) \Leftrightarrow \dfrac{2020^{x^2-x}-1}{x^2-x} + \dfrac{2020^{x^2+y}-1}{x^2+y} = 0 \ (2)$

Dễ thấy vế trái của (2) luôn dương nên suy ra (1) không xảy ra.

Do đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x=0 \\ x^2+y=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x^2=-y \end{array}\right.$

Với $-y \le 0 \Leftrightarrow y \ge 0$ thì có hai giá trị x thỏa mãn đề bài.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -y > 0 \Leftrightarrow y < 0$

Do y nguyên nằm trong khoảng $(-2021;+\infty)$ nên $y \in \{-2020;-2019;...;-1\}$.

Vậy có 2020 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=(m-2)x^3+x^2-(m+1)x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-20;20)$ để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 37. **B.** 35. **C.** 36. **D.** 34.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3(m-2)x^2+2x-(m+1)$

- Với $m=2$ ta có $f'(x)=2x-3$

Dễ thấy hàm số đạt cực trị tại $x=\frac{3}{2}$. Khi đó hàm số đã cho có một điểm cực trị dương nên hàm số $y=f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị.

$\Rightarrow m=2$ thỏa mãn.

- Với $m\neq 2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x)=(m-2)x^3+x^2-(m+1)x+1$ có đúng một điểm cực trị dương $\Leftrightarrow$ $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $x_1\leq 0<x_2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m=-1\\ -\dfrac{2}{3(m-2)}>0\end{cases}\\ -(m+1)(m-2)<0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\leq -1\\ m>2\end{array}\right.$$

Kết hợp $m=2$ ta được $\left[\begin{array}{l}m\leq -1\\ m\geq 2\end{array}\right.$

Do m nguyên nằm trong khoảng $(-20;20)$ nên $m\in\{-19;-18;...;-1;2;3;...;19\}$.

Vậy có 37 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $3xf(x)=x^2f'(x)+2f^2(x),\forall x>0$ và $f(1)=\frac{1}{2}$. Giá trị của tích phân $\int_1^2\frac{f(x)}{x^2}dx$ bằng

A. $\ln\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}\ln\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=\frac{f(x)}{x^3}$, với x dương, ta có

$$3xf(x)=x^2f'(x)+2f^2(x)\Rightarrow 3x^2f(x)=x^3f'(x)+2xf^2(x)\Rightarrow \frac{x^3f'(x)-3x^2f(x)}{x^6}=\frac{-2xf^2(x)}{x^6}$$

$$\Rightarrow\left[\frac{f(x)}{x^3}\right]'=-2x\left[\frac{f(x)}{x^3}\right]^2\Rightarrow\frac{u'}{u^2}=-2x\Rightarrow-\frac{1}{u}=-x^2+C\Leftrightarrow-\frac{x^3}{f(x)}=-x^2+C.$$

Từ $f(1)=\frac{1}{2}$ suy ra $-2=-1+C\Rightarrow C=-1$ hay $-\frac{x^3}{f(x)}=-x^2-1\Rightarrow\frac{f(x)}{x^2}=\frac{x}{x^2+1}$. Vậy

$$\int_1^2\frac{f(x)}{x^2}dx=\int_1^2\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}.$$

Câu 50. Cho tập $S=\{1;2;3;...;30\}$ là tập hợp 30 số nguyên dương đầu tiên. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau trong tập S, xác suất sao cho ba số lấy được có tổng các lập phương của chúng là một số chia hết cho 4 thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0,3;0,4)$. **B.** $(0,4;0,5)$. **C.** $(0,5;0,6)$. **D.** $(0,2;0,3)$.

Lời giải

Chọn A

Chia tập S thành 3 tập con có giao khác rỗng sau

S_1 các số chia 4 dư 0 hoặc 2, tập này có 14 phần tử.

S_2 các số chia 4 dư 1, tập này có 9 phần tử.

S_3 các số chia 4 dư 3, tập này có 7 phần tử.

Mỗi phần tử thuộc tập S_1 khi lập phương sẽ chia 4 dư 0.

Mỗi phần tử thuộc tập S_2 khi lập phương sẽ chia 4 dư 1.

Mỗi phần tử thuộc tập S_3 khi lập phương sẽ chia 4 dư 3.

Ta có

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 phần tử từ tập S là C_{30}^3.

Lấy ngẫu nhiên 3 phần tử từ tập S để tổng lập phương của chúng chia hết cho 4 có hai trường hợp sau :

TH 1 : cả 3 phần tử cùng thuộc S_1

TH2 : mỗi tập S_1,S_2,S_3 có một phần tử

Do đó, số lấy chọn 3 phần tử để tổng lập phương của chúng chia hết cho 4 là $C_{14}^3+14.9.7$.

Xác suất cần tìm là $\frac{C_{14}^3+14.9.7}{C_{30}^3}=\frac{89}{290}\approx 0,307$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 12

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – GIA LAI

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt giá trị cực đại bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^2+2x$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên một số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn một số chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{3}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{20}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{10}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$, biết $u_9=17, d=2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10}=20$. **B.** $u_{10}=21$. **C.** $u_{10}=19$. **D.** $u_{10}=15$.

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A\left(2;0;0\right), B\left(0;-3;0\right), C\left(0;0;4\right)$. Phương trình của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là

A. $6x-4y+3z-12=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{4}=0$.

C. $6x-4y+3z=0$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{4}=1$.

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2-3i$ có tọa độ là

A. $\left(3;2\right)$. **B.** $\left(3;-2\right)$. **C.** $\left(-2;3\right)$. **D.** $\left(2;-3\right)$.

Câu 8. Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=1$ và $\int\limits_1^4 f\left(x\right)dx=-3$. Giá trị của $\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3x+1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln\left|3x+1\right|+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln\left|3x+1\right|+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln\left(3x+1\right)+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\ln\left|3x+1\right|+C$.

Câu 10. Với x là số thực dương tùy ý, $x\sqrt{x^5}$ bằng

A. x^3. **B.** $x^{\frac{7}{2}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $x^{\frac{3}{5}}$.

Câu 11. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;3;5$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 12. Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin\left(\pi-x\right)$ và $F\left(\pi\right)=1$. Giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Câu 13. Với x là số thực dương, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=x\ln 2$.

Câu 14. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=-3+2i$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=3-2i$. **D.** $\bar{z}=2+3i$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Tích phân $I=\int\limits_0^2 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e^4. **B.** e^4-1. **C.** $4\mathrm{e}^4$. **D.** $3\mathrm{e}^4-1$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(16a\right)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $\left(\log_2 a\right)^4$. **C.** $\dfrac{1}{4}+\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x+1\right)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $6a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

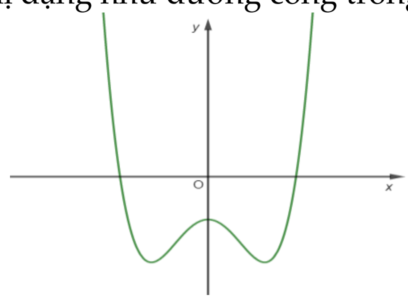
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 22. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 23. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4+2x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $A(3;-2;5)$, $B(-2;1;-3)$ và $C(5;1;1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(2;0;1)$. **B.** $G(2;1;-1)$. **C.** $G(-2;0;1)$. **D.** $G(2;0;-1)$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $3^{2x+3}=243$.

A. $x=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=1$.

Câu 26. Cho số phức $z_1=3-2i; z_2=2-3i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $1+i$. **B.** $5-5i$. **C.** $5-2i$. **D.** $5+4i$.

Câu 27. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{1-x}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 28. Cho số phức $z=3-2i$. Môđun của số phức $z+1-i$ bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 29. Trong mặt phẳng cho một tập hợp P gồm 7 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P?

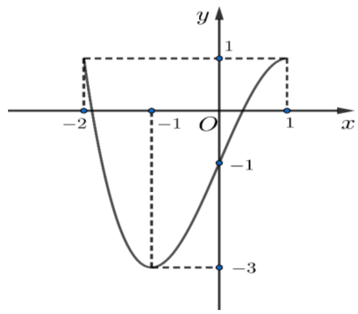
A. C_7^3. **B.** 6. **C.** A_7^3. **D.** 36.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3)$, $R=16$. **B.** $I(-1;2;-3)$, $R=4$.

C. $I(1;-2;3)$, $R=4$. **D.** $I(1;-2;3)$, $R=16$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-2;1\right]$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị $\max\limits_{[-2;1]}\left|f\left(x\right)\right|$ bằng



A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

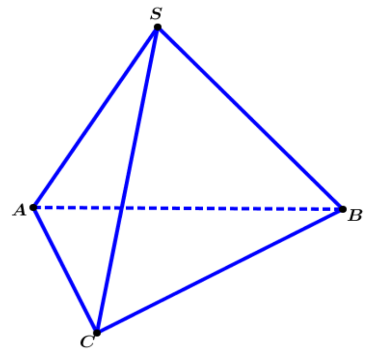
Câu 32. Trong không gian *Oxyz*, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2}\geq 125$ là

A. $\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left[-1;1\right]$. **C.** $\left[-3;3\right]$. **D.** $\left(-\infty;1\right]$.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\dfrac{3a}{4}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$ bằng:

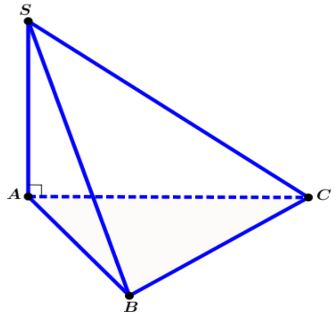


A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 35. Trong không gian *Oxyz*, cho tứ diện $ABCD$ với $A\left(2;-1;6\right),B\left(-3;-1;-4\right),C\left(5;-1;0\right)$, và $D\left(1;2;1\right)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh A bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 5.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng $60°$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và $(Q): 3x+2y-5z-4=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+7t \\ z=-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+7t \\ z=4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+7t \\ z=4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1-7t \\ z=4t \end{cases}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|2z-\bar{z}|=\sqrt{13}$ và $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

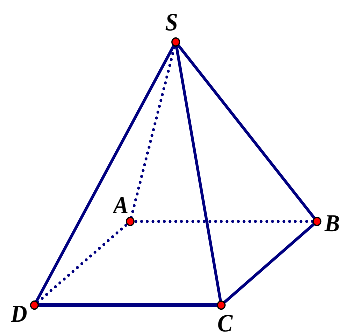
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=81$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+9=0$. Tâm H của đường tròn giao tuyến của (S) và (α) nằm trên đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+3}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

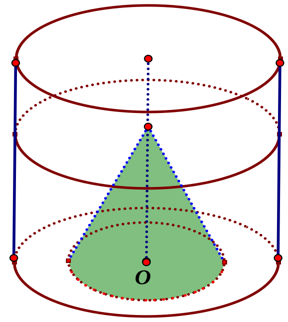
C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên bằng a và diện tích đáy bằng a^2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 41. Một khối nón có chiều cao bằng 12, đặt trên đáy một hình trụ (các đáy của chúng nằm trên cùng một mặt phẳng, như hình vẽ bên dưới), biết đường kính đáy khối nón bằng bán kính đáy hình trụ. Hình trụ được đổ nước vào cho đến độ cao bằng 12. Độ cao của nước khi đã lấy khối nón ra ngoài hình trụ bằng



A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^1 f'(\sqrt{x})\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 43. Cho hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên $[1;2021]$, thỏa mãn $f(2021)=g(2021)=0$, $\frac{x}{(x+1)^2}g(x)+2020x=(x+1)f'(x)$ và $\frac{x^3}{x+1}g'(x)+f(x)=2021x^2$ với mọi $x\in[1;2021]$. Tích phân $\int_1^{2021}\left[\frac{x}{x+1}g(x)-\frac{x+1}{x}f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}.2021^2-2021+\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}.2020^2-2020+\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}.2020^2+2020-\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}.2021^2+2021-\frac{1}{2}$.

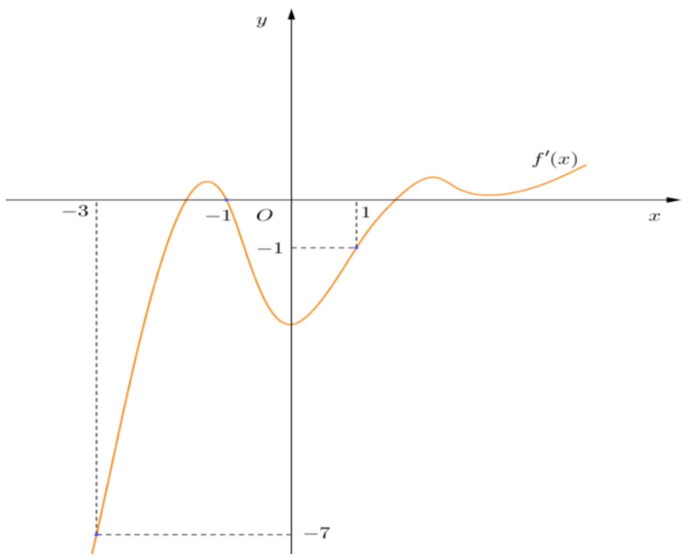
Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba thỏa $f(0)=2$ và $f'(1)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=12f(2x)+32x^3+12x^2-12x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right]$ bằng



A. $12f\left(-1\right)+2026$. **B.** $12f\left(-3\right)+1958$. **C.** $12f\left(1\right)+2020$. **D.** $f\left(-1\right)$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên $a\left(a\ge 2\right)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\dfrac{\ln\left(x-2\right)}{\log a}$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới $f\left(1\right)=0, f''\left(\dfrac{2}{3}\right)=0$ và $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{20}{27}$. Biết hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thỏa mãn $3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2$ Gọi S_1,S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên dưới. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(7,1;7,3\right)$. **B.** $\left(6,5;6,7\right)$. **C.** $\left(6,7;6,9\right)$. **D.** $\left(6,9;7,1\right)$.

Câu 48. Xét các số phức z,w thỏa mãn $\left|z\right|=2,\left|iw-2+5i\right|=1$. Giá nhỏ nhất của $\left|z^2-\mathrm{w}z-4\right|$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+(a-3)\right)\le 1$

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A\left(1;1;1\right),B\left(2;0;2\right),C\left(-1;-1;0\right),D\left(0;3;4\right)$. Trên các cạnh AB,AC,AD lần lượt lấy các điểm M,N,P thỏa mãn $\dfrac{AB}{AM}+\dfrac{AC}{AN}+\dfrac{AD}{AP}=6$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP), biết khối tứ diện $AMNP$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $8x+20y-22z+11=0$. **B.** $8x+20y-22z-11=0$.

C. $8x-20y-22z+11=0$. **D.** $8x+20y+22z-11=0$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.C	5.A	6.A	7.D	8.C	9.B	10.B
11.C	12.C	13.C	14.D	15.D	16.B	17.D	18.C	19.B	20.B
21.B	22.B	23.D	24.A	25.B	26.B	27.C	28.B	29.A	30.B
31.C	32.B	33.C	34.C	35.D	36.C	37.C	38.C	39.D	40.A
41.A	42.B	43.D	44.A	45.A	46.A	47.C	48.D	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt giá trị cực đại bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số đạt giá trị cực đại khi đạo hàm chuyển dấu từ $(+)$ sang $(-)$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại là $y=4$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+3x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^2+2x$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Qua hình dáng của đồ thị hàm số bậc bốn, đồ thị hàm số bậc hai và đồ thị hàm phân thức: các hàm số không thể nghịch biến hoặc đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là hàm số $y=-x^3+3x^2-3x+1$.

Thật vậy $y'=-3x^2+6x-3=-3(x-1)^2\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên một số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn một số chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{3}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{20}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố cần tìm

Ta có $n\left(\Omega\right)=20$, $A=\{3;6;9;12;15;18\}\Rightarrow n\left(A\right)=6$

Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_9 = 17, d = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 20$. **B.** $u_{10} = 21$. **C.** $u_{10} = 19$. **D.** $u_{10} = 15$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+1} = u_n + d \Rightarrow u_{10} = u_9 + d = 17 + 2 = 19$.

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh$, vì thiết diện qua trục là một hình vuông nên $h = 2a, r = a$.

Do đó $S_{xq} = 4\pi a^2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $6x - 4y + 3z - 12 = 0$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 0$.

C. $6x - 4y + 3z = 0$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$ nên phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x - 4y + 2z - 12 = 0$.

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2 - 3i$ có tọa độ là

A. $(3;2)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2 - 3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 8. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = -3$. Giá trị của $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -3 - 1 = -4$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3x+1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln|3x+1|+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln|3x+1|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln(3x+1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|3x+1|+C$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$.

Ta có $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$ nên suy ra $\int \frac{1}{3x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln|3x+1|+C$.

Ta có thể trình bày như sau:

$$\int \frac{1}{3x+1}\mathrm{d}x=\int \frac{1}{3x+1}.\frac{1}{3}\mathrm{d}(3x+1)=\frac{1}{3}\int \frac{1}{3x+1}\mathrm{d}(3x+1)=\frac{1}{3}\ln|3x+1|+C.$$

Câu 10. Với x là số thực dương tùy ý, $x\sqrt{x^5}$ bằng

A. x^3. **B.** $x^{\frac{7}{2}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $x^{\frac{3}{5}}$.

Lời giải

Chọn B

$x\sqrt{x^5}=x.x^{\frac{5}{2}}=x^{1+\frac{5}{2}}=x^{\frac{7}{2}}$.

Câu 11. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;3;5$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 30. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

$V=2.3.5=30$.

Câu 12. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(\pi-x)$ và $F(\pi)=1$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn C

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x)\mathrm{d}x=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin(\pi-x)\mathrm{d}x=\cos(\pi-x)\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\cos 0-\cos\frac{\pi}{2}=1.$$

Hay $F(\pi)-F\left(\frac{\pi}{2}\right)=1\Leftrightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right)=F(\pi)-1=1-1=0$.

Câu 13. Với x là số thực dương, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\frac{x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=x\ln 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=(\log_2 x)'=\dfrac{1}{x\ln 2}$

Câu 14. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=-3+2i$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=3-2i$. **D.** $\bar{z}=2+3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=2-3i\Rightarrow \bar{z}=2+3i$

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi $(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị với trục tung

Ta có $x_0=0\Rightarrow y_0=3$

Câu 16. Tích phân $I=\int_0^2 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e^4. **B.** e^4-1. **C.** $4\mathrm{e}^4$. **D.** $3\mathrm{e}^4-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_0^2 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^2=\mathrm{e}^4-1$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(16a)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $(\log_2 a)^4$. **C.** $\dfrac{1}{4}+\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(16a)=\log_2 16+\log_2 a=\log_2 2^4+\log_2 a=4\log_2 2+\log_2 a=4+\log_2 a$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x+1>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $\log_3(2x+1)=2\Leftrightarrow 2x+1=3^2\Leftrightarrow x=4$ (t/m).

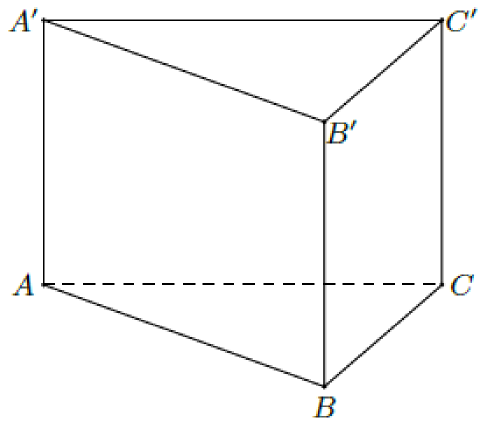
Vậy $x=4$ là nghiệm của phương trình.

Câu 19. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Vì đáy là tam giác đều nên diện tích đáy là $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là $V_{ABC.A'B'C'}=BB'.S_{\Delta ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên hai khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 4 điểm.

Vậy hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 22. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

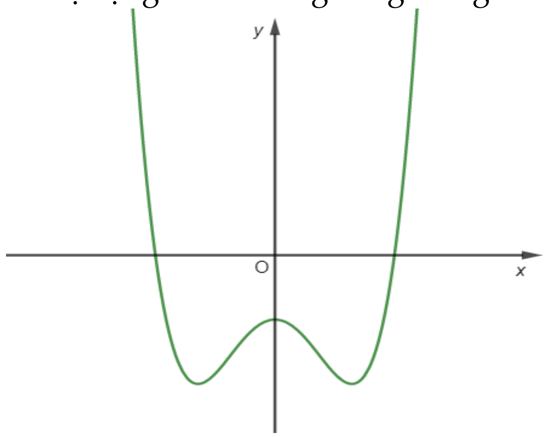
A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn B

$V=\pi r^2h$.

Câu 23. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4+2x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Nhánh cuối của đồ thị hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị có 3 cực trị nên $ab<0\Leftrightarrow b<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Từ đó ta được: $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $A(3;-2;5)$, $B(-2;1;-3)$ và $C(5;1;1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(2;0;1)$. **B.** $G(2;1;-1)$. **C.** $G(-2;0;1)$. **D.** $G(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC thỏa hệ: $\begin{cases} x_G=\dfrac{3-2+5}{3}=2 \\ y_G=\dfrac{-2+1+1}{3}=0 \\ z_G=\dfrac{5-3+1}{3}=1 \end{cases}$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $3^{2x+3}=243$.

A. $x=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x+3}=243\Leftrightarrow 3^{2x+3}=3^5\Leftrightarrow 2x+3=5\Leftrightarrow x=1$.

Câu 26. Cho số phức $z_1=3-2i; z_2=2-3i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $1+i$. **B.** $5-5i$. **C.** $5-2i$. **D.** $5+4i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1+z_2=3-2i+2-3i=5-5i$.

Câu 27. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{1-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-1}=-2; \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{1-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-1}=-2$.

Vậy $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 28. Cho số phức $z=3-2i$. Môđun của số phức $z+1-i$ bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z+1-i=3-2i+1-i=4-3i$.

Khi đó: $|z+1-i|=|4-3i|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 29. Trong mặt phẳng cho một tập hợp P gồm 7 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P?

A. C_7^3. **B.** 6. **C.** A_7^3. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Số tam giác được tạo thành từ 7 mà trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng là C_7^3.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;2;-3)$, $R=16$. **B.** $I(-1;2;-3)$, $R=4$.

C. $I(1;-2;3)$, $R=4$. **D.** $I(1;-2;3)$, $R=16$

Lời giải

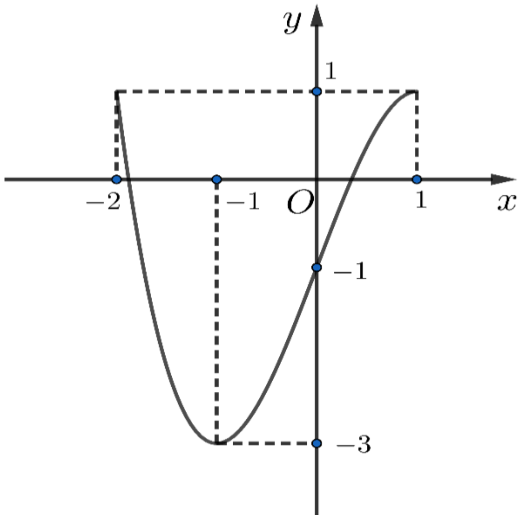
Chọn B

Gọi $I\left(a;b;c\right)$ là tâm của mặt cầu $\left(S\right)$ ta có: $\begin{cases} a=\dfrac{2}{-2} \\ b=\dfrac{-4}{-2} \\ c=\dfrac{6}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=-3 \end{cases}$

Do đó: $I\left(-1;2;-3\right)$.

Bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ bằng: $R=\sqrt{\left(-1\right)^2+2^2+\left(-3\right)^2+2}=4$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-2;1\right]$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị $\max\limits_{[-2;1]}\left|f\left(x\right)\right|$ bằng

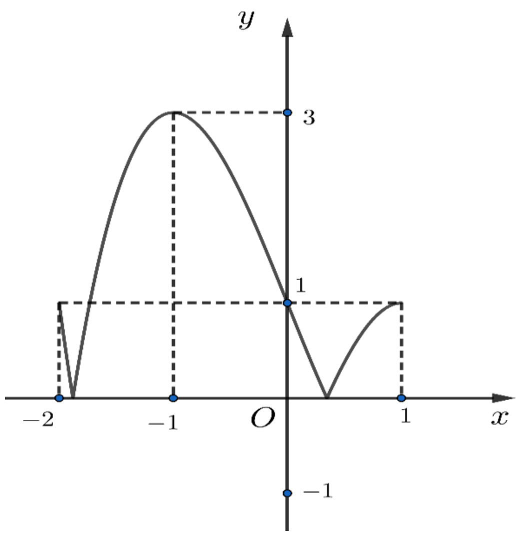


A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau :



Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-2;1]}\left|f\left(x\right)\right|=3$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1-t\\ z=1\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(1;-1;1\right)\in d, N\left(2;-2;3\right)\in d'$. Ta có: $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-1;0\right),\overrightarrow{u_2}=\left(-1;1;1\right)$ lần lượt là VTCP của d và d'

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(1;-1;2\right)$, $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(-1;-2;1\right)$.

Khi đó : $\mathrm{d}\left(d;d'\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{MN}.\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\dfrac{\left|-1+2+2\right|}{\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-2\right)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2}\ge 125$ là

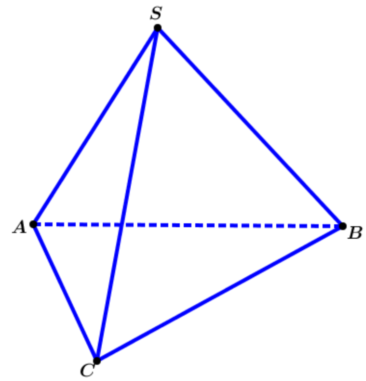
A. $\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left[-1;1\right]$. **C.** $\left[-3;3\right]$. **D.** $\left(-\infty;1\right]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5^{12-x^2}\ge 125\Leftrightarrow 5^{12-x^2}\ge 5^3\Leftrightarrow 12-x^2\ge 3\Leftrightarrow x^2\le 9\Leftrightarrow -3\le x\le 3$.

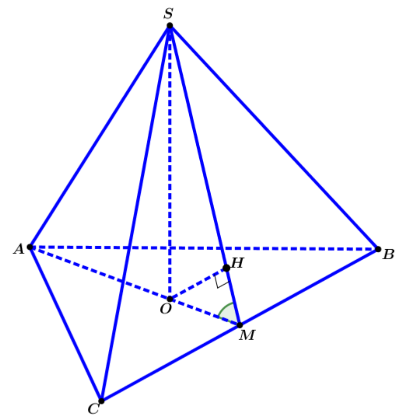
Câu 34. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\dfrac{3a}{4}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$ bằng:



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC và O là trọng tâm của tam giác đều ABC.

$\Rightarrow SO \perp (ABC)$

Ta có: $d\left(A;(SBC)\right) = 3d\left(O;(SBC)\right) = \frac{3a}{4} \Rightarrow d\left(O;(SBC)\right) = \frac{a}{4}$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SBM)$

Mà: $(SBC) \cap (SBM) = SM$

Nên từ O dựng $OH \perp SM$ tại H khi đó: $OH \perp (SBC) \Rightarrow d\left(O;(SBC)\right) = OH = \frac{a}{4}$.

Khi đó: $\left((SBC);(ABC)\right) = (SM;AM) = SMA$.

$OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\Rightarrow \sin SMA = \frac{OH}{OM} = \frac{\frac{a}{4}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow SMA = 60°$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0)$, và $D(1;2;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh A bằng

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (8;0;4); \overrightarrow{BD} = (4;3;5)$.

Mp (BCD) đi qua $B(-3;-1;-4)$ và có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (-12;-24;24)$

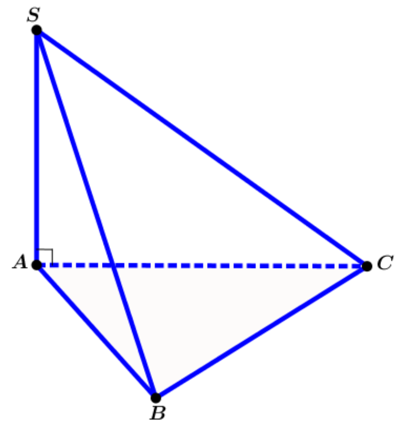
$\Rightarrow \overrightarrow{n_1} = (1;2;-2)$ cũng là VTPT của mp (BCD)

$\Rightarrow (BCD): x + 2y - 2z - 3 = 0$

Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh A bằng

$$d\left(A;(BCD)\right)=\frac{\left|2+2(-1)-2.6-3\right|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=5$$

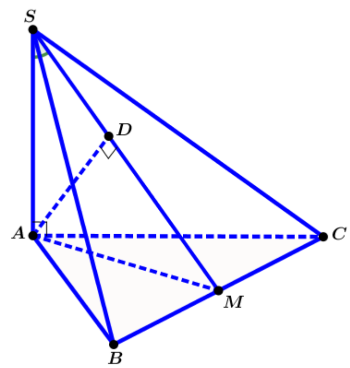
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng $60°$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC

Ta có: $\begin{cases} BC\perp AM \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAM)\Rightarrow(SBC)\perp(SAM)$

Mà $(SBC)\cap(SAM)=SM$

Từ A dựng $AD\perp SM \Rightarrow AD\perp(SBC)\Rightarrow D$ là hình chiếu của A lên mp (SBC)

Khi đó: $\left(SA;(SBC)\right)=(SA;SD)=ASM=60°$

Ta có: $\tan ASM=\frac{AM}{SA}\Rightarrow SA=\frac{AM}{\tan ASM}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{a}{2}$

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y+3z-4=0$ và $(Q):3x+2y-5z-4=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=2-2t\\y=-1+7t\\z=-4t\end{cases}$.　**B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+7t\\z=4t\end{cases}$.　**C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+7t\\z=4t\end{cases}$.　**D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1-7t\\z=4t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;3)$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_Q}=(3;2;-5)$.

Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một véc-tơ chỉ phương: $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(4;14;8)$cp $\vec{u}(2;7;4)$.

Suy ra loại hai phương án A, D.

Lấy tọa độ điểm đi qua của đường thẳng trong phương án B là $(2;1;0)$ thay vào phương trình mặt phẳng (P) thấy không thỏa mãn. Vậy chọn C.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|2z-\bar{z}|=\sqrt{13}$ và $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

A. 0.　**B.** 1.　**C.** 2.　**D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Ta có: $|2z-\bar{z}|=\sqrt{13}\Leftrightarrow|a+3bi|=\sqrt{13}\Leftrightarrow a^2+9b^2=13\ (1)$.

Mặt khác $(1+2i)z=(1+2i)(a+bi)=a-2b+(2a+b)i$ là số thuần ảo nên: $a-2b=0\ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+9b^2=13\\a-2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4b^2+9b^2=13\\a=2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2=1\\a=2b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\pm1\\a=2b\end{cases}$.

Vậy có 2 số phức thỏa mãn.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=81$ và mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z+9=0$. Tâm H của đường tròn giao tuyến của (S) và (α) nằm trên đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-1}$.　**B.** $\frac{x+3}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.　**D.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có tâm $I(3;-2;1)$, bán kính $R=9$, mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(2;-2;-1)$.

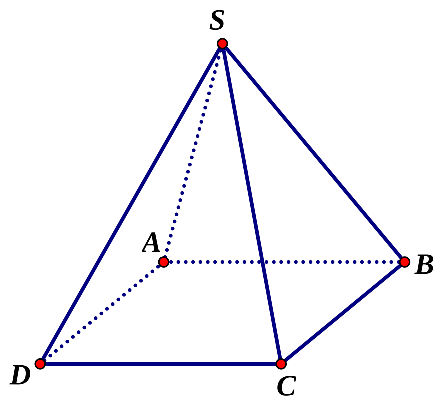
Tâm $H\left(x_0;y_0;z_0\right)$ của đường tròn giao tuyến là hình chiếu của I trên mặt phẳng (α).

Khi đó: $\overrightarrow{IH}=t\overrightarrow{n_\alpha}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0-3=2t\\y_0+2=-2t\\z_0-1=-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=3+2t\\y_0=-2-2t\\z_0=1-t\end{cases}\Rightarrow H\left(3+2t;-2-2t;1-t\right)$.

$H\in(\alpha)\Rightarrow 2(3+2t)-2(-2-2t)-(1-t)+9=0\Leftrightarrow t=-2$. Suy ra: $H(-1;2;3)$.

Thay tọa độ điểm H vào phương trình các đường thẳng ta thấy phương án D thỏa mãn.

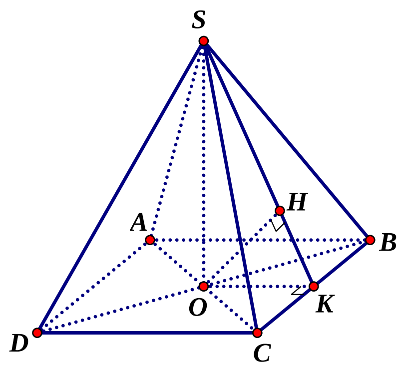
Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên bằng a và diện tích đáy bằng a^2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

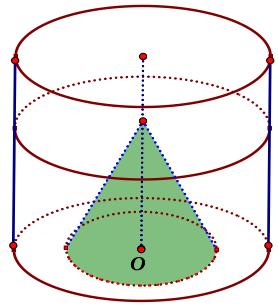
Chọn A



- Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$. Có $AB^2=a^2\Leftrightarrow AB=a$.
- Có $d\left(A,(SBC)\right)=2d\left(O,(SBC)\right)$. Từ O kẻ $OK\perp BC$ (K là trung điểm BC) và kẻ $OH\perp SK$. Suy ra $d\left(O,(SBC)\right)=OH$.
- Có $SO^2=SA^2-AO^2=a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{a^2}{2}$ và $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OK^2}+\dfrac{1}{SO^2}=\dfrac{1}{\frac{a^2}{4}}+\dfrac{1}{\frac{a^2}{2}}=\dfrac{6}{a^2}$

Suy ra $OH=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$ và $d\left(A,(SBC)\right)=2OH=2.\dfrac{a}{\sqrt{6}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 41. Một khối nón có chiều cao bằng 12, đặt trên đáy một hình trụ (các đáy của chúng nằm trên cùng một mặt phẳng, như hình vẽ bên dưới), biết đường kính đáy khối nón bằng bán kính đáy hình trụ. Hình trụ được đổ nước vào cho đến độ cao bằng 12. Độ cao của nước khi đã lấy khối nón ra ngoài hình trụ bằng



A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

◆ Gọi R là bán kính đáy của hình trụ. Suy ra bán kính của hình nón là $\frac{R}{2}$.

Khi đó, thể tích của khối nón là $V_N=\frac{1}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^2.\pi.12=\pi R^2$.

Suy ra, thể tích nước đổ vào là $V_0=V-V_N=\pi R^2.12-\pi R^2=11\pi R^2$.

◆ Gọi h_0 là độ cao của nước khi đã lấy khối nón ra ngoài, ta có $V_0=\pi R^2.h_0$.

◆ Khi đó $\pi R^2.h_0=11\pi R^2 \Leftrightarrow h_0=11$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm $f'\ x$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f\ 1=1$ và $\int_0^1 f\ x\ \mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^1 f'\ \sqrt{x}\ \mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x\Leftrightarrow \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$. Ta có $x=1\Rightarrow t=1; x=0\Rightarrow t=0$.

Có $I=\int_0^1 f'\ t\ 2t\mathrm{d}t=2\int_0^1 xf'\ x\ \mathrm{d}x$.

◆ Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=f'\ x\ \mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f\ x\end{cases}$.

Có $I=2\left[x.f\ x\ \Big|_0^1-\int_0^1 f\ x\ \mathrm{d}x\right]=2\left[1.f\ 1-0.f\ 0-2\right]=2\ 1-2\ =-2$.

Câu 43. Cho hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên $[1;2021]$, thỏa mãn $f(2021)=g(2021)=0$, $\frac{x}{(x+1)^2}g(x)+2020x=(x+1)f'(x)$ và $\frac{x^3}{x+1}g'(x)+f(x)=2021x^2$ với mọi $x\in[1;2021]$. Tích phân $\int\limits_1^{2021}\left[\frac{x}{x+1}g(x)-\frac{x+1}{x}f(x)\right]dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}.2021^2-2021+\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}.2020^2-2020+\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}.2020^2+2020-\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}.2021^2+2021-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{x}{(x+1)^2}g(x)+2020x=(x+1)f'(x)\Rightarrow\frac{1}{(x+1)^2}g(x)-\frac{x+1}{x}f'(x)=-2020(1)$

$\frac{x^3}{x+1}g'(x)+f(x)=2021x^2\Rightarrow\frac{x}{x+1}g'(x)+\frac{1}{x^2}f(x)=2021(2)$

$(1)+(2)\Rightarrow\frac{1}{(x+1)^2}g(x)-\frac{x+1}{x}f'(x)+\frac{x}{x+1}g'(x)+\frac{1}{x^2}f(x)=1$

$\Rightarrow\left[\frac{1}{(x+1)^2}g(x)+\frac{x}{x+1}g'(x)\right]-\left[-\frac{1}{x^2}f(x)+\frac{x+1}{x}f'(x)\right]=1$

$\Rightarrow\left[\frac{x}{x+1}g(x)\right]'-\left[\frac{x+1}{x}f(x)\right]'=1$

$\Rightarrow\frac{x}{x+1}g(x)-\frac{x+1}{x}f(x)=x+C$

Mà $f(2021)=g(2021)=0$ nên $C=-2021$

Vậy $\int\limits_1^{2021}\left[\frac{x}{x+1}g(x)-\frac{x+1}{x}f(x)\right]dx=\int\limits_1^{2021}(x-2021)dx=-\frac{1}{2}.2021^2+2021-\frac{1}{2}$.

Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba thỏa $f(0)=2$ và $f'(1)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3	↗ $+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a>0)$

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

$f''(x)=6ax+2b$

$f(0)=2\Rightarrow d=2$

$f'(1)=0\Rightarrow 3a+2b+c=0$

Từ bảng biến thiên của $f'(x)\Rightarrow\begin{cases}c=-3\\ f''(0)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=-3\\ b=0\end{cases}$

$\Rightarrow a=1$

$\Rightarrow f(x)=x^3-3x+2$

Dễ thấy $y=f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021$ là hàm số chẵn nên đồ thị của nó nhận Oy làm trục đối xứng, do đó số cực trị của hàm số $y=f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021$ bằng hai lần số cực trị dương của hàm số $y=f^3(x)-3f^2(x)-2021$ cộng một.

Xét $y=f^3(x)-3f^2(x)-2021$ trên $(0;+\infty)$

$y'=3f'(x)f^2(x)-6f'(x)f(x)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=0\\ f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-3=0\\ x^3-3x+2=0\\ x^3-3x+2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\sqrt{3}\end{array}\right.(x>0)$

Bảng biến thiên

x	0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'	|	+	0	-	0	+	
y	- 2025	↗	- 2021	↘	- 2025	↗	$+\infty$

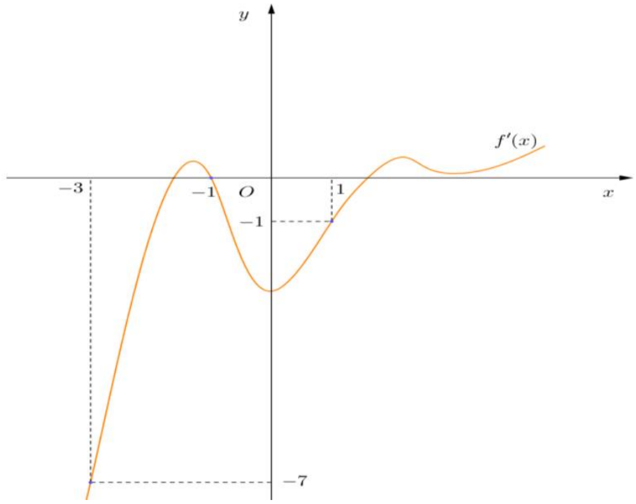
Do đó số cực trị của hàm số $y=f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021$ bằng $2.2+1=5$

Mặt khác đồ thị hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ đối xứng qua Ox. Do đó số cực trị của hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ bằng số cực trị của hàm $y=f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021$ cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021=0$

Dựa vào bảng biến thiên $f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021=0$ có hai nghiệm bội đơn.

Vậy hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ có $5+2=7$ cực trị.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=12f(2x)+32x^3+12x^2-12x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right]$ bằng



A. $12f(-1)+2026$. **B.** $12f(-3)+1958$. **C.** $12f(1)+2020$. **D.** $f(-1)$.

Lời giải

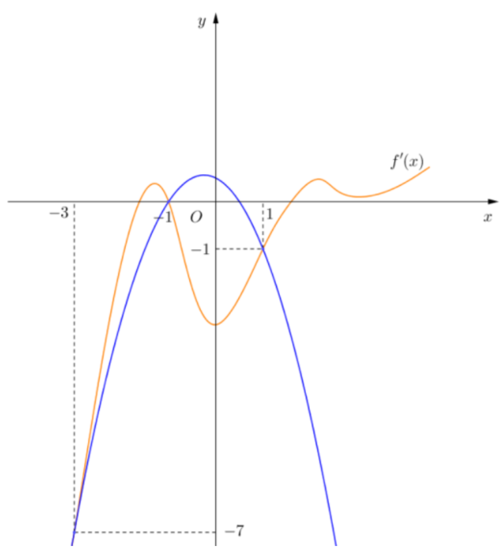
Chọn A

$g'(x)=24f'(2x)+96x^2+24x-12$.

Đặt $t=2x, t\in[-3;1]$

$g'(t)=24f'(t)+24t^2+12t-12$.

$g'(t)=0\Leftrightarrow f'(t)=-t^2-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}$.



Từ đồ thị ta được $g'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3\\t=-1\\t=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	-3		-1		1
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$		$\nearrow$	$12f(-1)+2026$	$\searrow$	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=12f(2x)+32x^3+12x^2-12x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right]$ bằng $12f(-1)+2026$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên $a\,(a\geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\dfrac{\ln(x-2)}{\log a}$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x>2$ Ta có: $\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\dfrac{\ln(x-2)}{\log a}\Leftrightarrow \ln\left(a^{2\log x}+2\right)^{\log a^2}=\ln(x-2)$

$\Leftrightarrow\left(a^{2\log x}+2\right)^{\log a^2}=x-2$

Đặt $y=\left(a^2\right)^{l\,og\,x}+2, y>2$ thì $y^{\log a^2}=x-2$ thì $\left(a^2\right)^{\log y}+2=x$, từ đó ta có hệ $\begin{cases} y=\left(a^2\right)^{l\,og\,x}+2\\ x=\left(a^2\right)^{\log y}+2\end{cases}$

Do $a\geq 2$ nên hàm $f(t)=\left(a^2\right)^t+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Giả sử $x\geq y$ ta có $\left(a^2\right)^{\log y}+2\geq\left(a^2\right)^{\log x}+2\Leftrightarrow y\geq x\ \Rightarrow x=y$

Nếu $x\geq y$ ta có $\left(a^2\right)^{\log x}+2\geq\left(a^2\right)^{\log y}+2\Leftrightarrow x\geq y\ \Rightarrow x=y$

Do đó ta xét phương trình $\left(a^2\right)^{\log x}+2=x\Leftrightarrow x-\left(a^2\right)^{\log x}=2$ với $x>2$

Ta phải có $x>2$ và $x>x^{\log a^2}\Leftrightarrow 1>\log a^2\Leftrightarrow a^2<10$

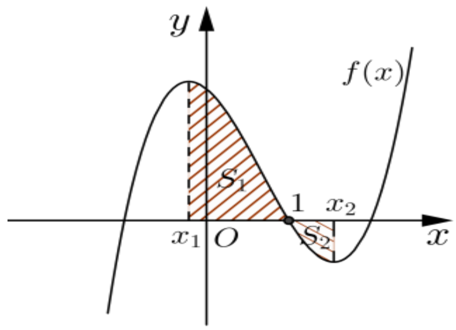
Ngược lại với $a^2<10$ xét hàm $g(x)=x-x^{\log a^2}-2$ là hàm số liên tục với $x>0$

Có $g(2)<0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty\ \Rightarrow$ phương trình có nghiệm trên khoảng $(2;+\infty)$

$\Rightarrow a^2\in\{4;5;6;7;8;9\}$ đều thỏa mãn $\Rightarrow a\in\{2;3\}$

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới $f(1)=0, f''\left(\frac{2}{3}\right)=0$ và $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{20}{27}$. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thỏa mãn $3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2$ Gọi S_1,S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên dưới. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7,1;7,3)$. **B.** $(6,5;6,7)$. **C.** $(6,7;6,9)$. **D.** $(6,9;7,1)$.



Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc ba có $f''\left(\frac{2}{3}\right)=0$ và $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{20}{27}$

Ta thực hiện phép tịnh tiến theo $\vec{u}=\left(-\frac{2}{3};-\frac{20}{27}\right)$

- Đồ thị $f(x)$ biến thành đồ thị hàm $g(x)=ax^3+bx,(a>0)$

- Trục hoành $(y=0)$ biến thành đường thẳng $y=-\frac{20}{27}$

- Điểm $(1;0)$ biến thành điểm $\left(\frac{1}{3};-\frac{20}{27}\right)$

Ta có $g(x)$ là hàm số lẻ và có tâm đối xứng là gốc tọa độ O

Tọa độ hai điểm cực trị của $g(x)$ là $x_1'=x_1-\frac{2}{3}$ và $x_2'=x_2-\frac{2}{3}$

Ta có $\begin{cases} x'_1+x'_2=0 \\ 3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=\frac{4}{3} \\ 3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\frac{2-\sqrt{7}}{3} \\ x_2=\frac{2+\sqrt{7}}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'_1=-\frac{\sqrt{7}}{3} \\ x'_2=\frac{\sqrt{7}}{3} \end{cases}$

Khi đó $g(x)=ax^3+bx,(a>0)\Rightarrow g'(x)=3ax^2+b$.

$\Rightarrow g'\left(\pm\frac{\sqrt{7}}{3}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{3a.7}{9}+b=0 \Leftrightarrow b=-\frac{7a}{3} \Rightarrow g(x)=a\left(x^3-\frac{7}{3}x\right);(a>0)$

Tỉ số diện tích không đổi $\frac{S_1}{S_2}=\frac{S'_1}{S'_2}$

Ta có $S'_1=a\int_{x_1'}^{\frac{1}{3}}\left(x^3-\frac{7}{3}x+\frac{20}{27}\right)dx=a\int_{-\frac{\sqrt{7}}{3}}^{\frac{1}{3}}\left(x^3-\frac{7}{3}x+\frac{20}{27}\right)dx=\frac{71+20\sqrt{7}}{81}a$

$S'_2=a\int_{\frac{1}{3}}^{x_2'}\left(x^3-\frac{7}{3}x+\frac{20}{27}\right)dx=a\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{\sqrt{7}}{3}}\left(x^3-\frac{7}{3}x+\frac{20}{27}\right)dx=\frac{71-20\sqrt{7}}{81}a$

$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2}=\frac{S'_1}{S'_2}=\frac{71+20\sqrt{7}}{71-20\sqrt{7}}\approx 6,85$.

Câu 48. Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=2,|iw-2+5i|=1$. Giá nhỏ nhất của $|z^2-wz-4|$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z|=2\Rightarrow$ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I_1(0;0)$, bán kính $R_1=2$.

$|iw-2+5i|=1\Leftrightarrow|w+2i+5|=1\Rightarrow$ tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I_2(-5;-2)$, bán kính $R_2=1$.

Đặt $T=|z^2-wz-4|=|z^2-wz-z\bar{z}|=|z||z-w-\bar{z}|=2|z-w-\bar{z}|$

Đặt $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\bar{z}=a-bi\Rightarrow z-\bar{z}=2bi\Rightarrow T=2|2bi-w|$

Gọi $M((0;2b))$ là điểm biểu diễn số phức $2bi$, N là điểm biểu diễn số phức w

$\Rightarrow T=2MN$

$T_{\min}\Leftrightarrow MN_{\min}$

Do $|z|=2\Rightarrow a^2+b^2=4\Leftrightarrow -2\le b\le 2\Leftrightarrow -4\le 2b\le 4$

$\Rightarrow$ tập hợp các điểm M là đoạn AB với $A(0;-4),B(0;4)$

Ta dễ dàng suy ra $MN_{\min}=4\Leftrightarrow N(-4;-2),M(0;-2)$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+(a-3)\right)\le 1$

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+(a-3)^2\right)\le 1(*)$

+ Ta có : $\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a>0,\forall a>0$

nên $(*)\Leftrightarrow\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\le\frac{1}{\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a}\Leftrightarrow\sqrt{1+(3-a)^2}-(3-a)\le\sqrt{1+\ln^2 a}-\ln a$

+ Xét hàm số $f(t)=\sqrt{1+t^2}-t$ có $f'(t)=\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}-1<0,\forall t$.

Do đó: $(*)\Leftrightarrow 3-a\ge\ln a\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=2\end{array}\right.$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(1;1;1),B(2;0;2),C(-1;-1;0),D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB,AC,AD lần lượt lấy các điểm M,N,P thỏa mãn $\frac{AB}{AM}+\frac{AC}{AN}+\frac{AD}{AP}=6$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP), biết khối tứ diện $AMNP$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $8x+20y-22z+11=0$. **B.** $8x+20y-22z-11=0$.

C. $8x-20y-22z+11=0$. **D.** $8x+20y+22z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có : $6=\frac{AB}{AM}+\frac{AC}{AN}+\frac{AD}{AP}\geq 3\sqrt[3]{\frac{AB}{AM}.\frac{AC}{AN}.\frac{AD}{AP}}\Rightarrow \frac{AM.AN.AP}{AB.AC.AD}\geq\frac{1}{8}$. Dấu "=" xảy ra khi

$\begin{cases}\frac{AB}{AM}+\frac{AC}{AN}+\frac{AD}{AP}=6\\ \frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{AD}{AP}\end{cases}\Leftrightarrow\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{AD}{AP}=2$ hay M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,AC,AD

+ Mặt khác, $V_{AMNP}=\frac{AM.AN.AP}{AB.AC.AD}.V_{ABCD}\geq\frac{1}{8}.V_{ABCD}$. Do đó, V_{AMNP} nhỏ nhất khi M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,AC,AD hay $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right),N\left(0;0;\frac{1}{2}\right),P\left(\frac{1}{2};2;\frac{5}{2}\right)$.

+ Ta có: $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}(3;1;2),\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(-2;3;2)$. VTPT của (MNP) là: $\vec{n}=(4;10;-11)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (MNP) là: $4x+10y-11\left(z-\frac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow 8x+20y-22z+11=0$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 13

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN
THPT QUỐC OAI – HÀ NỘI

Câu 1. Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

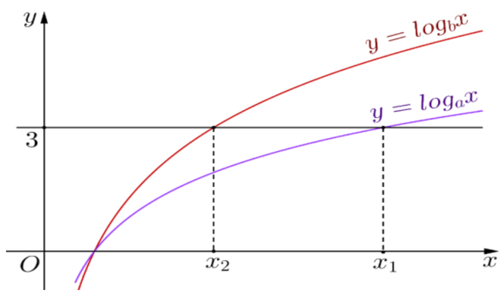
A. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ với mọi hằng số $k\in\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x\cdot\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Đường thẳng $y=3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là x_1; x_2. Biết rằng $x_1=2x_2$, khi đó giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt[3]{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 3. Cho a, $b>0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}}>a^{\frac{1}{3}}$, $b^{\frac{2}{3}}>b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<a<1,\ b>1$. **B.** $a>1,\ 0<b<1$. **C.** $a>1,\ b>1$. **D.** $0<a<1,\ 0<b<1$.

Câu 4. Số phức z thỏa mãn hệ thức $\left|z-\left(2+i\right)\right|=\sqrt{10}$ và $z.\bar{z}=25$ là

A. $z=3+4i; z=5$. **B.** $z=3+4i; z=-5$. **C.** $z=-3+4i; z=5$. **D.** $z=3-4i; z=-5$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x-y+3=0$. Véctơ nào sau đây **không** phải là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{a}=\left(3;-3;0\right)$. **B.** $\vec{a}=\left(1;-1;3\right)$. **C.** $\vec{a}=\left(1;-1;0\right)$. **D.** $\vec{a}=\left(-1;1;0\right)$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2-2x+3$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 7. Cho a là số thực dương, $a\neq1$ và $P=\log_{\sqrt[3]{a}}a^3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=9$. **D.** $P=\dfrac{1}{3}$.

Câu 8. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.Tích $M.m^2$ bằng

A. $\dfrac{-5}{3}$. **B.** $\dfrac{-5}{9}$. **C.** $\dfrac{25}{9}$. **D.** $\dfrac{25}{3}$.

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{1-2\text{x}}$ là đường thẳng

A. $y=5$. **B.** $y=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\dfrac{1}{2}$. ***GVSB:***

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;+\infty)$ **D.** $(-2;-1)$. ***GVSB:***

Câu 12. Cho số phức $z=3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Số phức liên hợp của z là $3-4i$. **B.** Điểm biểu diễn của z là $M(4;3)$.

C. Mô đun của số phức z là 5. **D.** Số phức đối của z là $-3-4i$.

Câu 13. Số thực x, y để hai số phức $z_1=9y^2-4-10xi^5$ và $z_2=8y^2+20i^{11}$ là liên hợp của nhau là

A. $x=-2; y=\pm 2$. **B.** $x=2; y=\pm 2$. **C.** $x=2; y=2$. **D.** $x=-2; y=2$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;1), B(5;-1;2), C(3;2;-4)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ là

A. $M\left(4;-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(4;-\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $M\left(4;\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $M\left(-4;-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 16. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quảng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng tính đến thời điểm dừng bánh là

A. $16m$. **B.** $55m$. **C.** $25m$. **D.** $50m$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2				$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$

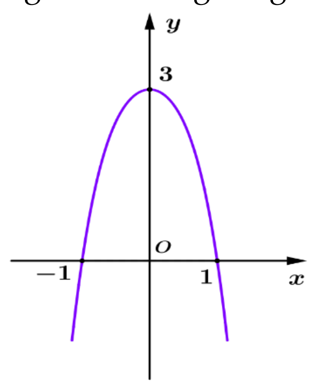
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, ΔSAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với mặt phẳng (SAD). Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a}=(-1;0;1)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

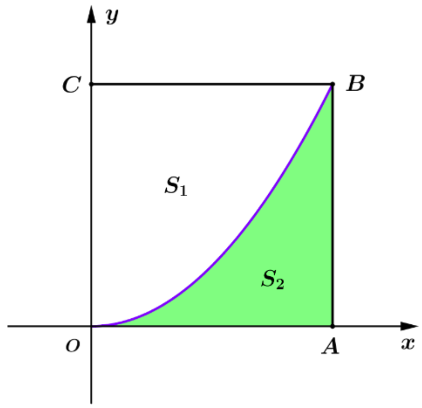
A. $|\vec{a}|=2$. **B.** $\vec{b}\perp\vec{a}$. **C.** $\vec{b}\perp\vec{c}$. **D.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới



A. $y=x^3+3x^2-3$. B $y=-x^2+2x+3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=-x^4-2x^2+3$.

Câu 21. Đường cong (C) có phương trình $y=\dfrac{1}{4}x^2$ chia hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 thành hai phần. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích phần không tô đậm và tô đậm như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 22. Cho số phức $z=(3-2i)(1+i)^2$. Modul của $w=iz+\bar{z}$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(1;2;0)$. **B.** $P(0;1;2)$. **C.** $Q(0;0;2)$. **D.** $N(1;0;2)$.

Câu 24. Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

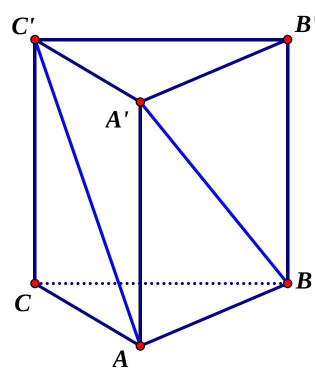
A. $(10+i)+(10-2i)$. **B.** $\left(5+i\sqrt{7}\right)+\left(-5+i\sqrt{7}\right)$.

C. $(3+i)-(-3+i)$. **D.** $\left(\sqrt{7}+i\right)+\left(\sqrt{7}-i\right)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=a, AD=a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y=\left[\ln\left(x-2\right)\right]^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 29. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là lẻ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{7}{8}$.

Câu 30. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $6\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Câu 31. Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật?

A. 23. **B.** 123. **C.** 132. **D.** 66.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;1;0\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right): x+y+z+1=0$. Biết $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình là

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=2$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=4$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=1$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=3$.

Câu 33. Cho $F\left(x\right)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{2x}$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\left(2020x^2+2022x-1\right)e^{2x}$ trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$. Tính $T=a-2b+4c$.

A. $T=1004$. **B.** $T=1018$. **C.** $T=1012$. **D.** $T=-2012$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx=5$, $\int\limits_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} f(2x)dx=10$. Tích phân

$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(\sin x\right)dx$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=20$. **C.** $I=15$. **D.** $I=25$.

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x\left(x-1\right)\left(2x-1\right)$ là

A. $x^4+x^3+x^2+C$. **B.** $x^4+x^3-2x^2+C$. **C.** $\left(x^2-x\right)^2+C$. **D.** $x^4-x^3+x^2+C$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** 32π. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Câu 38. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2)+\log_3(x-4)^2=0$ là $S=a+b\sqrt{2}$ (vơi là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q=ab$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)+F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F^2(b)-F^2(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

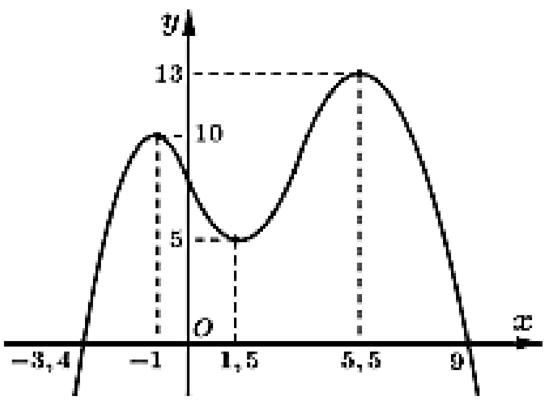
Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b+c+d$ có giá trị bằng

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le-\frac{1}{4}$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $-\frac{1}{4}\le m<0$.

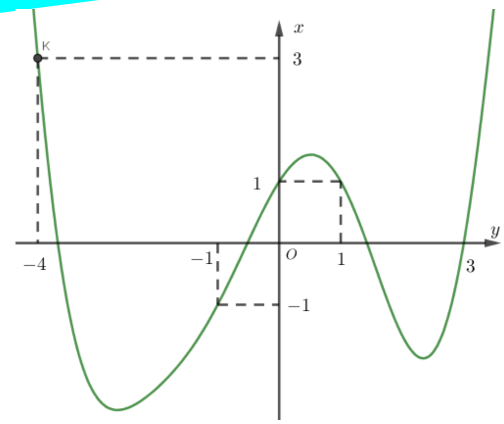
Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x)<0, \forall x\in(-\infty;-3,4)\cup(9;+\infty)$.



Đặt $g(x)=f(x)-mx+5$ với $m\in\mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(3x)-3x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(-3)+3$. **B.** $f(1)-1$. **C.** $f(-1)+3$. **D.** $f(3)-3$.

Câu 45. Trong mặt phẳng phức Oxy, trong các số phức z thỏa $|z+1-i|\le 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu.

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{-\sqrt{2}-2}{2}$.

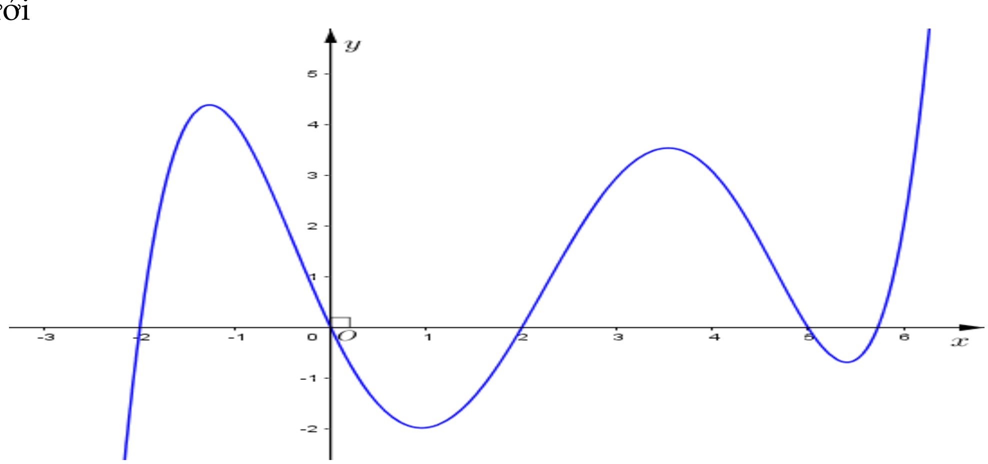
Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,M,O lần lượt là trung điểm các cạnh AB,SA,AC và G là trọng tâm tam giác SBC. Thể tích khối tứ diện $GHMO$ bằng

A. $\frac{3a^3}{64}$. **B.** $\frac{3a^3}{128}$. **C.** $\frac{a^3}{128}$. **D.** $\frac{a^3}{64}$.

Câu 47. Xét bất phương trình $\log^2_{\frac{1}{2}}(2x)-2(m+1)\log_2 x-2<0$. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2};+\infty)$ là $m\in\left(-\frac{a}{b};+\infty\right)$ với a,b là các số tự nhiên và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Khi đó $P=a+2b$ bằng

A. $P=11$. **B.** $P=5$. **C.** $P=7$. **D.** $P=13$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thuộc đoạn $[-2;6]$ của phương trình $f(x)=f(0)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+2y^2)$

A. 3. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 1.

Câu 50. Trong không gia với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2y-z-3=0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy,Oz lần lượt tại B,C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng:

A. 16. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 8.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.A	5.B	6.B	7.C	8.D	9.D	10.C
11.D	12.B	13.A	14.D	15.A	16.B	17.C	18.C	19.D	20.D
21.C	22.A	23.A	24.B	25.A	26.C	27.D	28.B	29.A	30.A
31.D	32.B	33.A	34.D	35.C	36.B	37.B	38.D	39.B	40.C
41.C	42.D	43.C	44.A	45.D	46.D	47.A	48.A	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ với mọi hằng số $k\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

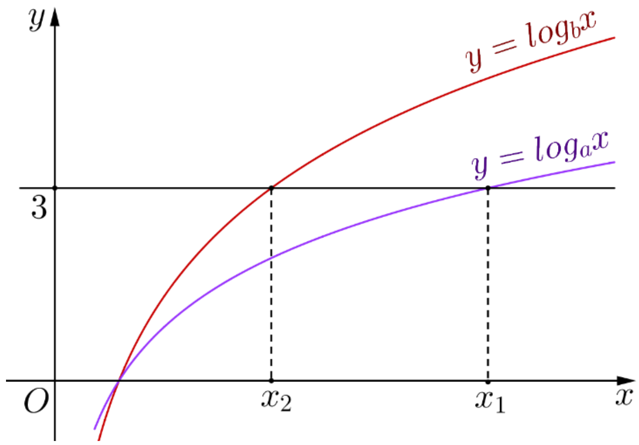
D. $\int f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x\cdot\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề sai là $\int f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x\cdot\int g\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Đường thẳng $y=3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là x_1; x_2. Biết rằng $x_1=2x_2$, khi đó giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt[3]{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_a x$ tại điểm có hoành độ là $x_1\Leftrightarrow x_1=a^3$.

Đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_b x$ tại điểm có hoành độ là $x_2\Leftrightarrow x_2=b^3$.

Mà $x_1 = 2x_2 \Rightarrow a^3 = 2b^3 \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = 2 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$.

Vậy giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng $\sqrt[3]{2}$.

Câu 3. Cho a, $b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < 1,\ b > 1$. **B.** $a > 1,\ 0 < b < 1$. **C.** $a > 1,\ b > 1$. **D.** $0 < a < 1,\ 0 < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$, mà $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow a > 1$.

Tương tự: $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$, mà $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \Rightarrow 0 < b < 1$.

Vậy $a > 1,\ 0 < b < 1$.

Câu 4. Số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$ và $z.\bar{z} = 25$ là

A. $z = 3 + 4i; z = 5$. **B.** $z = 3 + 4i; z = -5$. **C.** $z = -3 + 4i; z = 5$. **D.** $z = 3 - 4i; z = -5$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = a + bi \quad (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z - (2+i)| = \sqrt{10} \Leftrightarrow |a - 2 + (b-1)i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-1)^2 = 10$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4a - 2b - 5 = 0 \ (1)$.

Mà $z.\bar{z} = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25 \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} a^2 + b^2 - 4a - 2b - 5 = 0 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 - 2a \\ a^2 + (10 - 2a)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 - 2a \\ 5a^2 - 40a + 75 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3; b = 4 \\ a = 5; b = 0 \end{array}\right.$$

Vậy $z = 3 + 4i; z = 5$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$. Véctơ nào sau đây **không** phải là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{a} = (3; -3; 0)$. **B.** $\vec{a} = (1; -1; 3)$. **C.** $\vec{a} = (1; -1; 0)$. **D.** $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của Đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 1$ là

$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2-2x+3$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-x+1$ có 3 điểm chung.

Câu 7. Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$.Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=9$. **D.** $P=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=\log_{\sqrt[3]{a}} a^3=\log_{a^{\frac{1}{3}}} a^3=3\frac{1}{\frac{1}{3}}\log_{a^{\frac{1}{3}}} a^3=9\log_a a=9$.

Câu 8. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.Tích $M.m^2$ bằng

A. $\frac{-5}{3}$. **B.** $\frac{-5}{9}$. **C.** $\frac{25}{9}$. **D.** $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có $y'=\frac{-8}{(x-3)^2}<0$. $\forall x\in[0;2]$ suy ra hàm số nghịch biến trên $[0;2]$.

Mà $y_{(0)}=\frac{1}{3}; y_{(2)}=-5$ nên $M=\frac{1}{3}; m=-5$. Vậy $M.m^2=\frac{25}{3}$.

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}=a^{\frac{2}{3}:4}=a^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{a}$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5}{1-2x}$ là đường thẳng

A. $y=5$. **B.** $y=-\frac{5}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

ChọnB

- Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5}{1-2x}=0$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;+\infty)$ **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: $y' < 0$ trên khoảng $(-2;-1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

Câu 12. Cho số phức $z = 3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Số phức liên hợp của z là $3-4i$. **B.** Điểm biểu diễn của z là $M(4;3)$.

C. Mô đun của số phức z là 5. **D.** Số phức đối của z là $-3-4i$.

Lời giải

Chọn B

◆ Điểm biểu diễn của z là $M(3;4)$ nên đáp án **B** sai.

Câu 13. Số thực x, y để hai số phức $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$ và $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$ là liên hợp của nhau là

A. $x=-2; y=\pm 2$. **B.** $x=2; y=\pm 2$. **C.** $x=2; y=2$. **D.** $x=-2; y=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5 = 9y^2 - 4 - 10xi$ và $z_2 = 8y^2 + 20i^{11} = 8y^2 - 20i$.

Để z_1, z_2 là liên hợp của nhau thì $\begin{cases} 9y^2 - 4 = 8y^2 \\ -10x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_7 = u_1 + 6d \Rightarrow d = \dfrac{u_7 - u_1}{6} = \dfrac{-10-2}{6} = -2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;1;1), B(5;-1;2), C(3;2;-4)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là

A. $M\left(4;-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(4;-\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $M\left(4;\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $M\left(-4;-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (1)

Giả sử $M(a;b;c)$. Khi đó có: $\overrightarrow{MB}=(5-a;-1-b;2-c)$, $\overrightarrow{AC}=(2;1;-5)$.

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}5-a=1\\-1-b=\dfrac{1}{2}\\2-c=-\dfrac{5}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-\dfrac{3}{2}\\c=\dfrac{9}{2}\end{cases}.$$

Vậy $M\left(4;-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 16. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quảng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng tính đến thời điểm dừng bánh là

A. $16m$. **B.** $55m$. **C.** $25m$. **D.** $50m$.

Lời giải

Chọn B

Thời gian từ khi đạp phanh đến lúc xe dừng $v(t)=-2t+10=0\Leftrightarrow t=5(s)$.

Quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng tính đến thời điểm dừng bánh là

$$S=3.10+\int_0^5(-2t+10)dt=55m.$$

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn C

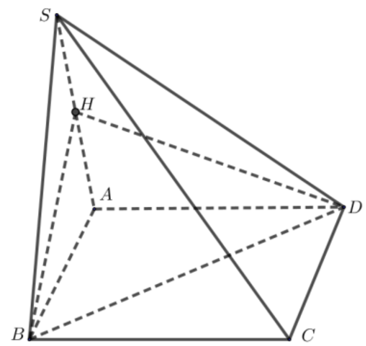
Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, ΔSAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với mặt phẳng (SAD). Khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $BH \perp SA$ ($H \in SA$), do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow BH \perp AD \Rightarrow BH \perp (SAD)$

$\Rightarrow$ Hình chiếu của BD lên (SAD) là $HD \Rightarrow \left(BD,(SAD)\right) = \left(BD, HD\right) = BDH = \alpha$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh a, suy ra $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB đều cạnh a, suy ra đường cao $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác BDH vuông tại H, ta có $\sin\alpha = \dfrac{BH}{BD} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a} = (-1;0;1)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. $|\vec{a}| = 2$. **B.** $\vec{b} \perp \vec{a}$. **C.** $\vec{b} \perp \vec{c}$. **D.** $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

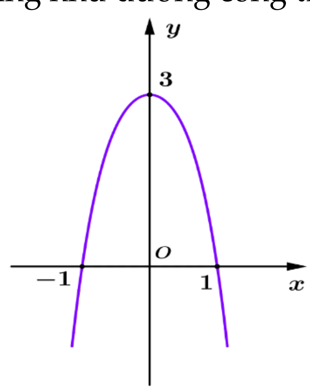
$|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow$ **A sai.**

$\vec{b}.\vec{a} = -1.1 + 0.1 + 1.0 = -1 \Rightarrow$ $\vec{a}$ không vuông góc với $\vec{b} \Rightarrow$ **B sai.**

$\vec{b}.\vec{c} = 1.1 + 1.1 + 1.0 = 2 \Rightarrow$ $\vec{b}$ không vuông góc với $\vec{c} \Rightarrow$ **B sai.**

$|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} \Rightarrow$ **D** đúng.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$. B $y = -x^2 + 2x + 3$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

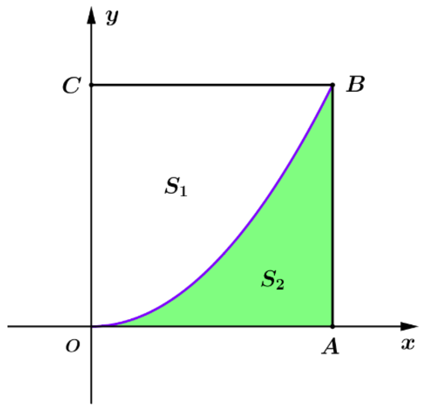
Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên loại **A**,**C**.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x=1$ và $x=-1$ nên chọn **D.**

Câu 21. Đường cong (C) có phương trình $y=\frac{1}{4}x^2$ chia hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 thành hai phần. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích phần không tô đậm và tô đậm như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{1}{4}x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=4$, cho nên:

$S_2=\int\limits_0^4 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{1}{12}x^3\Big|_0^4 = \frac{16}{3}$ (đơn vị diện tích).

Còn $S_1 = S_{OABC} - S_2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$.

Vậy tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = 2$.

Câu 22. Cho số phức $z=(3-2i)(1+i)^2$. Modul của $w=iz+\overline{z}$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $z=(3-2i)(1+i)^2=4+6i$
- Vậy $|w|=|i(4+6i)+4-6i|=2\sqrt{2}$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(1;2;0)$. **B.** $P(0;1;2)$. **C.** $Q(0;0;2)$. **D.** $N(1;0;2)$.

Lời giải

Chọn A

◆ Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$ nên suy ra điểm $M(1;2;0)\in(Oxy)$.

Câu 24. Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

A. $(10+i)+(10-2i)$.

B. $\left(5+i\sqrt{7}\right)+\left(-5+i\sqrt{7}\right)$.

C. $(3+i)-(-3+i)$.

D. $\left(\sqrt{7}+i\right)+\left(\sqrt{7}-i\right)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $\left(5+i\sqrt{7}\right)+\left(-5+i\sqrt{7}\right)=2i\sqrt{7}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

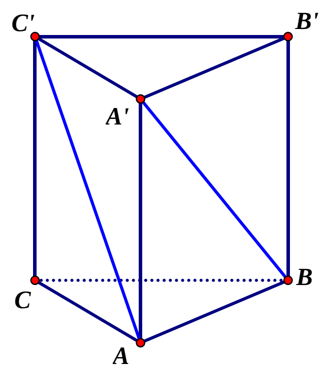
A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(0)^2-0}=\sqrt{5}$.

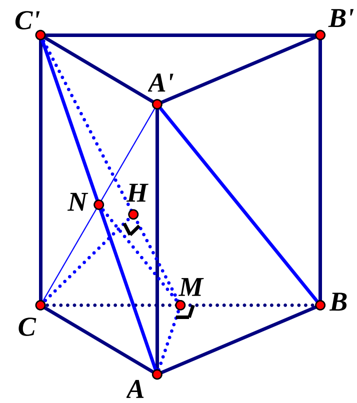
Câu 26. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



◆ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AC'. Suy ra $MN // A'B$.
Có $mp(AC'M)$ đi qua AC' và song song $A'B$ nên
$d(A'B, AC') = d(A'B, (AC'M)) = d(A', (AC'M)) = d(C, (AC'M))$

◆ Do $AM \perp BC \Rightarrow AM \perp (BB'C'C) \Rightarrow (AC'M) \perp (BB'C'C)$ nên từ C kẻ
$CH \perp C'M \Rightarrow CH \perp (AC'M)$ và $d(C, (AC'M)) = CH$

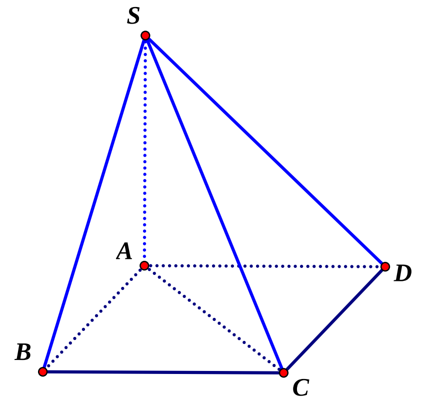
◆ Có $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{CM^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{1^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow CH = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Vậy $d(A'B, AC') = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D



◆ Có góc SCA bằng $60°$. Suy ra $SA = AC.\tan 60° = \sqrt{a^2 + 3a^2}.\sqrt{3} = 2a\sqrt{3}$.
Và $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.AB.AD.SA = \frac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.2a\sqrt{3} = 2a^3$.

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = \left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x-2>0 \\ \ln(x-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x-2>e^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>3 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(3;+\infty)$.

Câu 29. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là lẻ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố "Tích số chấm 3 lần gieo là lẻ".

Không gian mẫu $n(\Omega)=6^3$.

$n(A)=3.3.3$.

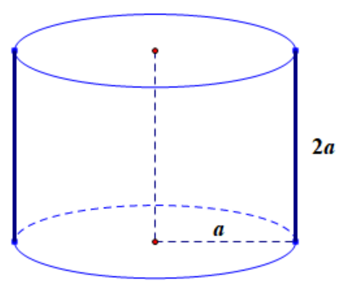
$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3.3.3}{6^3}=\frac{1}{8}$.

Câu 30. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $6\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi.a.2a+2\pi.a^2=6\pi a^2$.

Câu 31. Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật?

A. 23. **B.** 123. **C.** 132. **D.** 66.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong tổ 12 học sinh làm nhiệm vụ trực nhật là một tổ hợp chập 2 của 12 phần tử.

Số cách chọn là $C_{12}^2=66$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=\frac{|1+1+0+1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Bán kính của mặt cầu là $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{3+1}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

Câu 33. Cho $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2020x^2+2022x-1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tính $T=a-2b+4c$.

A. $T=1004$. **B.** $T=1018$. **C.** $T=1012$. **D.** $T=-2012$.

Lời giải

Chọn A

Do $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2020x^2+2022x-1)e^{2x}$ nên $F'(x)=f(x)$.

Ta có $F'(x)=(2ax+b)e^{2x}+2e^{2x}(ax^2+bx+c)=\left[2ax^2+(2a+2b)x+b+2c\right].e^{2x}$.

Suy ra $\begin{cases}2a=2020\\2a+2b=2022\\b+2c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1010\\b=1\\c=-1\end{cases}$.

Vậy $T=a-2b+4c=1010-2.1+4.(-1)=1004$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\frac{1}{2}}f(x)dx=5$, $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}f(2x)dx=10$. Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(\sin x)dx$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=20$. **C.** $I=15$. **D.** $I=25$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}f(2x)dx=10\Leftrightarrow\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}.f(2x)d(2x)=10\Leftrightarrow\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(x)dx=20$.

Suy ra $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^{\frac{1}{2}}f(x)dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}f(x)dx=5+20=25$.

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(\sin x\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f\left(\sin x\right)d\left(\sin x\right)=\int_0^1 f(x)dx=25$.

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x\left(x-1\right)\left(2x-1\right)$ là

A. $x^4+x^3+x^2+C$. **B.** $x^4+x^3-2x^2+C$. **C.** $\left(x^2-x\right)^2+C$. **D.** $x^4-x^3+x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)=2x\left(x-1\right)\left(2x-1\right)=4x^3-6x^2+2x$.

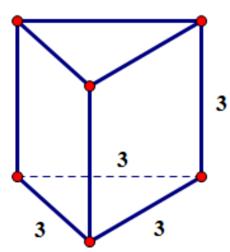
Suy ra $\int f\left(x\right)dx=\int\left(4x^3-6x^2+2x\right)dx=x^4-2x^3+x^2+C=\left(x^2-x\right)^2+C$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V=B.h=\frac{3^2\sqrt{3}}{4}.3=\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 37. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

- Thể tích của khối nón đã cho là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.16.2=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 38. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}\left(x-2\right)+\log_3\left(x-4\right)^2=0$ là $S=a+b\sqrt{2}$ (vơi là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q=ab$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

- Điều kiện $\begin{cases}x>2\\x\neq 4\end{cases}$ $(*)$.
- Ta có $\log_{\sqrt{3}}\left(x-2\right)+\log_3\left(x-4\right)^2=0\Leftrightarrow 2\log_3\left(x-2\right)+\log_3\left(x-4\right)^2=0$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x-2\right)^2+\log_3\left(x-4\right)^2=0\Leftrightarrow\log_3\left(x-2\right)^2\left(x-4\right)^2=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2(x-4)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-2)(x-4)=1\\(x-2)(x-4)=-1\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-6x+7=0\\x^2-6x+9=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=3+\sqrt{2}\\x=3-\sqrt{2}\end{array}\right.\\x=3\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện $(*)$ ta thấy phương trình đã cho có nghiệm là $x=3$ và $x=3+\sqrt{2}$.

◆ Vậy tổng các nghiệm của phương trình $S=6+\sqrt{2} \Rightarrow a=1, b=6 \Rightarrow Q=6$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

◆ Từ bảng xét dấu của đạo hàm của hàm $y=f(x)$ ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)+F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F^2(b)-F^2(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P): x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b+c+d$ có giá trị bằng

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(5;-3;7)$ và bán kính $R=6\sqrt{2}$.

Xét: $d(B,(P)) \le BI+R$, khi đó $\max d(B,(P))=BI+R$.

Suy ra: Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{IB}$ làm vecto pháp tuyến $\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;4)$.

Do $A\in(P)$ nên $d=0$. Vậy: $b+c+d=-1+4+0=3$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -\frac{1}{4}$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $-\frac{1}{4}\le m<0$.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1: $m=0$, khi đó hàm số trở thành: $y=-x^2-2x$.

Xét $y'=-2x-2=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

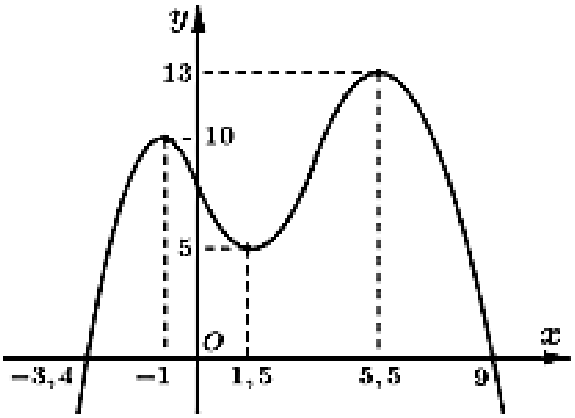
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

Khi đó: Loại trường hợp $m=0$ do không thỏa yêu cầu đề bài.

Trường hợp 2: $m\neq 0$, khi đó: $y'=mx^2-2(m+1)x+m-2$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ \Delta'=4m+1\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\frac{-1}{4}\le m<0$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x)<0,\forall x\in(-\infty;-3,4)\cup(9;+\infty)$.



Đặt $g(x)=f(x)-mx+5$ với $m\in\mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

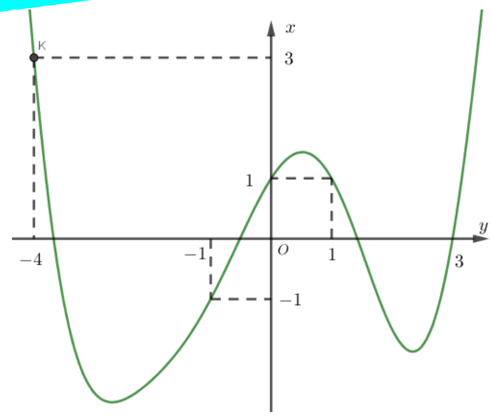
Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x)-m;\quad g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-m=0\Leftrightarrow f'(x)=m$.

Để hàm số g(x) có đúng hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g'(x)=0$ có hai nghiệm bội lẻ phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\le 5 \\ 10\le m<13\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;10;11;12\}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3x) - 3x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(-3)+3$. **B.** $f(1)-1$. **C.** $f(-1)+3$. **D.** $f(3)-3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u = 3x \Rightarrow g(u) = f(u) - u, u \in [-3;3]$

$g'(u) = f'(u) - 1; g'(u) = 0 \Leftrightarrow f'(u) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = 1 \in [-3;3] \\ u = 0 \in [-3;3] \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

u	-3		0		1		3
$g'(u)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(u)$	$f(-3)+3$	↘	$g(0)$	↗	$f(1)-1$	↘	$g(3)$

Xét $g(1) - g(-3) = \int_{-3}^{1} g'(u)dx = \int_{-3}^{1} [f'(u)-1]dx = \int_{-3}^{0} [f'(u)-1]dx + \int_{0}^{1} [f'(u)-1]dx < 0$ (Dựa vào đồ thị)

Do đó $g(1) < g(-3)$

Nên giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3x) - 3x$ trên đoạn $[-1;1]$ là $f(-3)+3$

Câu 45. Trong mặt phẳng phức Oxy, trong các số phức z thỏa $|z+1-i| \le 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu.

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{-\sqrt{2}-2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, ta có

$|z+1-i| \le 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 \le 1 \quad (1)$

(1) là phương trình của hình tròn tâm $I(-1;1)$

$z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn $M(x;y)$.

$|z|$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ OM lớn nhất $\Leftrightarrow$ M là giao điểm của đường thẳng OI và đường tròn có phương trình là $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \quad (1)$

Dễ thấy OI có phương trình là $y = -x$.

Thay $y = -x$ vào (1) ta có

$$(x+1)^2 + (-x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x+1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}-2}{2} \end{array}\right.$$

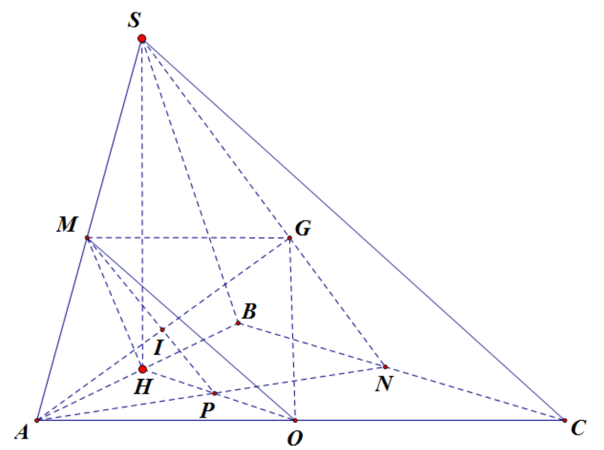
Vậy $x = \frac{-\sqrt{2}-2}{2}$ thì OM lớn nhất.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, M, O lần lượt là trung điểm các cạnh AB, SA, AC và G là trọng tâm tam giác SBC. Thể tích khối tứ diện $GHMO$ bằng

A. $\frac{3a^3}{64}$. **B.** $\frac{3a^3}{128}$. **C.** $\frac{a^3}{128}$. **D.** $\frac{a^3}{64}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\left.\begin{array}{l} SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{array}\right\} \Rightarrow SH \perp (BC)$.

Vì SAB là tam giác đều cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Gọi P, N lần lượt là trung điểm của HO và BC, $I = AG \cap MP \Rightarrow I$ là trung điểm của AG

Từ đó suy ra: $V_{G.HMO} = V_{A.HMO}$.

Ta có $V_{A.HMO} = \frac{AM}{AS}.\frac{AH}{AB}.\frac{AO}{AC}V_{S.ABC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.ABC} = \frac{1}{8}.\frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{64}$.

Vậy $V_{G.HMO}=V_{A.HMO}=\dfrac{a^3}{64}$.

Câu 47. Xét bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2(2x)-2(m+1)\log_2 x-2<0$. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$ là $m\in\left(-\dfrac{a}{b};+\infty\right)$ với a,b là các số tự nhiên và phân số $\dfrac{a}{b}$ là tối giản. Khi đó $P=a+2b$ bằng

A. $P=11$. **B.** $P=5$. **C.** $P=7$. **D.** $P=13$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2(2x)-2(m+1)\log_2 x-2<0\Leftrightarrow\log_2^2(2x)-2(m+1)\log_2 x-2<0$

$\Leftrightarrow(1+\log_2 x)^2-2(m+1)\log_2 x-2<0\Leftrightarrow\log_2^2 x+2\log_2 x+1-2(m+1)\log_2 x-2<0$

$\Leftrightarrow\log_2^2 x+2\log_2 x+1-2(m+1)\log_2 x-2<0\Leftrightarrow\log_2^2 x-2m.\log_2 x-1<0\ (1)$.

Đặt $t=\log_2 x$ với $x\in\left(\sqrt{2};+\infty\right)\Rightarrow t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Khi đó bất phương trình (1) có dạng $t^2-2mt-1<0\ (2), t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Để (1) có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$ thì (2) có nghiệm $t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

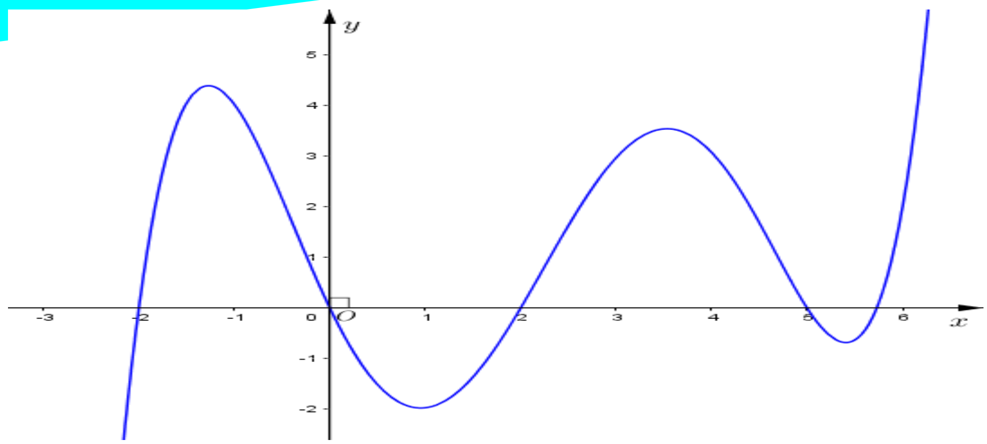
$\Leftrightarrow t^2-1<2mt, t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow m>\dfrac{t^2-1}{2t}, t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\ (*)$

Do hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-1}{2t}$ liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$ nên $(*)\Leftrightarrow m>\min f(t)=\dfrac{t^2-1}{2t}, t\in\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Ta có: $f(t)=\dfrac{t^2-1}{2t}=\dfrac{t}{2}-\dfrac{1}{2t}\Rightarrow f'(t)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{t^2}>0,\forall t\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy $m>\min\limits_{\left[\frac{1}{2};+\infty\right)} f(t)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{3}{4}\Rightarrow m\in\left(-\dfrac{3}{4};+\infty\right)\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}\Rightarrow a+2b=11$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-2;6\right]$ của phương trình $f\left(x\right)=f\left(0\right)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		5		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f\left(-2\right)$	$\nearrow$	$f\left(0\right)$	$\searrow$	$f\left(2\right)$	$\nearrow$	$f\left(5\right)$	$\searrow$	$f\left(6\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'\left(x\right),y=0,x=0,x=2$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'\left(x\right),y=0,x=2,x=5$.

Gọi S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'\left(x\right),y=0,x=5,x=6$.

Ta có: $S_1=-\int\limits_0^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(0\right)-f\left(2\right)$; $S_2=\int\limits_2^5 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(5\right)-f\left(2\right)$

$S_3=-\int\limits_5^6 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(5\right)-f\left(6\right)$

Từ đồ thị ta thấy: $S_2>S_1\Rightarrow f\left(5\right)-f\left(2\right)>f\left(0\right)-f\left(2\right)\Rightarrow f\left(5\right)>f\left(0\right)$.

$S_1+S_3<S_2\Rightarrow f\left(0\right)-f\left(2\right)+f\left(5\right)-f\left(6\right)<f\left(5\right)-f\left(2\right)\Rightarrow f\left(6\right)>f\left(0\right)$.

Khi đó ta có bảng biến thiên chính xác như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		5		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$f(5)$	↘	$f(6)$	↗	$+\infty$

Vậy phương trình $f(x)=f(0)$ có hai nghiệm thuộc đoạn $[-2;6]$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+2y^2)$

A. 3. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

+ Điều kiện: $x+y>0$

+ Đặt $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+2y^2)=t \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3^t \\ x^2+2y^2=4^t \end{cases} \Rightarrow 3y^2-2.3^t y+3^{2t}-4^t=0 (1)$. Để tồn tại y thì $\Delta'_y=3.4^t-2.3^{2t}\ge 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{9}{4}\right)^t \le \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow t\le \dfrac{1}{2}$

+ Do đó: $\begin{cases} 0<x+y\le 3^{\frac{1}{2}} \\ x^2+2y^2\le 4^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Câu 50. Trong không gia với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y-z-3=0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\dfrac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng:

A. 16. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

+ Gọi $B(0;b;0), C(0;0;c)$ (với $b,c>0$). Mặt phẳng $(\alpha): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

+ Vì (α) vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\dfrac{4}{3}$

nên $\begin{cases} 2.\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy thể tích khối tứ diện $OABC$ là: $V = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{8}{3}$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 14

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG – HCM

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $3a$. Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu này.

A. $27\pi a^2$. **B.** $21\pi a^2$. **C.** $24\pi a^2$. **D.** $25\pi a^2$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right)\le 2$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Tính bán kính mặt cầu (S).

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty;-4)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $15z^2+3z+19=0$. Tính giá trị của biểu thức: $K=|z_1|^2+|z_2|^2-z_1-z_2$.

A. $K=\dfrac{22}{15}$. **B.** $K=\dfrac{41}{15}$. **C.** $K=\dfrac{11}{50}$. **D.** $K=\dfrac{7}{3}$.

Câu 6. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=3$. Khi đó đồ thị hàm số $y=-3f(x)+11$ có một tiệm cận ngang là:

A. $y=-4$. **B.** $y=3$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$

Câu 7. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ lần lượt là

A. $x=2; y=-1$. **B.** $x=-2; y=1$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=2; y=1$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$		$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1 || -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

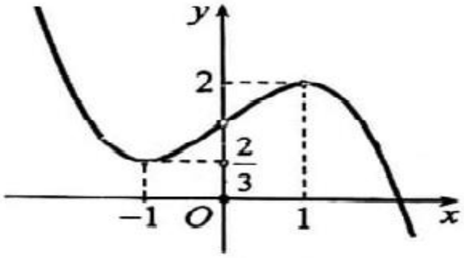
Câu 9. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O, song song mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(2;2;0)$. **C.** $K(0;1;3)$. **D.** $P(3;1;1)$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ có đường kính đáy bằng $6cm$, độ dài đường cao bằng $4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này.

A. $22\pi\ cm^2$. **B.** $24\pi\ cm^2$. **C.** $18\pi\ cm^2$. **D.** $20\pi\ cm^2$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 12. Cho khối nón có chiều cao $4\ cm$, độ dài đường sinh là $5\ cm$. Tính thể tích khối nón.

A. $15\pi\ cm^3$. **B.** $12\pi\ cm^3$. **C.** $36\pi\ cm^3$. **D.** $45\pi\ cm^3$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 14. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S=27\pi$. **B.** $S=6\pi$. **C.** $S=5\pi$. **D.** $S=9\pi$.

Câu 15. Cho 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ đươc tạo từ 5 điểm trên?

A. 10. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 16. Cho phương trình $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2}=0,5$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Câu 17. Biết $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x=-2$; $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=3$; $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=7$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=8$. **B.** $\int_1^4\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=10$.

C. $\int\limits_4^8 f(x)\mathrm{d}x=-5$.

D. $\int\limits_1^4 \left[4f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-2$.

Câu 18. Cho a,b là các số thực dương, $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2b^3$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oxy), K là điểm đối xứng với M qua trục Oz. Tính HK.

A. 8. **B.** 5. **C.** $\sqrt{65}$. **D.** $\sqrt{10}$.

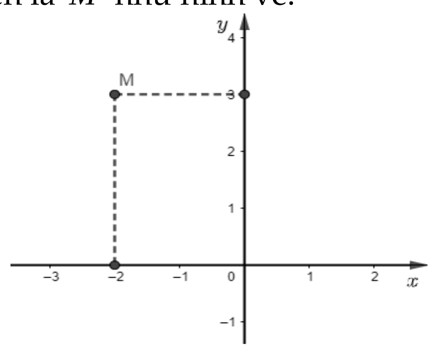
Câu 21. Dãy số (u_n) cho bởi $u_1=1; u_{n+1}=\dfrac{-2}{2u_n-1}$ với mọi $n\geq 1$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=2$. **B.** $u_2=-2$. **C.** $u_2=-1$. **D.** $u_2=1$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$, gọi M là trung điểm của SC. Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và (ABC).

A. $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{7}$.

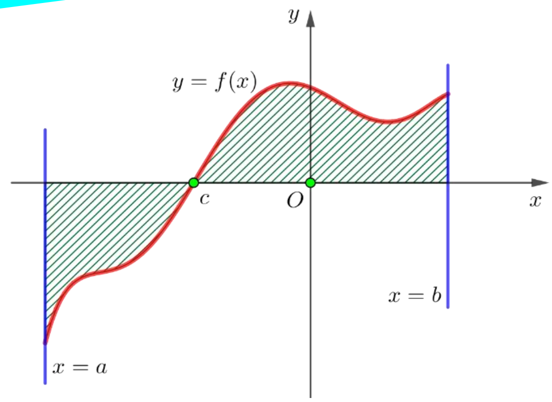
Câu 23. Cho số phức có điểm biểu diễn là M như hình vẽ.



Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 24. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ trong hình dưới đây (phần gạch sọc) có diện tích S bằng



A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x-\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x-\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 25. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $\frac{1}{2}e^x+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **C.** $2e^{2x}+C$. **D.** $2e^x+C$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;1;1), C(0;1;2)$.Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là

A. $(1;-1;2)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(2;0;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.

Câu 28. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=(x-1)^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên R.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên R.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn: $2iz-5+i=i-(z-2i)$. Tính môđun của số phức $w=z-1+i$.

A. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$. **B.** 1. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 30. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{4}{3}\pi$. **B.** $V=\frac{16}{15}$. **C.** $V=\frac{4}{3}$. **D.** $V=\frac{16}{15}\pi$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-4}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P). Trong các điểm sau đây, điểm nào không thuộc d'.

A. $H(-5;9;3)$. **B.** $K(-10;16;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $N(1;2;0)$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M=\frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng?

A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$. **B.** $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$. **C.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\frac{\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1=(m+2n)-(m+3)i$ và $z_2=(n-3m)+ni$ với $m,n\in\mathbb{R}$. Biết rằng $z_1=z_2$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m-n=0$. **B.** $m-n=5$. **C.** $m-n=3$. **D.** $m-n=-3$.

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+x\right)$ là

A. $\frac{1}{\left(x^2+x\right).\ln 3}$. **B.** $\frac{(2x+1).\ln 3}{x^2+x}$. **C.** $\frac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 3}$. **D.** $\frac{\ln 3}{x^2+x}$.

Câu 35. Cho số thực x thoả mãn: $25^x-5^{1+x}-6=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=5-5^x$.

A. $T=5$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=6$. **D.** $T=\frac{5}{6}$.

Câu 36. Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y=x^2+2x+2$ và điểm M di chuyển trên (P). Gọi $(d_1),(d_2)$ là các đường thẳng đi qua M sao cho (d_1) song song với trục tung và $(d_1),(d_2)$ đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (P) tại M. Biết rằng khi M di chuyển trên (P) thì (d_2) luôn đi qua một điểm cố định $I(a;b)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $3a+2b=0$. **B.** $a+b=0$. **C.** $ab=-1$. **D.** $5a+4b=0$.

Câu 37. Cho a,b là hai số thực thay đổi thỏa mãn $1<a<b\le 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2.\log_a\left(b^2+4b-4\right)+\log^2_{\frac{b}{a}}a$ là $m+3\sqrt[3]{n}$ với m,n là số nguyên dương. Tính $S=m+n$.

A. $S=9$. **B.** $S=18$. **C.** $S=54$. **D.** $S=15$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(3)=21$, $\int_0^3 f(x)dx=9$. Tính tích phân $I=\int_0^1 x.f'(3x)dx$.

A. $I=15$. **B.** $I=6$. **C.** $I=12$. **D.** $I=9$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, $AA'=a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$. Xét một điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P). Gọi khối nón (N) có đỉnh là điểm M và có đường tròn đáy là tập hợp các tiếp điểm vẽ từ M đến mặt cầu (S). Khi (N) có thể tích nhỏ nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $a+b+c$

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41. Cho các số phức z thỏa mãn điều kiện số phức $w = z(1+i)+(2-i)$ là một số thuần ảo. Trong các số phức z đó hãy tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |z-7-5i|$

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{74}$. **D.** $\frac{38}{5}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB'. Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K. Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

A. $\frac{7}{24}$. **B.** $\frac{7}{17}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{17}{24}$.

Câu 43. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = AD = a$ và $A'AB = A'AD = BAD = 60°$. Tính c«sin của góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'AD)$:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $|x^3 - 12x| = m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3}+b$ với a; b là các số hữu tỷ. Tính $4a^2 + 8b$:

A. 106. **B.** 115. **C.** 113. **D.** 101.

Câu 45. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $R = \frac{169}{24}$. **B.** $R = \frac{125}{24}$. **C.** $R = \frac{81}{24}$. **D.** $R = \frac{121}{24}$.

Câu 46. Cho số phức z_1, z_2, z_3, là các số phức cùng thoả mãn điều kiện $|z|^2 \le 4.|z + \bar{z} + 33|$. Biết rằng giá trị lớn nhất có thể đạt được của $|z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_1|$ là số thực M. Giá trị M thuộc tập hợp nào trong các tập hợp dưới đây?

A. $\left[0; 2\left(11+\sqrt{157}\right)\right)$. **B.** $\left[2\left(11+\sqrt{157}\right); 2\left(7+\sqrt{274}\right)\right)$.

C. $\left[2\left(7+\sqrt{274}\right); 51,2\right)$. **D.** $[51,2; +\infty)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc toạ độ O. Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S\left(0;0;2\sqrt{2}\right)$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC. Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N. Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$

A. $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm hết bài thi bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án trả lời ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được đúng 5 điểm.

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. **B.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.C_{50}^{25}$. **C.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}.A_{50}^{25}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}.C_{50}^{25}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên $y \in (-20;20)$ thỏa mãn $2+\log_{\sqrt{3}}(3x^2+1) \le \log_{\sqrt{3}}(yx^2-6x+2y)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0; f'(1)=1$ và $10f(x)-5xf'(x)+x^2f''(x)=0$ với mọi $x \in [0;1]$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{15}$. **B.** $-\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $-\frac{1}{17}$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.B	6.C	7.A	8.C	9.B	10.B
11.B	12.B	13.C	14.D	15.D	16.A	17.A	18.C	19.C	20.C
21.B	22.C	23.B	24.C	25.A	26.B	27.A	28.D	29.B	30.D
31.C	32.A	33.B	34.C	35.B	36.D	37.D	38.B	39.A	40.B
41.A	42.D	43.A	44.A	45.A	46.D	47.A	48.D	49.C	50.D

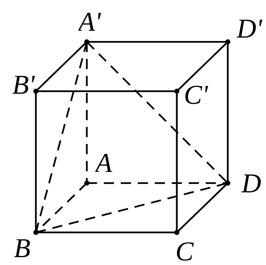
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $3a$. Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu này.

A. $27\pi a^2$. **B.** $21\pi a^2$. **C.** $24\pi a^2$. **D.** $25\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



3 cạnh $A'B, A'D, BD$ là các đường chéo của hình vuông cạnh $3a$.

$\Rightarrow A'BD$ là tam giác đều cạnh $3a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ là: $R = \dfrac{BD\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3a\sqrt{6}}{3} = a\sqrt{6}$.

Suy ra mặt cầu được tạo ra có diện tích bằng: $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi\left(a\sqrt{6}\right)^2 = 24\pi a^2$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right) \le 2$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2+3x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-3 \end{array}\right.$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$\log_2\left(x^2+3x\right) \le \log_2 4 \Rightarrow x^2+3x \le 4 \Leftrightarrow x^2+3x-4\le 0 \Leftrightarrow -4\le x\le 1$.

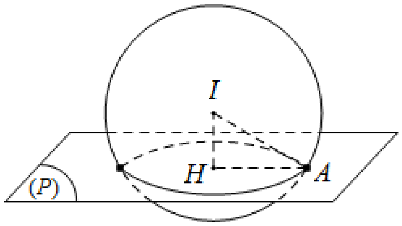
Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $[-4;-3)\cup(0;1]$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Tính bán kính mặt cầu (S).

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của I trên (P).

$\Rightarrow HI = d\left(I;(P)\right) = \dfrac{\left|2.1+2.2+(-2)+5\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$.

Gọi A là một điểm thuộc đường tròn giao tuyến, suy ra

+) HA là bán kính đường tròn giao tuyến.

+) IA là bán kính mặt cầu (S) và $IA = \sqrt{IH^2 + HA^2}$.

Theo đề bài có $\pi.HA^2 = 16\pi \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow IA = 5$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty;-4)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định trên $(-\infty;-4)$ khi $m \ge -4$ (1)

$y' = \dfrac{-2m-4}{(x-m)^2}, \forall x \ne m$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-4)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-\infty;-4) \Leftrightarrow -2m-4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $-4 \le m < -2$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4;-3\}$.

Câu 5. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $15z^2 + 3z + 19 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $K = |z_1|^2 + |z_2|^2 - z_1 - z_2$.

A. $K = \dfrac{22}{15}$. **B.** $K = \dfrac{41}{15}$. **C.** $K = \dfrac{11}{50}$. **D.** $K = \dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$15z^2 + 3z + 19 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{-3 - i\sqrt{1131}}{30} \\ z_2 = \dfrac{-3 + i\sqrt{1131}}{30} \end{array}\right.$$

Khi đó: $K=\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2-z_1-z_2=\left|\dfrac{-3-i\sqrt{1131}}{30}\right|^2+\left|\dfrac{-3+i\sqrt{1131}}{30}\right|^2-\dfrac{-3-i\sqrt{1131}}{30}-\dfrac{-3+i\sqrt{1131}}{30}$

$=\dfrac{19}{15}+\dfrac{19}{15}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{41}{15}$.

Câu 6. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=3$. Khi đó đồ thị hàm số $y=-3f(x)+11$ có một tiệm cận ngang là:

A. $y=-4$. **B.** $y=3$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$

Lời giải

Chọn C

Theo đề ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-3f(x)+11\right)=-3.3+11=2$.

Vậy đồ thị hàm số $y=-3f(x)+11$ có một tiệm cận ngang là: $y=2$.

Câu 7. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ lần lượt là

A. $x=2; y=-1$. **B.** $x=-2; y=1$. **C.** $x=1; y=2$. **D.** $x=2; y=1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$

Như vậy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$		$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-1 \;\|\|\; -1$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O, song song mặt phẳng (Q) và $d\left((P),(Q)\right)=1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(2;2;0)$. **C.** $K(0;1;3)$. **D.** $P(3;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+D=0(D\neq 0, D\neq -3)$

Theo giả thiết, $d((P),(Q))=1 \Rightarrow \dfrac{|D+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=0 \\ D=-6 \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có $D=-6$ nên phương trình của mặt phẳng (P) là $x+2y+2z-6=0$ Điểm thuộc mặt phẳng (P) là $N(2;2;0)$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ có đường kính đáy bằng $6cm$, độ dài đường cao bằng $4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này.

A. $22\pi\ cm^2$. **B.** $24\pi\ cm^2$. **C.** $18\pi\ cm^2$. **D.** $20\pi\ cm^2$.

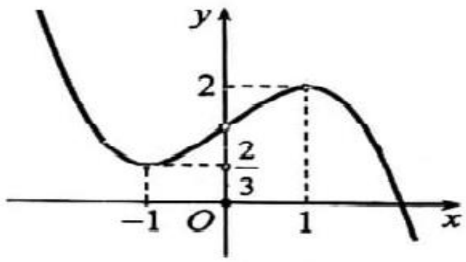
Lời giải

Chọn B

Bán kính đáy $r=\dfrac{6}{3}=2$; chiều cao $h=4$.

Có $S_{xq}=2\pi.r.h=2\pi.3.4\ cm^2=24\pi\ cm^2$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=f(x+2021)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2021 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$ là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ bên ta có số nghiệm là ba.

Câu 12. Cho khối nón có chiều cao $4\ cm$, độ dài đường sinh là $5\ cm$. Tính thể tích khối nón.

A. $15\pi\ cm^3$. **B.** $12\pi\ cm^3$. **C.** $36\pi\ cm^3$. **D.** $45\pi\ cm^3$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thuyết có $h=4\ cm, l=5\ cm \Rightarrow R=\sqrt{l^2-h^2}=3\ cm$

Vậy thể tích khối nón là $V_{nón} = \dfrac{1}{3}\pi.R^2.h = 12\pi\ cm^3$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

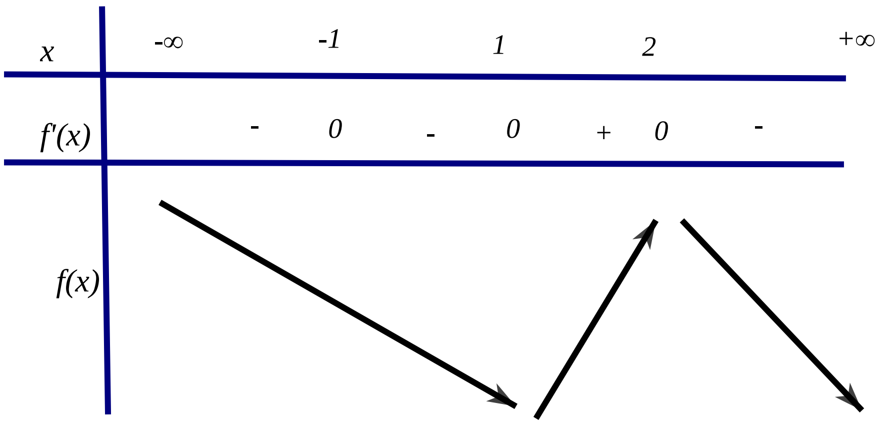
A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



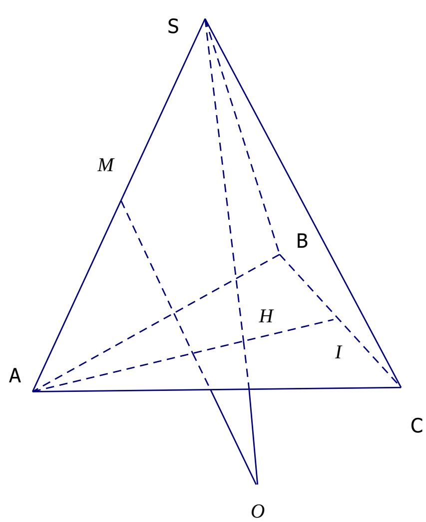
Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 14. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S = 27\pi$. **B.** $S = 6\pi$. **C.** $S = 5\pi$. **D.** $S = 9\pi$.

Lời giải

Chọn D



Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $AB=\sqrt{6}$ và chiều cao $h=SH=1$.

Ta có: I là trung điểm BC và $AI=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $AH=\frac{2}{3}AI=\sqrt{2}$.

M là trung điểm SA. Trong (SAH) đường trung trực của SA cắt SH tại O. Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Xét hai tam giác đồng dạng SAH và SOM ta có $\frac{SA}{SO}=\frac{SH}{SM}\Rightarrow SO=\frac{SA^2}{2h}$.

$SA=\sqrt{SH^2+AH^2}=\sqrt{3}$.

$\Rightarrow R=SO=\frac{3}{2}; S=4\pi R^2=4\pi.\frac{9}{4}=9\pi$.

Câu 15. Cho 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ được tạo từ 5 điểm trên?

A. 10. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Chọn điểm đầu có 5 cách chọn.
Chọn điểm cuối có 4 cách chọn.
Số cách tạo véc tơ khác $\vec{0}$ được tạo từ 5 điểm trên là
$5.4=20$.

Câu 16. Cho phương trình $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2}=0,5$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2 \Leftrightarrow \log_2 3^x.\left[\log_2 3^x+m\right]=2 \Leftrightarrow \log_2^2 3^x+m.\log_2 3^x-2=0 \ (*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn $\log_2 3^x$ có $ac<0$ nên luôn có hai nghiệm trái dấu. Theo định lý Vi-ét ta có: $\log_2 3^{x_1}+\log_2 3^{x_2}=-m$

Mặt khác: $3^{x_1+x_2}=0,5 \Leftrightarrow 3^{x_1}3^{x_2}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_2 3^{x_1}+\log_2 3^{x_2}=\log_2\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_2 3^{x_1}+\log_2 3^{x_2}=-1$.

Vậy $-m=-1 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 17. Biết $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x=-2$; $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=3$; $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=7$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=8$. **B.** $\int_1^4\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=10$.

C. $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=-5$. **D.** $\int_1^4\left[4f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề ở phương án A là sai vì:

$\int\limits_4^8 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-2-3+7=2$.

Câu 18. Cho a,b là các số thực dương, $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2b^3$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} a^2b^3=\log_a a^4+\log_a b^6=4+6\log_a b=4+6\times 3=22$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\begin{cases}\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)\\ \overrightarrow{u_2}=(-2;-1;2)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$. Do đó d_1 song song hoặc trùng với d_2.

Gọi điểm $M(1;0\ -2)\in d_1$. Thay M vào d_2 ta được: $\dfrac{1+2}{-2}=\dfrac{0-1}{-1}=\dfrac{-2}{2}$ (vô lí).

Vậy $d_1\ //\ d_2$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oxy), K là điểm đối xứng với M qua trục Oz. Tính HK.

A. 8. **B.** 5. **C.** $\sqrt{65}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\begin{cases}H(1;-3;0)\in(Oxy)\\ K(-1;3;-5)\end{cases}\Rightarrow HK=\sqrt{(-1-1)^2+(3+3)^2+(-5-0)^2}=\sqrt{65}$.

Câu 21. Dãy số (u_n) cho bởi $u_1=1;u_{n+1}=\dfrac{-2}{2u_n-1}$ với mọi $n\geq 1$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=2$. **B.** $u_2=-2$. **C.** $u_2=-1$. **D.** $u_2=1$.

Lời giải

Chọn B

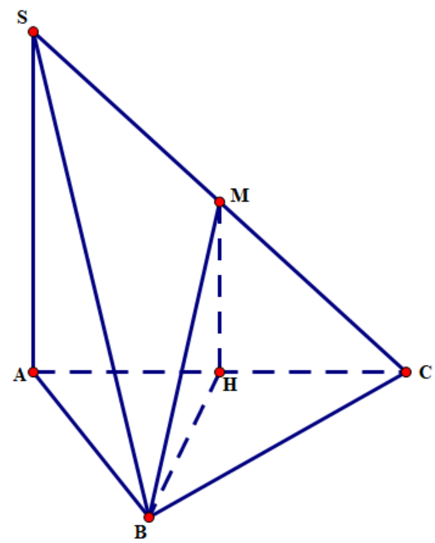
Ta có: $u_2=\dfrac{-2}{2u_1-1}=\dfrac{-2}{2.1-1}=-2$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$, gọi M là trung điểm của SC. Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và (ABC).

A. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SAC), dựng $MH \perp AC$ tại H.

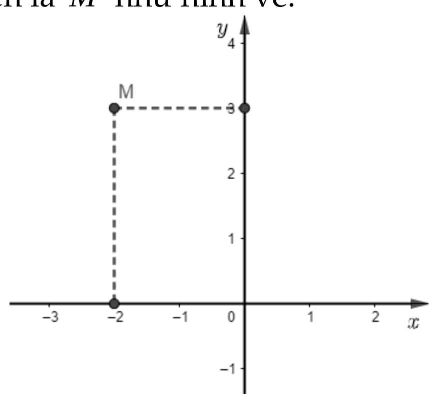
Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \subset (ABC) \Rightarrow SA//MH$.

Khi đó: $MH \perp (ABC)$.

Suy ra:

$$\cos\alpha = \cos\left(BM,(ABC)\right) = \cos\left(BM,BH\right) = \cos MBH = \frac{BH}{BM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Câu 23. Cho số phức có điểm biểu diễn là M như hình vẽ.



Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

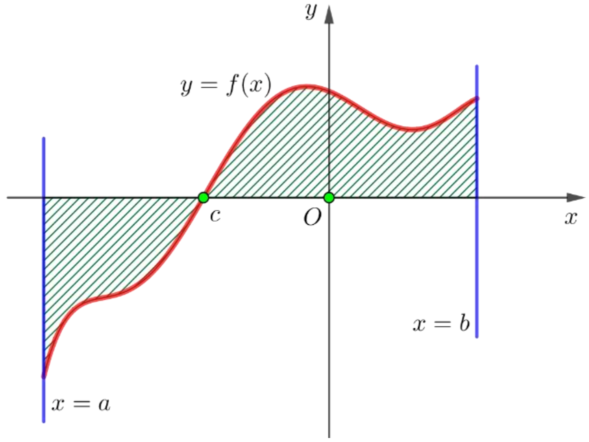
A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

$M(-2;3) \Rightarrow z = -2+3i \Rightarrow \bar{z} = -2-3i$.

Câu 24. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ trong hình dưới đây (phần gạch sọc) có diện tích S bằng



A. $\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $-\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $-\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

$S=\int_a^c\left(0-f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x+\int_c^b\left(f\left(x\right)-0\right)\mathrm{d}x=-\int_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 25. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=-4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^{2x}$ là

A. $\frac{1}{2}e^x+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}+C$. **C.** $2e^{2x}+C$. **D.** $2e^x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho ba điểm $A\left(1;2;-1\right)$, $B\left(2;1;1\right)$, $C\left(0;1;2\right)$.Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Tọa độ $\overrightarrow{AH}$ là

A. $\left(1;-1;2\right)$. **B.** $\left(1;2;0\right)$. **C.** $\left(2;0;4\right)$. **D.** $\left(-1;1;2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm của tam giác ABC.

Ta có $\begin{array}{l}\overrightarrow{AH}=(x-1;y-2;z+1),\ \overrightarrow{BC}=(-2;0;1)\\ \overrightarrow{BH}=(x-2;y-1;z-1),\overrightarrow{AB}=(1;-1;2),\ \overrightarrow{AC}=(-1;-1;3)\end{array}$.

$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-5;-2)$.

Do H là trực tâm của tam giác ABC $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\ \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+z=-3\\ -x-y+3z=0\\ -x-5y-2z=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\\ z=1\end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{AH}=(1;-1;2)$.

Câu 28. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=(x-1)^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên R.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên R.

Lời giải

Chọn D

$y'=(x-1)^2\ge 0\ \forall x\in R\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên R.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn: $2iz-5+i=i-(z-2i)$. Tính môđun của số phức $w=z-1+i$.

A. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$. **B.** 1. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in R)$.

$2iz-5+i=i-(z-2i)\Leftrightarrow 2i(a+bi)-5+i=i-(a+bi-2i)$

$\Leftrightarrow-(2b+5)+(2a+1)i=-a+(3-b)i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2b+5=a\\ 2a+1=3-b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2b=5\\ 2a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{9}{5}\\ b=-\frac{8}{5}\end{cases}$

$\Rightarrow w=\frac{9}{5}-\frac{8}{5}i-1+i=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i\Rightarrow|w|=1.$

Câu 30. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{4}{3}\pi$. **B.** $V=\frac{16}{15}$. **C.** $V=\frac{4}{3}$. **D.** $V=\frac{16}{15}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $2x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Suy ra: $V=\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)^2 \mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^2\left(4x^2-4x^3+x^4\right)\mathrm{d}x=\pi\left.\left(\dfrac{4x^3}{3}-x^4+\dfrac{x^5}{5}\right)\right|_0^2=\dfrac{16}{15}\pi$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P). Trong các điểm sau đây, điểm nào không thuộc d'.

A. $H(-5;9;3)$. **B.** $K(-10;16;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $N(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\{M\}=d\cap(P)$. Khi đó $M\in d \Rightarrow M(4-2t;-2+2t;-1+t)$.

Mặt khác $M\in(P)\Rightarrow(4-2t)+(-2+2t)-(-1+t)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(0;2;1)$.

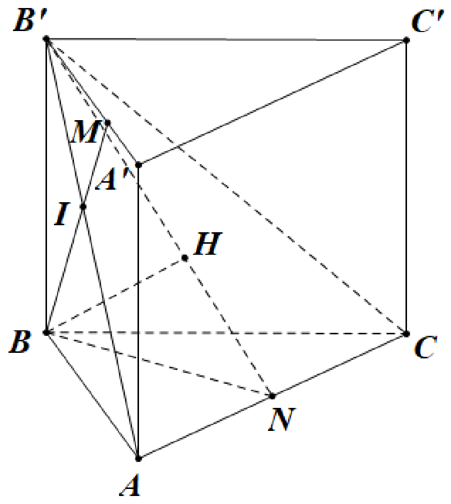
Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên d' sẽ đi qua điểm $M(0;2;1)$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M=\dfrac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng?

A. $\dfrac{4\sqrt{57}a}{57}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{57}a}{57}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{57}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\dfrac{d_{(M;(B'AC))}}{d_{(B;(B'AC))}}=\dfrac{IM}{IB}=\dfrac{B'M}{BA}=\dfrac{2}{3}$ ($\Delta B'IM$ đồng dạng ΔAIB)

Kẻ $BN\perp AC$ và $BH\perp B'N$.

$\begin{cases} BN \perp AC \\ BB' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (B'BN) \Rightarrow AC \perp BH$

$\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp B'N \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d_{(B;(B'AC))} = BH$.

Xét $\Delta B'BN$ vuông tại B có: $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{B'B^2} + \dfrac{1}{BN^2} = \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \dfrac{19}{12a^2} \Rightarrow BH = \dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d_{(M;(B'AC))} = \dfrac{4\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1 = (m+2n) - (m+3)i$ và $z_2 = (n-3m) + ni$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết rằng $z_1 = z_2$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m-n=0$. **B.** $m-n=5$. **C.** $m-n=3$. **D.** $m-n=-3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2n = n-3m \\ m+3 = -n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m+n=0 \\ m+n=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-4 \end{cases} \Rightarrow m-n=5$.

Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2+x)$ là

A. $\dfrac{1}{(x^2+x).\ln 3}$. **B.** $\dfrac{(2x+1).\ln 3}{x^2+x}$. **C.** $\dfrac{2x+1}{(x^2+x).\ln 3}$. **D.** $\dfrac{\ln 3}{x^2+x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \log_3(x^2+x) \Rightarrow y' = \dfrac{(x^2+x)'}{(x^2+x).\ln 3} = \dfrac{2x+1}{(x^2+x).\ln 3}$.

Câu 35. Cho số thực x thoả mãn: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 5 - 5^x$.

A. $T=5$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=6$. **D.** $T=\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 5.5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x = -1\,(VN) \\ 5^x = 6 \end{array}\right.$.

Với $5^x = 6 \Rightarrow T = 5 - 5^x = 5 - 6 = -1$.

Câu 36. Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (P). Gọi $(d_1),(d_2)$ là các đường thẳng đi qua M sao cho (d_1) song song với trục tung và $(d_1),(d_2)$ đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (P) tại M. Biết rằng khi M di chuyển trên (P) thì (d_2) luôn đi qua một điểm cố định $I(a;b)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $3a+2b=0$. **B.** $a+b=0$. **C.** $ab=-1$. **D.** $5a+4b=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M\left(m;m^2+2m+2\right)$.

Vì $\left(d_1\right)$ đi qua M và song song với trục tung nên $\left(d_1\right)$ có phương trình: $x=m$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của (P) tại M, ta có phương trình của Δ:

$y=(2m+2)(x-m)+m^2+2m+2 \Leftrightarrow (2m+2)x-y-m^2+2=0$.

Gọi $A=\Delta\cap Oy \Rightarrow A\left(0;2-m^2\right)$.

Gọi d đi qua A và vuông góc với Δ, ta có phương trình của d:

$x+(2m+2)y-(2m+2)\left(2-m^2\right)=0$.

Gọi $B=d\cap d_1 \Rightarrow B\left(m;\dfrac{(2m+2)\left(2-m^2\right)-m}{2m+2}\right)$.

Gọi C đối xứng B qua Δ $\Rightarrow A$ là trung điểm đoạn BC.

Suy ra $C\left(-m;\dfrac{-2m^3-2m^2+5m+4}{2m+2}\right)$.

Đường thẳng $\left(d_2\right)$ đối xứng với $\left(d_1\right)$ qua Δ nên $\left(d_2\right)$ đi qua M và C.

$\overrightarrow{CM}=\left(2m;\dfrac{4m^3+8m^2+3m}{2m+2}\right)$, chọn $\vec{u}=\left(4m+4;4m^2+8m+3\right)$ là một VTCP của d_2.

Suy ra vecto pháp tuyến của d_2 là $\vec{n}=\left(4m^2+8m+3;-4m-4\right)$.

Suy ra phương trình $\left(d_2\right)$: $\left(4m^2+8m+3\right)(x-m)+(-4m-4)\left(y-m^2-2m-2\right)=0$.

Ta có: $\left(4m^2+8m+3\right)(x-m)+(-4m-4)\left(y-m^2-2m-2\right)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)4m^2+(8x-4y+13)m+3x-4y+8=0$. Phương trình này nghiệm đúng với mọi $m\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}x+1=0\\8x-4y+13=0\\3x-4y+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=\dfrac{5}{4}\end{cases}$.

Suy ra đường thẳng d_2 luôn đi qua điểm cố định $I\left(-1;\dfrac{5}{4}\right)$ $\Rightarrow a=-1;b=\dfrac{5}{4}$.

Suy ra $5a+4b=0$.

Câu 37. Cho a,b là hai số thực thay đổi thỏa mãn $1<a<b\le 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2.\log_a\left(b^2+4b-4\right)+\log_{\frac{b}{a}}^2 a$ là $m+3\sqrt[3]{n}$ với m,n là số nguyên dương. Tính $S=m+n$.

A. $S=9$. **B.** $S=18$. **C.** $S=54$. **D.** $S=15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $b^2+4b-4\ge b^3 \Leftrightarrow (b-1)\left(b^2-4\right)\le 0$ (điều này đúng vì $1<b\le 2$).

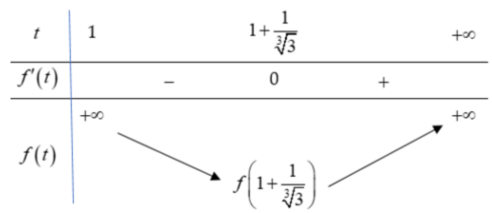
Nên $P\ge 2.\log_a b^3+\left(\dfrac{1}{\log_a b-1}\right)^2=6\log_a b+\left(\dfrac{1}{\log_a b-1}\right)^2$.

Đặt $t=\log_a b$. Với $1<a<b\le 2$ thì $t>1$.

Đặt $f(t)=6t+\left(\dfrac{1}{t-1}\right)^2$ với $t>1$ thì $P\ge f(t), t>1$.

Ta có $f'(t)=6+2\left(\dfrac{1}{t-1}\right)\left(-\dfrac{1}{(t-1)^2}\right)=6-\dfrac{2}{(t-1)^3}=2.\dfrac{3(t-1)^3-1}{(t-1)^3}$.

$f'(t)=0\Rightarrow t=1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$.



Ta có $f\left(1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)=6+\dfrac{6}{\sqrt[3]{3}}+\left(\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)}\right)^2=6+3\sqrt[3]{9}$.

Vậy $m=6, n=9\Rightarrow m+n=15$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(3)=21$, $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x.f'(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=15$. **B.** $I=6$. **C.** $I=12$. **D.** $I=9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int\limits_0^1 x.f'(3x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{9}\int\limits_0^1 3x.f'(3x)\mathrm{d}(3x)=\dfrac{1}{9}\int\limits_0^3 x.f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Suy ra $\int\limits_0^3 x.f'(x)\mathrm{d}x=x.f(x)\Big|_0^3-\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3f(3)-9=3.21-9=54$.

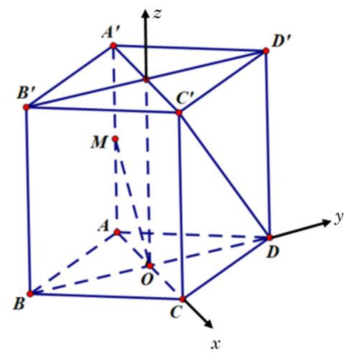
Vậy $I=6$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, $AA'=a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}a$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}a$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}a$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải

Chọn A



Do $ABCD$ là hình thoi, $ABC = 60°$ nên $AC \perp BD$ và ABC là tam giác đều.
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

$O(0;0;0)$, $C\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, trục $Oz \,//\, AA'$, $M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $C'\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{DC'} = \left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$.

Khoảng cách hai đường thẳng MO và $C'D$ bằng $d\left(OM, DC'\right) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}\right].\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}\right]\right|}$.

Trong đó:

$\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}\right] = \left(\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{3}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$,

$\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}\right].\overrightarrow{OD} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$,

$\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{DC'}\right]\right| = \sqrt{\frac{3}{16}+\frac{9}{16}+\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Vậy $d\left(OM, DC'\right) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

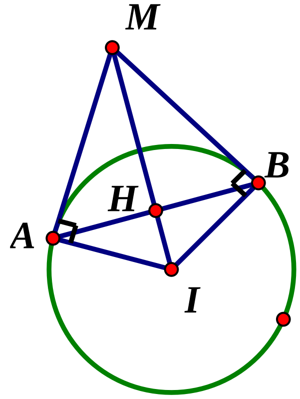
Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$. Xét một điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P). Gọi khối nón (N) có đỉnh là điểm M và có đường tròn đáy là tập hợp các tiếp điểm vẽ từ M đến mặt cầu (S). Khi (N) có thể tích nhỏ nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $a+b+c$

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

- Cắt bởi mặt phẳng đi qua tâm $I(0;1;2)$ và điểm M ta được thiết diện như sau:



Khi đó (N) có bán kính đáy là $R=HA=\dfrac{AB}{2}$ và đường cao $h=MH$

Dễ thấy khi M càng gần I thì (N) có $R;h$ càng nhỏ hay thể tích nhỏ nhất khi IM ngắn nhất, tức là M là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

- Có $t=-\dfrac{Ax_I+By_I+Cz_I+D}{A^2+B^2+C^2}=-\dfrac{1.0+1.1+1.2+0}{1^2+1^2+1^2}=-1$ và điểm M có tọa độ

$$\begin{cases} x_M=x_I+At=0-1=-1 \\ y_M=y_I+Bt=1-1=0 \\ z_M=z_I+Ct=2-1=1 \end{cases} \text{ hay } M(-1;0;1)$$

Mặt khác, có $IM=d(I,(P))=\dfrac{|0+1+2|}{\sqrt{1+1+1}}=\sqrt{3}$ và $IH.IM=IA^2=1^2 \Leftrightarrow IH=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{3}IM$

Suy ra $\overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{IM}$ và $H(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3})$

- Mặt phẳng đáy đi qua H và có VTPT $\overrightarrow{IM}=(-1;-1;-1)=-(1;1;1)$ nên có phương trình

$1(x+\dfrac{1}{3})+1(y-\dfrac{2}{3})+1(z-\dfrac{5}{3})=0$ hay $x+y+z-2=0$. Suy ra $a+b+c=1+1-2=0$

Câu 41. Cho các số phức z thỏa mãn điều kiện số phức $w=z(1+i)+(2-i)$ là một số thuần ảo. Trong các số phức z đó hãy tìm giá trị nhỏ nhất của $T=|z-7-5i|$

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{74}$. **D.** $\dfrac{38}{5}$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử $z=x+yi,(x,y\in R)$. Khi đó z có điểm biểu diễn là $M(x;y)$.
- Có $w=(x+yi)(1+i)+(2-i)=(x-y+2)+(x+y-1)i$ *là số thuần ảo nên* $x-y+2=0$
- Suy ra tập hợp các điểm M là đường thẳng $d: x-y+2=0$
- Có $T=|z-7-5i|=|z-(7+5i)|=MA$ với $A(7;5)$

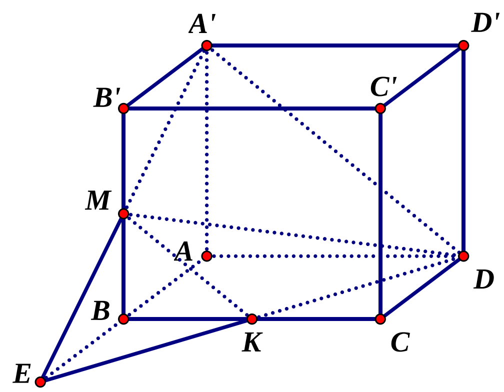
- Có T nhỏ nhất khi MA ngắn nhất, tức là $\min T = d(A,\Delta) = \dfrac{|7-5+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \dfrac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB'. Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K. Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

A. $\dfrac{7}{24}$. **B.** $\dfrac{7}{17}$. **C.** $\dfrac{1}{24}$. **D.** $\dfrac{17}{24}$.

Lời giải

Chọn D



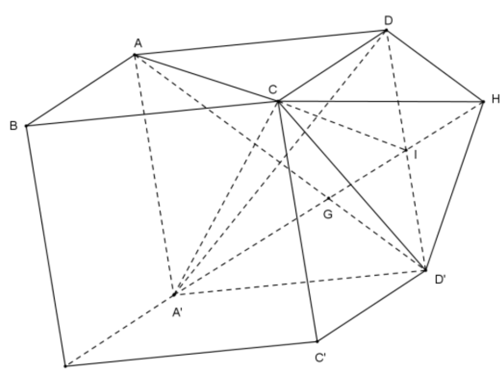
- Kéo dài $A'M$ và AB cắt nhau tại E. Suy ra $K = DE \cap BC$.
- Dễ thấy B là trung điểm EA và K là trung điểm BC
- Có $V_{A'B'C'D'MKCD} = V - V_{A'ADMBK} = V - \left(V_{A'.ADE} - V_{M.BEK}\right) = 1 - \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{24}\right) = 1 - \dfrac{7}{24} = \dfrac{17}{24}$.

Câu 43. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = AD = a$ và $A'AB = A'AD = BAD = 60°$. Tính c«sin của góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'AD)$:

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm DD'; G là trọng tâm tam giác $A'D'D$; H đối xứng với G qua I

Từ gt$\Rightarrow$Các tam giác $A'D'D$ và $CD'D$ là các tam giác đều$\Rightarrow A'I \perp DD'$; $CI \perp DD'$

$\Rightarrow DD' \perp (CIA') \Rightarrow DD' \perp CH$

Mà $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{A'H}\right).\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{CA'}+\frac{4}{3}\overrightarrow{A'I}\right).\overrightarrow{AD}=\left[\overrightarrow{CA'}+\frac{4}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{A'D'}\right)\right].\overrightarrow{AD}$

$=\left(-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}\right).\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}^2+\frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD}$

$=-a^2\cos 60°+\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{3}a^2\cos 60°=0$

$\Rightarrow AD\perp CH$

Do đó $CH\perp\left(A'AD\right)\Rightarrow D'H$ là hình chiếu của CD' trên $\left(A'AD\right)$

$\Rightarrow\left(CD';\left(A'AD\right)\right)=\left(CD';HD'\right)$

Lại có: $CD'=a$; $D'H=D'G=\frac{a\sqrt{3}}{3}$; tam giác $CD'H$ vuông tại H

$\Rightarrow\cos\left(CD';\left(A'AD\right)\right)=\cos CD'H=\frac{HD'}{CD'}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

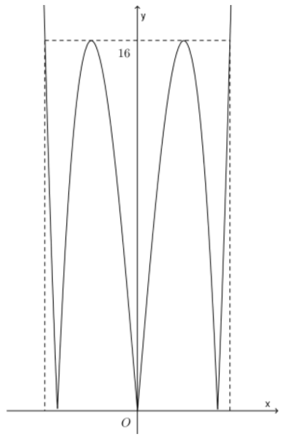
Câu 44. Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $\left|x^3-12x\right|=m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=1+4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3}+b$ với a; b là các số hữu tỷ. Tính $4a^2+8b$:

A. 106. **B.** 115. **C.** 113. **D.** 101.

Lời giải

Chọn A

Vẽ đồ thị hàm số $y=\left|x^3-12x\right|$



Do đó với mọi $m\in(0;16)$ thì phương trình đã cho luôn có ba nghiệm dương phân biệt x_1; x_2; x_3 $\left(x_1<x_2<x_3\right)$ thỏa mãn: $\begin{cases}-x_1^3+12x_1=m_0\\-x_2^3+12x_2=m_0\\x_3^3-12x_3=m_0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(-x_1\right)^3-12\left(-x_1\right)-m_0=0\\\left(-x_2\right)^3-12\left(-x_2\right)-m_0=0\\x_3^3-12x_3-m_0=0\end{cases}$

$\Rightarrow -x_1$; $-x_2$; x_3 là ba nghiệm của phương trình $x^3-12x-m_0=0$

$\Rightarrow -x_1-x_2+x_3=0\Rightarrow x_3=x_1+x_2$

Mà $x_1+x_2+x_3=1+4\sqrt{3}\Rightarrow x_3=\dfrac{1+4\sqrt{3}}{2}\Rightarrow m_0=\left(\dfrac{1+4\sqrt{3}}{2}\right)^3-12\left(\dfrac{1+4\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{97}{8}$

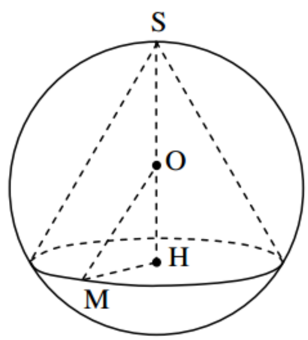
$\Rightarrow a=\dfrac{3}{2};\ b=\dfrac{97}{8}\Rightarrow 4a^2+8b=106$.

Câu 45. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $R=\dfrac{169}{24}$. **B.** $R=\dfrac{125}{24}$. **C.** $R=\dfrac{81}{24}$. **D.** $R=\dfrac{121}{24}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình nón.

Theo bài ra thì $h=12,r=5$.

Gọi S là đỉnh của hình nón, H là tâm đường tròn đáy của hình nón, M là một điểm bất kì thuộc đường tròn đáy của hình nón.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình nón phải có tâm O thuộc đoạn SH.

◆ Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là: $R=SO=OM$.

Xét tam giác OHM vuông tại H có $OM^2=OH^2+HM^2$

$\Leftrightarrow OM^2=(SH-SO)^2+HM^2$

$\Leftrightarrow R^2=(12-R)^2+5^2$

$\Leftrightarrow 169-24R=0\Leftrightarrow R=\dfrac{169}{24}$.

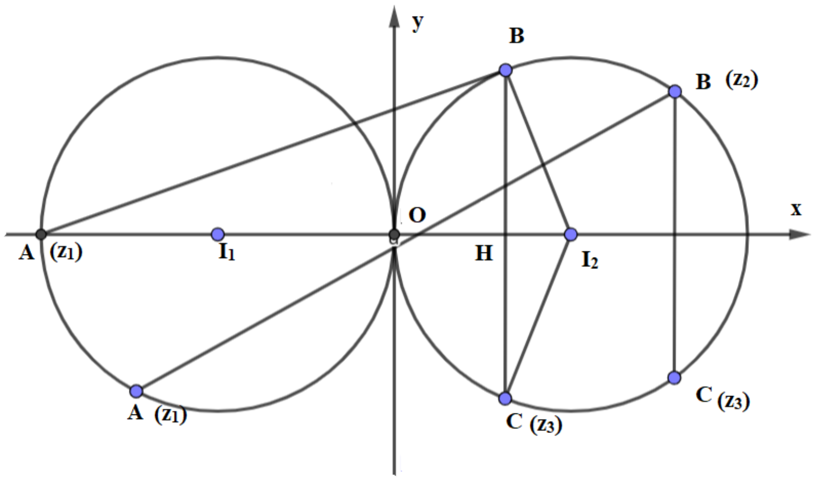
Câu 46. Cho số phức z_1,z_2,z_3, là các số phức cùng thoả mãn điều kiện $|z|^2\le 4.\left|z+\bar{z}+33\right|$. Biết rằng giá trị lớn nhất có thể đạt được của $|z_1-z_2|+|z_2-z_3|+|z_3-z_1|$ là số thực M. Giá trị M thuộc tập hợp nào trong các tập hợp dưới đây?

A. $\left[0;2\left(11+\sqrt{157}\right)\right)$. **B.** $\left[2\left(11+\sqrt{157}\right);2\left(7+\sqrt{274}\right)\right)$.

C. $\left[2\left(7+\sqrt{274}\right);51,2\right)$. **D.** $[51,2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $z = a + bi \Rightarrow |z|^2 \le 4|z + \bar{z}| + 33 \Rightarrow a^2 + b^2 \le 8|a| + 33$

$\Leftrightarrow |a|^2 - 8|a| + 16 + b^2 \le 49 \Leftrightarrow (|a| - 4)^2 + b^2 \le 7^2$

$\Rightarrow z_1, z_2, z_3 \in \begin{cases} (C_1): I_1(4;0), R_1 = 7 \, khi \, x \ge 0 \\ (C_2): I_1(-4;0), R_1 = 7 \, khi \, x < 0 \end{cases}$

Ta có $P = |z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_1| = AB + BC + CA$

* TH1: A, B, C cùng thuộc một trong hai đường tròn $(C_1), (C_2)$

Khi đó: $P = AB + BC + CA = 2R(\sin A + \sin B + \sin C)$

Mà $\sin A + \sin B + \sin C = \sin A + \sin B + \sin(A + B)$

$= \sin A + \sin B + \sin A.\cos B + \cos A.\sin B$

$= \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin B\right) + \sqrt{3}\left(\frac{\sin A}{\sqrt{3}}.\cos B + \cos A.\frac{\sin B}{\sqrt{3}}\right)$

$\le \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sin^2 A + \sin^2 B + \frac{3}{4}.2\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sin^2 A}{3} + \frac{\sin^2 B}{3} + cos^2 A + cos^2 B\right)$

$\le \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Nên $\begin{cases} P \le 2R.\frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}R = 21\sqrt{3} \\ R = 7 = R_{1,2} \end{cases}$

* TH2: Đặc biệt hoá như sau (*)

$A(-11;0), d(A, BC) = AH$

Ta có: $\begin{cases} OH = x \\ BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{49 - x^2} \\ BC = 2\sqrt{49 - x^2} \end{cases}$

$\Rightarrow AH = AO + OH = 11 + x \Rightarrow AB = AC = \sqrt{(11+x)^2 + (49 - x^2)}$

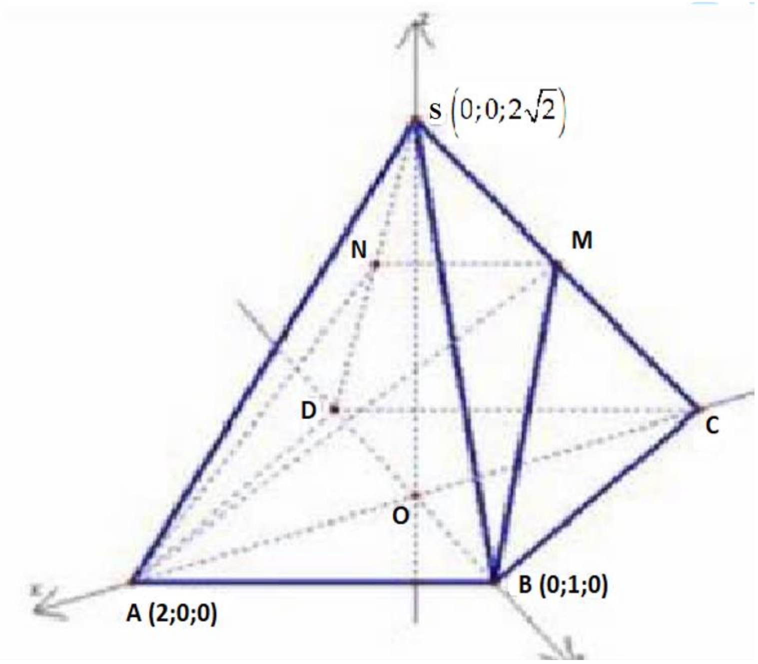
$\Rightarrow M = f(x) = 2\sqrt{(11+x)^2 + (49-x^2)} + 2\sqrt{(49-x^2)} \le \frac{256}{5} = 51,2$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC và BD cắt nhau tại gốc toạ độ O. Biết $A(2;0;0), B(0;1;0), S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC. Mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại N. Tính thể tích hình chóp $S.ABMN$

A. $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = 3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB//MN//CD \Rightarrow N$ là trung điểm của $SD \Rightarrow N\left(0;\frac{-1}{2};\sqrt{2}\right)$

$\overrightarrow{SA} = (2;0;-2\sqrt{2}), \overrightarrow{SM} = (-1;0;-\sqrt{2}), \overrightarrow{SB} = (0;1;-2\sqrt{2}); \overrightarrow{SN} = \left(0;\frac{-1}{2};-\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right] = (0;4\sqrt{2};0)$

$\Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{SB}\right| = \frac{2\sqrt{2}}{3}; V_{S.AMN} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{SN}\right| = \frac{\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \sqrt{2}$

Câu 48. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm hết bài thi bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án trả lời ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được đúng 5 điểm.

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. **B.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.C_{50}^{25}$. **C.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}.A_{50}^{25}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}.C_{50}^{25}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có xác suất để có câu trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất để chọn câu trả lời sai $\frac{3}{4}$

Để được 5 điểm học sinh đó phải trả lời đúng 25 và trả lời sai 25

Xác suất để học sinh đó được 5 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}.\left(\frac{3}{4}\right)^{25}.C_{50}^{25}$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(-20;20)$ thỏa mãn $2+\log_{\sqrt{3}}\left(3x^2+1\right)\le\log_{\sqrt{3}}\left(yx^2-6x+2y\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2+\log_{\sqrt{3}}\left(3x^2+1\right)\le\log_{\sqrt{3}}\left(yx^2-6x+2y\right)$ (1) với mọi $x\in\mathbb{R}$.

ĐKXĐ: $yx^2-6x+2y>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}y>0\\ \Delta'=9-2y^2<0\end{cases}\Leftrightarrow y>\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$(1)\Leftrightarrow\log_{\sqrt{3}}\left(3\left(3x^2+1\right)\right)\le\log_{\sqrt{3}}\left(yx^2-6x+2y\right)$

$\Leftrightarrow3\left(3x^2+1\right)\le yx^2-6x+2y\Leftrightarrow(y-9)x^2-6x+2y-3\ge0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\ bx+c\ge0\end{cases}\\ \begin{cases}a>0\\ \Delta'\le0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=9\\ -6x+15\ge0\ \forall x\in(\text{Loai})\end{cases}\\ \begin{cases}y>9\\ 9-(y-9)(2y-3)\le0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}y>9\\ -2y^2+21y-18\le0\end{cases}\Leftrightarrow y\ge\frac{21+3\sqrt{33}}{4}$$

Do $\begin{cases}y\in(-20;20)\\ y\in\mathbb{Z}\\ y>\frac{3\sqrt{2}}{2}\\ y\ge\frac{21+3\sqrt{33}}{4}\end{cases}\Rightarrow y\in\{10;11;...;18;19\}$

Vậy có 10 số nguyên y thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0;f'(1)=1$ và $10f(x)-5xf'(x)+x^2f''(x)=0$ với mọi $x\in[0;1]$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{15}$. **B.** $-\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $-\frac{1}{17}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $10f(x)-5xf'(x)+x^2f''(x)=0$ với mọi $x\in[0;1]$.

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 10f(x)dx-\int\limits_0^1 5xf'(x)dx+\int\limits_0^1 x^2f''(x)dx=0$

Đặt $I=\int\limits_0^1 f(x)dx$, theo phương pháp tích phân từng phần, ta được:

$$\begin{cases}\int\limits_0^1 xf'(x)dx=xf(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 f(x)dx=-I\\ \int\limits_0^1 x^2f''(x)dx=x^2f'(x)\Big|_0^1-2\int\limits_0^1 xf'(x)dx=1-2(-I)=1+2I\end{cases}$$

$\Rightarrow 10I-5(-I)+1+2I=0\Leftrightarrow I=-\dfrac{1}{17}$

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)dx=-\dfrac{1}{17}$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 15

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT MAI ANH TUẤN – THANH HÓA

Câu 1. Trong không gian cho ba điểm $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(1;1;1)$. **B.** $G(1;1;-2)$. **C.** $G(2;0;-1)$. **D.** $G(1;2;1)$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3-x+1$. **B.** $y=x^4+x^2+2$. **C.** $y=x^3+x-2$. **D.** $y=x^2+x+2$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 234$ là:

A. $x<7$. **B.** $x\le 7$. **C.** $x\ge 7$. **D.** $2\le x\le 7$.

Câu 5. Giá trị $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a>0$ và $a\ne 1$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 7. Diện tích toàn phần của hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **D.** πa^2.

Câu 8. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$ là

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+5=0$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **B.** $\int a^x\mathrm{d}x=a^x\ln a+C$.

C. $\int e^x\mathrm{d}x=\frac{1}{e^{-x}}+C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x^2}+C$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-\frac{1}{2}$. **C.** $y=\frac{1}{2}$. **D.** $y=-1$.

Câu 11. Phương trình $z^2+3z+9=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2. Tính $S=z_1z_2+z_1+z_2$

A. $S=-12$. **B.** $S=-6$. **C.** $S=6$. **D.** $S=12$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-4t\\z=5t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $\left(2;-1;0\right)$. **B.** $\left(8;9;10\right)$. **C.** $\left(3;-4;5\right)$. **D.** $\left(5;5;5\right)$.

Câu 15. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ biết $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_3 là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 16. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

A. $x=11$. **B.** $x=21$. **C.** $x=13$. **D.** $x=3$.

Câu 17. Chi đoàn $12A$ có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất một đoàn viên nữ.

A. $\frac{46}{57}$. **B.** $\frac{251}{285}$. **C.** $\frac{11}{7}$. **D.** $\frac{110}{570}$.

Câu 18. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\left(cm^2\right)$ và bán kính đáy $\frac{1}{2}(cm)$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. $3(cm)$. **B.** $4(cm)$. **C.** $2(cm)$. **D.** $1(cm)$.

Câu 19. Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

A. 3. **B.** 7. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 5.

Câu 20. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{6}}$. **D.** a^{5}.

Câu 21. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh?

A. $7!$. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** $2!$.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm A $-1;0;0$, B $0;2;0$ và C $0;0;3$. Mặt phẳng ABC có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x^3-3x^2-12x+10$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$

A. $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=1$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=20$. **C.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=17$. **D.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=10$.

Câu 25. Tính tích phân $\int\limits_{-1}^{2}\left(-x^3+2\right)dx$ bằng

A. $-\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** $-\dfrac{7}{4}$.

Câu 26. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;9\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^9 f\left(x\right)dx=8, \int\limits_4^7 f\left(x\right)dx=3$. Khi đó giá trị của $P=\int\limits_0^4 f\left(x\right)dx+\int\limits_7^9 f\left(x\right)dx$ là:

A. $P=11$. **B.** $P=5$. **C.** $P=20$. **D.** $P=9$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2-2i$. **B.** $z=-2+2i$. **C.** $z=2+2i$. **D.** $z=-2-2i$.

Câu 28. Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=0$. **B.** $y=3$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 29. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4)=4$

A. $\{12\}$. **B.** $\{-4;12\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{4;8\}$.

Câu 30. Biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int_0^2[2x+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 31. Cho hai số thực x, y thoả mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó, giá trị của x và y là:

A. $x=3; y=\frac{1}{2}$. **B.** $x=3; y=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=3i; y=\frac{1}{2}$. **D.** $x=3; y=2$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=x+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}x^2+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=2x^2+x+C$.

C. $\int f(x)dx=x^2+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 33. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. 90. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 34. Tập xác định của hàm số $y=\ln(-x^2+5x-6)$ là

A. $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[2;3]$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$
và $C(0;0;4)$.

A. $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y+4z=0$. **B.** $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-x+2y-4z=0$. **D.** $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-8z=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc ABC của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-2;11;1)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{2};-2;1\right)$.

Câu 37. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+m$. Tìm để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị và trụ hoành có phần phía trên trục hoành là S_1, phần phía dưới trục hoành là S_2, S_3 có diện tích bằng nhau $S_1 = S_2 + S_3$. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên $b > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị của biểu thức $S = a - b$ là:

A. 2. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM.

A. $d = \frac{2a}{3}$. **B.** $d = \frac{a}{3}$. **C.** $d = \frac{a}{6}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 1 + 2i$, $z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S

A. $S = \frac{21}{2}$. **B.** $S = \frac{19}{2}$. **C.** $S = \frac{23}{2}$. **D.** $S = \frac{17}{2}$.

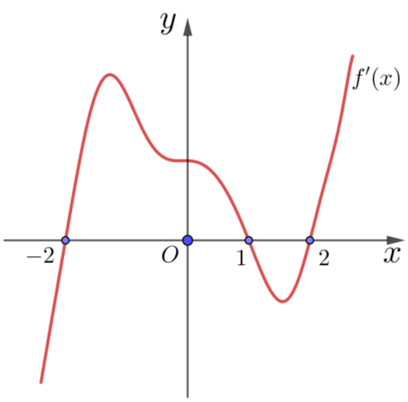
Câu 40. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z - 1| = \sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{130}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 41. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x + y) \ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-2) < f(2) = 0$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $45°$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 46. Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=5$:

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 47. Cho $\int_0^1 \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}}dx=ae+b\ln(e+c)$ với $a;b;c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$:

A. $P=-2$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

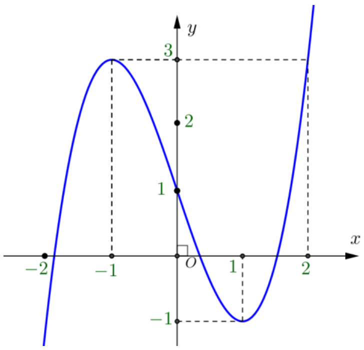
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB=2a$; $AD=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy; $SA=a\sqrt{3}$. Tính c«sin của góc giữa SC và mặt đáy.

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;5;7), C(-3;1;4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $D(0;8;8)$. **B.** $D(6;6;0)$. **C.** $D\left(0;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $D(-4;-2;-6)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 2021.



A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2000.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.B	5.C	6.C	7.B	8.C	9.C	10.A
11.C	12.D	13.D	14.A	15.C	16.B	17.A	18.B	19.D	20.A
21.C	22.A	23.D	24.C	25.B	26.B	27.D	28.D	29.A	30.C
31.A	32.A	33.B	34.C	35.C	36.C	37.D	38.A	39.D	40.A
41.A	42.A	43.B	44.C	45.B	46.C	47.A	48.B	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian cho ba điểm $A(5;-2;0)$, $B(-2;3;0)$, $C(0;2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(1;1;1)$. **B.** $G(1;1;-2)$. **C.** $G(2;0;-1)$. **D.** $G(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{5+(-2)+0}{3}=1 \\ y_G=\dfrac{-2+3+2}{3}=1 \\ z_G=\dfrac{0+0+3}{3}=1 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;1)$$

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.a^2=a^3$ (đvtt)

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3-x+1$. **B.** $y=x^4+x^2+2$. **C.** $y=x^3+x-2$. **D.** $y=x^2+x+2$.

Lời giải

Chọn C

- Vì hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ nên loại B và **D.**

- Xét đáp án C, ta có: $y'=3x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên chọn C

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 234$ là:

A. $x<7$. **B.** $x\le 7$. **C.** $x\ge 7$. **D.** $2\le x\le 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-2}\le 234\Leftrightarrow x-2\le \log_3 243\Leftrightarrow x\le 7$

Câu 5. Giá trị $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a>0$ và $a\ne 1$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

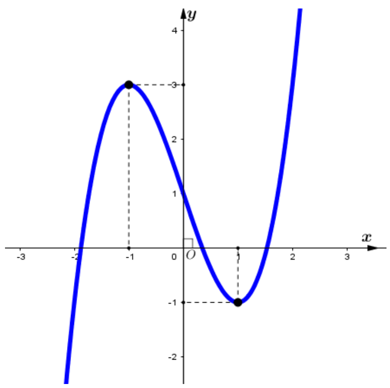
$\log_a \frac{1}{a^3}=\log_a a^{-3}=-3$.

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^4-2x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn C



Loại đáp án **A, B** vì đây là đồ thị hàm số bậc 3 với $a>0$.

Thay điểm $M(-1;3)$ vào hai hàm số còn lại ta thấy chỉ có đáp án **C** thỏa mãn nên loại đáp án **D.**

Câu 7. Diện tích toàn phần của hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **D.** πa^2.

Lời giải

Chọn B

Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên bán kính đáy của hình trụ $r=\frac{a}{2}$ và độ dài đường sinh $l=a$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$S_{tp}=S_{xq}+2S_đ=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi.\frac{a}{2}.a+2\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 8. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$ là

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+5=0$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$ là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **B.** $\int a^x\mathrm{d}x=a^x\ln a+C$.

C. $\int e^x\mathrm{d}x=\frac{1}{e^{-x}}+C$. **D.** $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C=\frac{1}{e^{-x}}+C$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-\frac{1}{2}$. **C.** $y=\frac{1}{2}$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x-1}{2x+1}=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 11. Phương trình $z^2+3z+9=0$ có hai nghiệm phức z_1,z_2. Tính $S=z_1z_2+z_1+z_2$

A. $S=-12$. **B.** $S=-6$. **C.** $S=6$. **D.** $S=12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S=z_1z_2+z_1+z_2=9+(-3)=6$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $y=f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\ y=-1-4t\\ z=5t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(8;9;10)$. **C.** $(3;-4;5)$. **D.** $(5;5;5)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $t=0\Rightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-1.\\ z=0\end{cases}$

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_3 là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2; n \in \mathbb{N}$. Suy ra $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2.5 = 12$.

Câu 16. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 11$. **B.** $x = 21$. **C.** $x = 13$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > 5$

$\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21 (tm)$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 21$.

Câu 17. Chi đoàn $12A$ có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất một đoàn viên nữ.

A. $\dfrac{46}{57}$. **B.** $\dfrac{251}{285}$. **C.** $\dfrac{11}{7}$. **D.** $\dfrac{110}{570}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ"

$\Rightarrow \overline{A}$ " Chọn 3 đoàn viên không có đoàn viên nữ"

$\Rightarrow n(\overline{A}) = C_{12}^3$.

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{11}{57} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{46}{57}.$$

Câu 18. Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi (cm^2)$ và bán kính đáy $\frac{1}{2}(cm)$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. $3(cm)$. **B.** $4(cm)$. **C.** $2(cm)$. **D.** $1(cm)$.

Lời giải

Chọn B

$$S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{2\pi}{\pi \frac{1}{2}} = 4(cm).$$

Câu 19. Tính môđun của số phức $z = 3 + 4i$.

A. 3. **B.** 7. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z|=|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 20. Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{6}}$. **D.** a^{5}.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 21. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh?

A. $7!$. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** $2!$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh là C_7^2 (cách chọn).

Câu 22. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\neq -2$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số và trục hoành:

$\dfrac{2x-1}{x+2}=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (thỏa điều kiện).

Vậy giao điểm cần tìm là $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A\ -1;0;0$, $B\ 0;2;0$ và $C\ 0;0;3$. Mặt phẳng ABC có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng ABC đi qua 3 điểm $A\ -1;0;0$, $B\ 0;2;0$ và $C\ 0;0;3$ có phương trình là:

$\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x^3-3x^2-12x+10$ trên đoạn $[-3;3]$

A. $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=1$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=20$. **C.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=17$. **D.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=10$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số trên đoạn $[-3;3]$.

Ta có: $f'(x)=6x^2-6x-12$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

$f'(-3)=-35$, $f'(-1)=17$, $f'(2)=-10$, $f'(3)=1$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17$.

Câu 25. Tính tích phân $\int\limits_{-1}^{2}(-x^3+2)dx$ bằng

A. $-\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $-\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_{-1}^{2}(-x^3+2)dx=\left.\left(-\frac{x^4}{4}+2x\right)\right|_{-1}^{2}=(-4+4)-\left(-\frac{1}{4}-2\right)=\frac{9}{4}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ thỏa mãn $\int\limits_0^9 f(x)dx=8,\int\limits_4^7 f(x)dx=3$. Khi đó giá trị của $P=\int\limits_0^4 f(x)dx+\int\limits_7^9 f(x)dx$ là:

A. $P=11$. **B.** $P=5$. **C.** $P=20$. **D.** $P=9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_0^9 f(x)dx=\int\limits_0^4 f(x)dx+\int\limits_4^7 f(x)dx+\int\limits_7^9 f(x)dx$

$\Rightarrow P=\int\limits_0^4 f(x)dx+\int\limits_7^9 f(x)dx=\int\limits_0^9 f(x)dx-\int\limits_4^7 f(x)dx=8-3=5$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2-2i$. **B.** $z=-2+2i$. **C.** $z=2+2i$. **D.** $z=-2-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=z_1+z_2=2+3i+(-4-5i)=-2-2i$.

Câu 28. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=0$. **B.** $y=3$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-1$.

Câu 29. Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4)=4$

A. $\{12\}$. **B.** $\{-4;12\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{4;8\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(x+4)=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4>0 \\ x+4=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \\ x=12 \end{cases} \Leftrightarrow x=12$.

Câu 30. Biết $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int\limits_0^2\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=x^2\,\big|_0^2+4=8$.

Câu 31. Cho hai số thực x, y thoả mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó, giá trị của x và y là:

A. $x=3; y=\frac{1}{2}$. **B.** $x=3; y=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=3i; y=\frac{1}{2}$. **D.** $x=3; y=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x+2i=3+4yi \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ 2=4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=x+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}x^2+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=2x^2+x+C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 + x + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)dx = \int (x+1)dx = \frac{1}{2}x^2 + x + C$.

Câu 33. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. 90. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = h.B = 5.6 = 30$.

Câu 34. Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $(-\infty;2] \cup [3;+\infty)$. **B.** $[2;3]$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

- Hàm số đã cho xác định khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow x \in (2;3)$.
- Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2;3)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.

Lời giải

Chọn C

- Gọi phương trình của mặt cầu (S) là:

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$.

Do mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$ nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases} d = 0 \\ 1 - 2a + d = 0 \\ 4 + 4b + d = 0 \\ 16 - 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$).

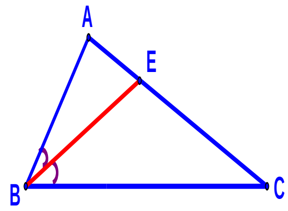
◆ Vậy phương trình của mặt cầu (S) là: $(S): x^2+y^2+z^2-x+2y-4z=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc ABC của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-2;11;1)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{2};-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn C



◆ Gọi $E(x;y;z)$ chân đường phân giác trong góc ABC của tam giác ABC.

Ta có $AB=\sqrt{26}, BC=2\sqrt{26}$.

◆ Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{AE}{EC}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2} \Rightarrow EC=2AE$

$$\Rightarrow \overrightarrow{EC}=2\overrightarrow{AE} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-x=2(x-1) \\ 7-y=2(y-2) \\ 5-z=2(z+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=\frac{11}{3} \\ z=1 \end{cases}.$$

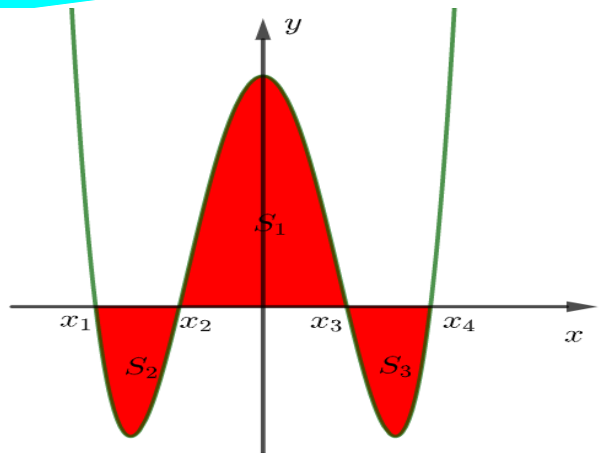
◆ Vậy $E\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Câu 37. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+m$. Tìm để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị và trụ hoành có phần phía trên trục hoành là S_1, phần phía dưới trục hoành là S_2, S_3 có diện tích bằng nhau $S_1=S_2+S_3$. Khi đó $m=\frac{a}{b}$ (với a,b là các số nguyên $b>0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị của biểu thức $S=a-b$ là:

A. 2. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là $x^4-4x^2+m=0$. (1)

Đặt $t=x^2$, phương trình trở thành $t^2-4t+m=0$. (2)

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì phương trình (2) phải có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4-m>0\\ 4>0\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<4$.

Khi đó pt (2) có hai nghiệm t_1,t_2, tức là pt (1) có 4 nghiệm lần lượt là: $x_1=-\sqrt{t_2}$; $x_2=-\sqrt{t_1}$; $x_3=\sqrt{t_1}$; $x_4=\sqrt{t_2}$.

Theo đề bài $S_1=S_2+S_3 \Rightarrow \frac{1}{2}S_1=S_3 \Rightarrow \int_0^{x_3}\left(x^4-4x^2+m\right)dx=-\int_{x_3}^{x_4}\left(x^4-4x^2+m\right)dx$

$\Leftrightarrow \int_0^{x_3}\left(x^4-4x^2+m\right)dx+\int_{x_3}^{x_4}\left(x^4-4x^2+m\right)dx=0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4}\left(x^4-4x^2+m\right)dx=0$

$\Leftrightarrow \frac{x_4^5}{5}-\frac{4x_4^3}{3}+mx_4=0 \Leftrightarrow \frac{x_4^4}{5}-\frac{4x_4^2}{3}+m=0$.

Mặt khác x_4 là nghiệm của phương trình (1) nên $x_4^4-4x_4^2+m=0$.

Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{x_4^4}{5}-\frac{4x_4^2}{3}+m=0\\ x_4^4-4x_4^2+m=0\end{cases}$ ta được $\begin{cases}x_4^2=\frac{10}{3}\\ m=\frac{20}{9}\end{cases}$.

Vậy $S=20-9=11$.

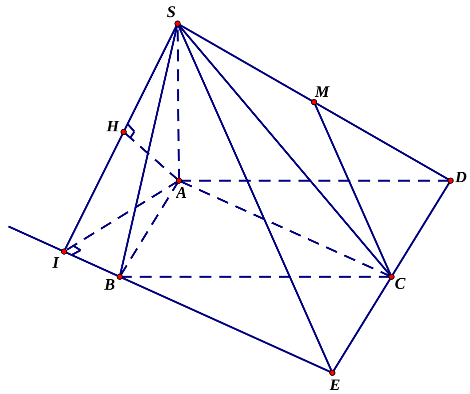
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA=2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM.

A. $d=\frac{2a}{3}$. **B.** $d=\frac{a}{3}$. **C.** $d=\frac{a}{6}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Phương pháp hình học cổ điển



Gọi E là điểm đối xứng với D qua C.

$\Rightarrow$ CM là đường trung bình của ΔSED $\Rightarrow CM // (SBE)$.

$\Rightarrow d(CM;SB) = d(CM;(SBE)) = d(C;(SBE))$

$= d(A;(SBE))$ (vì $AC // (SBE)$)

Kẻ $AI \perp BE$ và $AH \perp SI$, từ đó suy ra $AH \perp (SBE)$

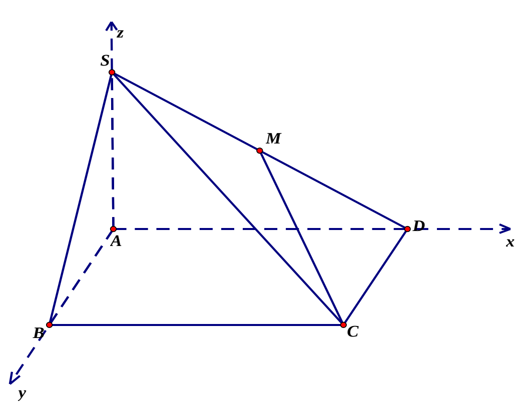
$\Rightarrow d(A;(SBE)) = AH = \dfrac{SA.AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}}$.

Trong đó $SA = 2a; AI = d(A;BE) = d(B;AC) = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\Rightarrow d(CM;SB) = d(A;(SBE)) = AH = \frac{2a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{2}}} = \frac{2a}{3}.$$

Cách 2: Phương pháp tọa độ trong không gian

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Ta có: $A(0;0;0), B(0;1;0), C(1;1;0), D(1;0;0), S(0;0;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{CM}=\left(-\frac{1}{2};-1;1\right), \overrightarrow{SB}=(0;1;-2), \overrightarrow{SC}=(1;1;-2)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{CM};\overrightarrow{SB}\right]=\left(1;-1;-\frac{1}{2}\right)$

Ta có $\frac{\left|\left[\overrightarrow{CM};\overrightarrow{SB}\right].\overrightarrow{SC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{CM};\overrightarrow{SB}\right]\right|}=\frac{|1-1+1|}{\sqrt{1+1+\frac{1}{4}}}=\frac{2}{3}$.

Vậy $d(CM;SB)=\frac{2a}{3}$.

Câu 39. Trong mặt phẳng phức, gọi A,B,C,D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1=-1+i$, $z_2=1+2i$, $z_3=2-i, z_4=-3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S

A. $S=\frac{21}{2}$. **B.** $S=\frac{19}{2}$. **C.** $S=\frac{23}{2}$. **D.** $S=\frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A(-1;1), B(1;2), C(2;-1), D(0;-3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1)\Rightarrow AB=\sqrt{5}$

$\overrightarrow{BC}=(1;-3)\Rightarrow BC=\sqrt{10}$

$\overrightarrow{AC}=(3;-2)\Rightarrow AC=\sqrt{13}$

$\overrightarrow{AD}=(1;-4)\Rightarrow AD=\sqrt{17}$

$\overrightarrow{CD}=(-2;-2)\Rightarrow CD=2\sqrt{2}$

Áp dụng công thức Herong ta tính được $S_{\Delta ABC}=\frac{7}{2}; S_{\Delta ACD}=5\Rightarrow S_{ABCD}=\frac{7}{2}+5=\frac{17}{2}$.

Câu 40. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau $|z-1|=\sqrt{34}$, $|z+1+mi|=|z+m+2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1-z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị của $|z_1+z_2|$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $\sqrt{130}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $z=a+bi$, với $a,b\in\mathbb{R}$.

Khi đó: $\begin{cases} |z-1|=\sqrt{34}\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=34 \\ |z+1+mi|=|z+m+2i|\Leftrightarrow (m-1)x-(m-2)y+3=0 \end{cases}$.

Do $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất nên đường thẳng $(d):(m-1)x-(m-2)y+3=0$ đi qua tâm của đường tròn $(x-1)^2+y^2=34$, tức đi qua điểm $(1;0)$. Suy ra: $m=-2 \Rightarrow (d):-3x+4y+3=0$.

Xét hệ: $\begin{cases}(x-1)^2+y^2=34\\-3x+4y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1+\dfrac{4\sqrt{34}}{5}\\ y=\dfrac{3\sqrt{34}}{5}\end{cases}\\ \begin{cases}x=1-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}\\ y=\dfrac{-3\sqrt{34}}{5}\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases}z_1=1+\dfrac{4\sqrt{34}}{5}+\dfrac{3\sqrt{34}}{5}i\\ z_2=1-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}-\dfrac{3\sqrt{34}}{5}i\end{cases} \Rightarrow |z_1+z_2|=2$.

Câu 41. Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{8}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}2x+y>0\\0<x^2+2y^2\ne 1\end{cases}$.

Trường hợp 1: $x^2+2y^2>1$, khi đó: $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\ge 1 \Leftrightarrow 2x+y\ge x^2+2y^2$.

Đặt $z=\sqrt{2}y$, khi đó: $\begin{cases}2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}}=T\\ x^2+z^2>1\\ (x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\le\dfrac{9}{8}\end{cases}$.

Tập hợp những điểm tọa độ $(x;z)$ thuộc hình tròn $(C_2):(x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{9}{8}$ nhưng nằm ngoài hình tròn $(C_1):x^2+z^2=1$.

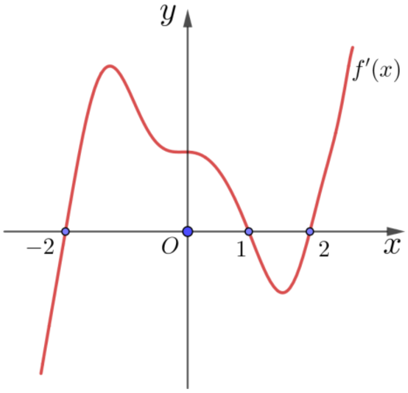
Vậy: Để T đạt giá trị lớn nhất khi đường thẳng $(d):2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}}-T=0$ là tiếp tuyến của đường tròn $(C_2):(x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{9}{8}$ có tâm là $I\left(1;\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ và bán kính $R=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$.

Tức là: $d(I,(d))=R \Leftrightarrow \left|2+\dfrac{1}{4}-T\right|=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}.\sqrt{2^2+\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}T=0\ \text{(L)}\\ T=\dfrac{9}{2}\end{array}\right.$.

Trường hợp 2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$, khi đó $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x + y \leq x^2 + 2y^2 \Leftrightarrow T < 1$ (L).

Vậy: $T_{\max} = \dfrac{9}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-2) < f(2) = 0$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left| f(x) + \dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

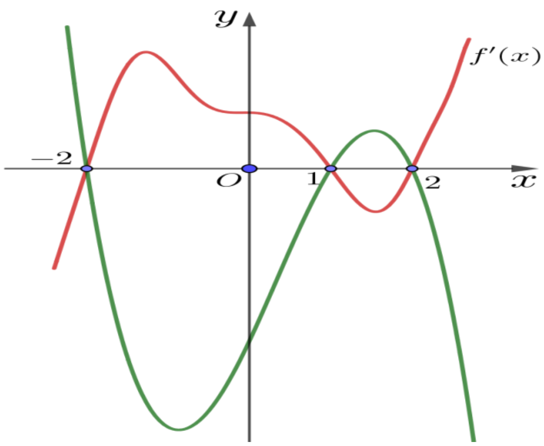
Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = f(x) + \dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$.

Khi đó: $h'(x) = f'(x) + x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$.

Xét hàm số $k(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$, khi đó ta được đồ thị hàm số của $f'(x)$ và $k(x)$ trên mặt phẳng tọa độ.



Suy ra: $f'(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)<0$	↗	$f(1)$	↘	$f(2)=0$	↗	$+\infty$

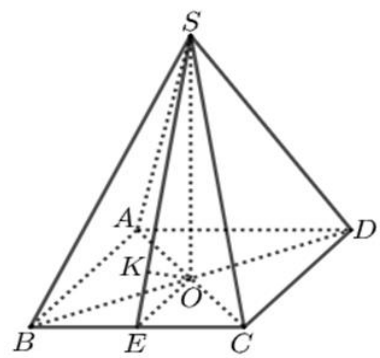
Suy ra: Hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 5 cực trị.

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của BC ta có: $\begin{cases} BC\perp OE \\ BC\perp SO \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SOE)\Rightarrow BC\perp SE$.

$\Rightarrow ((SBC);(ABC))=(SE;OE)=SEO=45°$ (do ΔSEO vuông tại O).

Trong (SOE) kẻ $OK\perp SE\Rightarrow OK\perp(SBC)\Rightarrow OK=1$

$\Rightarrow OE=\dfrac{OK}{\cos 45°}=\sqrt{2}\Rightarrow AB=2OE=2\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABCD}=8$.

$SO=OE.\tan 45°=\sqrt{2}$.

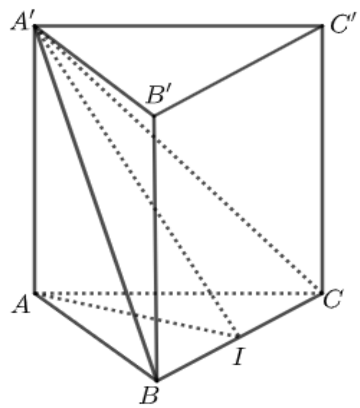
Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.\sqrt{2}.8=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $45°$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hinh lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2\pi a^2$. **B.** $\dfrac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC ta có: $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$

$\Rightarrow ((A'BC);(ABC)) = (A'I;AI) = A'IA = 45^\circ$ (do $\Delta A'IA$ vuông tại A).

Gọi $AI = x \Rightarrow AA' = x$; $BC = \dfrac{2x}{\sqrt{3}}$; $A'I = x\sqrt{2}$.

$S_{\Delta A'IA} = \dfrac{1}{2}.A'I.BC = \dfrac{1}{2}.x\sqrt{2}.\dfrac{2x}{\sqrt{3}} = \dfrac{x^2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{3}$.

$r_t = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{2}{3}a\sqrt{3}$; $h_t = AA' = AI = a\sqrt{3}$.

$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\dfrac{2}{3}a\sqrt{3}.a\sqrt{3} = 4\pi a^2$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi điểm $N(x;y;z)$.

Ta có O, M, N thẳng hàng $\Rightarrow OM.ON = 12 \Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON} = 12 \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \dfrac{12}{\overrightarrow{ON}} = \dfrac{12}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$

$= \dfrac{12}{x^2+y^2+z^2}(x;y;x) \Rightarrow M\left(\dfrac{12x}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{12y}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{12z}{x^2+y^2+z^2}\right)$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

Do $M\in(ABC)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (ABC) ta có:

$$6\frac{12x}{x^2+y^2+z^2}+3\frac{12y}{x^2+y^2+z^2}+2\frac{12z}{x^2+y^2+z^2}-12=0 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-\left(x^2+y^2+z^2\right)=0$$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$.

Vậy khi M thay đổi trên (ABC) thì N luôn thuộc mặt cầu tâm $I\left(3;\frac{3}{2};1\right)$, bán kính

$R=\sqrt{9+\frac{9}{4}+1}=\frac{7}{2}$.

Câu 46. Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=5$:

A. 1. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=5 \Leftrightarrow \log_2\left(x+\frac{1}{2x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=5 \;\; (1)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+2^t$ trên $(0;+\infty)$

$f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+2^t.\ln 2>0,\; \forall t>0 \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Mà $f(2)=5$

Do đó $(1) \Leftrightarrow f\left(x+\frac{1}{2x}\right)=f(2) \Leftrightarrow x+\frac{1}{2x}=2 \Leftrightarrow 2x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ x=\frac{2-\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

Vậy tích tất cả các nghiệm thực của phương trình đã cho là $x_1x_2=\frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho $\int_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)e^x}{x+e^{-x}}dx=ae+b\ln(e+c)$ với $a;b;c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$:

A. $P=-2$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A

Xét $I=\int_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)e^x}{x+e^{-x}}dx=\int_0^1 \frac{xe^x.(x+1)e^x}{xe^x+1}dx$

Đặt $xe^x+1=t \Rightarrow xe^x=t-1 \Rightarrow (x+1)e^x dx=dt$

Với $x=0 \Rightarrow t=1$

$x=1 \Rightarrow t=e+1$

$\Rightarrow I=\int_1^{e+1}\frac{t-1}{t}dt=\int_1^{e+1}\left(1-\frac{1}{t}\right)dt=(t-\ln t)\Big|_1^{e+1}=e-\ln(e+1)$

$\Rightarrow a=1;\ b=-1;\ c=1.$

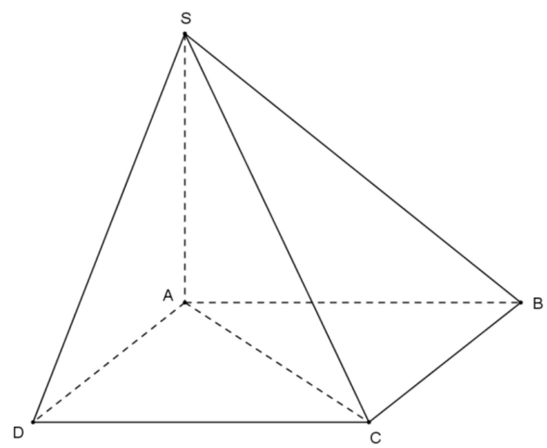
Vậy $P=a+2b-c=-2$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB=2a$; $AD=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy; $SA=a\sqrt{3}$. Tính c«sin của góc giữa SC và mặt đáy.

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=a\sqrt{5}$; $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=2a\sqrt{2}$

Do $SA\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$

$\Rightarrow (SC;(ABCD))=(SC;AC)=\widehat{SCA}$ (do tam giác SAC vuông tại A)

Vậy $\cos(SC;(ABCD))=\cos\widehat{SCA}=\frac{AC}{SC}=\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;5;7), C(-3;1;4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $D(0;8;8)$. **B.** $D(6;6;0)$. **C.** $D\left(0;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $D(-4;-2;-6)$.

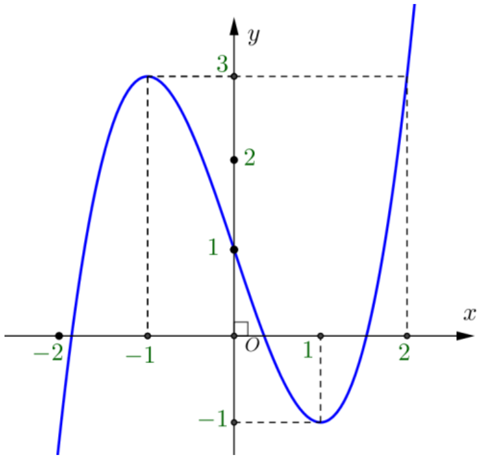
Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{AD}=(x-1;y-2;z+3)$, $\overrightarrow{BC}=(-5;-4;-3)$.

$ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=-5\\y-2=-4\\z+3=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-4\\y=-2\\z=-6\end{cases}\Rightarrow D(-4;-2;-6)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 2021.



A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2000.

Lời giải

Chọn A

$g'(x)=\left(6x^2+1\right).f'\left(2x^3+x-1\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(2x^3+x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3+x-1=-1\\2x^3+x-1=1\end{array}\right.$ (Do $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$)

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2x^3+x=0 & (1)\\2x^3+x-2=0 & (2)\end{array}\right.$

Phương trình (1) có nghiệm $x=0$.

Xét $h(x)=2x^3+x-2$ có $h(0)=-2,\ h(1)=1\Rightarrow h(0)h(1)<0$, hơn nữa $h(x)$ liên tục trên $[0;1]$ nên $2x^3+x-2=0$ luôn có nghiệm $a\in(0;1)$.

$h'(x)=6x^2+1>0\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $(0;1)$

Vậy trên $(0;1)$ phương trình $2x^3+x-2=0$ có nghiệm duy nhất $x=a\in(0;1)$.

Ta có :

$g(0)=f(-1)+m=3+m;\ \ g(1)=f(2)+m=3+m$

$g(a)=f\left(2a^3+a-1\right)+m=f\left(\underbrace{2a^3+a-2}_{0}+1\right)+m=f(1)+m=-1+m$.

Vậy $\underset{[0;1]}{Min}\, g\left(x\right) = -1 + m = 2021 \Leftrightarrow m = 2022$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 16

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN AMSTERDAM – HÀ NỘI

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = 2020 - 2021i$ là

A. $\overline{z} = -2020 + 2021i$. **B.** $\overline{z} = -2020 - 2021i$.

C. $\overline{z} = 2020 - 2021i$. **D.** $\overline{z} = 2020 + 2021i$.

Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c tuỳ ý, $a \neq 1, c \neq 1$ và $\alpha \neq 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$. **B.** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. **D.** $\log_a b.\log_c a = \log_c b$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_5(4 - x) = 2$ là:

A. -21. **B.** -6. **C.** 29. **D.** -28.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

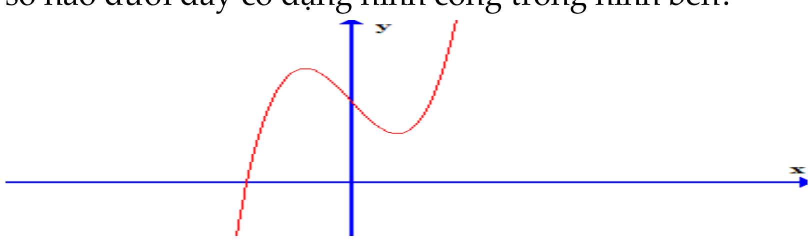
A. -2. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + x^2$ là

A. $F(x) = e^{2x} + \frac{x^3}{3} + C$. **B.** $F(x) = 2e^{2x} + 2x + C$.

C. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$. **D.** $F(x) = e^{3x} + x^3 + C$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng hình cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 + 2x + 2$. **D.** $y = x^3 - 2x + 2$.

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;0]$.

A. $\max\limits_{[-1;0]} y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $\max\limits_{[-1;0]} y=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $\max\limits_{[-1;0]} y=-2$. **D.** $\max\limits_{[-1;0]} y=2$.

Câu 8. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y=\log_x(3-x)$.

A. $(0;3)$. **B.** $(0;3)\setminus\{1\}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 9. Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_3=6$, $u_4=2$. Tìm công bội q của cấp số nhân

A. $q=2$. **B.** $q=4$. **C.** $q=\dfrac{1}{3}$. **D.** $q=-4$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oxz)?

A. $z=0$. **B.** $x-z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;3;-5)$ và đi qua điểm $A(-2;3;1)$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=45$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=3\sqrt{5}$.

C. $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-5)^2=3\sqrt{5}$. **D.** $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-5)^2=45$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=4+2i$. Số phức z_2-z_1 bằng:

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $3+5i$. **D.** $3-5i$.

Câu 13. Cho khối cầu có đường kính $d=6$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng:

A. 36π. **B.** 32π. **C.** 48π. **D.** 288π.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{5}\right)^x\le\dfrac{25}{4}$ là:

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

A. 16π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-y}{3}=\dfrac{z+1}{4}$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(2;3;4)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3;4)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;4)$.

Câu 17. Giải phương trình $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=k2\pi; x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi; x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi; x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 19. Một hộp đựng 6 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ có kích thước và trọng lượng khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 viên bi có đủ hai màu?

A. 426. **B.** 455. **C.** 545. **D.** 462.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x+2}$ là:

A. $y=3$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 21. Ông Bình dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,5\%$ một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x\in\mathbb{N}$) ông Bình gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 140 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 150 triệu đồng. **D.** 145 triệu đồng.

Câu 22. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Số nghiệm có giá trị nhỏ hơn 2 của phương trình $3^{x^2-4}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-4}$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Nhiều hơn 2.

Câu 24. Cho $\int_0^6 f(x)dx=-1$. Tích phân $\int_0^6 [2f(x)-3x]dx$ bằng:

A. -54. **B.** -36. **C.** -34. **D.** -56.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, biết $A(-4;6)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của z bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -6.

Câu 26. Kí hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+15=0$. Giá trị của $z_1{}^2+z_2{}^2$ bằng:

A. 12. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 8.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-5)$ và $B(3;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là:

A. $2x-y+3z-5=0$. **B.** $2x-y+3z+5=0$. **C.** $-4x+y+z+5=0$. **D.** $4x+y+z-5=0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=-2-5t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+29}{-1}$. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'.

A. d cắt d'.
B. d chéo d'
C. d song song với d'.
D. d trùng với d'.

Câu 29. Cho $\int\limits_0^1 \dfrac{x\mathrm{d}x}{(2x+1)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a-b+c$ bằng:

A. $\dfrac{1}{4}$.
B. $-\dfrac{1}{3}$.
C. $\dfrac{1}{12}$.
D. $\dfrac{5}{12}$.

Câu 30. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 24 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích khối chóp $A.BCG$

A. 8.
B. 6.
C. 15.
D. 4.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-3y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Gọi E là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P). Tính độ dài đoạn thẳng OE

A. $OE=2\sqrt{14}$.
B. $OE=\sqrt{65}$.
C. $OE=2\sqrt{5}$.
D. $OE=\sqrt{37}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y-z-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Tính $\sin\varphi$

A. $\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{26}}{13}$.
B. $\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{42}}{21}$.
C. $\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{22}}{11}$.
D. $\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{66}}{33}$.

Câu 33. Giả sử $I=\int\limits_1^e x^3\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{3e^a+1}{b}$ với a,b là các số nguyên dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $ab=46$.
B. $a-b=12$.
C. $ab=64$.
D. $a-b=4$.

Câu 34. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-15$, $x=15$.

A. $S=2250$.
B. $S=1593$.
C. $S=2259$.
D. $S=2925$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$ và điểm $M(9;7;4)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt đường thẳng d tại điểm E có tọa độ nguyên và $ME=10$. Khi đó đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=9+3t \\ y=7 \\ z=4+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=9+3t \\ y=7+t \\ z=4+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=9-3t \\ y=7 \\ z=4+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=9-3t \\ y=7-t \\ z=4+4t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAD là tam giác vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của cạnh SB. Biết $SD=2\sqrt{3}$, tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD).

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y-2z-9=0$ và mặt cầu (S) có phương trình: $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-5)^2=100$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Tính r:

A. $r=8$. **B.** $r=4$. **C.** $r=6$. **D.** $r=10$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2021}{x+m}$ nghịch biến trên $[0;+\infty)$?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** Vô số.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng h và đáy là tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng a. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho:

A. $V=\pi a^2h$. **B.** $V=\frac{\pi a^2h}{3}$. **C.** $V=\frac{\pi a^2h}{4}$. **D.** $V=\frac{\pi a^2h}{2}$.

Câu 40. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2^2 x+4\log_2 x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[-4;+\infty)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $[-2;0]$. **D.** $[-4;0)$.

Câu 41. Kí hiệu V_1,V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-2x+1$ và đường cong $y=-2x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $V_1=V_2$. **B.** $V_1=4V_2$. **C.** $V_1<V_2$. **D.** $V_1>V_2$.

Câu 42. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;\ldots;9\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số tự nhiên từ A. Tính xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{7}{24}$. **D.** $\frac{7}{90}$.

Câu 43. Tìm x để các giá trị $\ln 9$; $\ln(9^x-1)$; $\ln(9^x+3)$ lập thành một cấp số cộng.

A. $x=\frac{1}{81}$. **B.** $x=\log_9 13$. **C.** $x=9$. **D.** $x=\log_9 2$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{13}$. Biết rằng các điểm biểu diễn của số phức $w=(2+3i)z-i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường trong đó.

A. $r=13$. **B.** $r=4$. **C.** $r=5$. **D.** $r=9$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến tại một điểm M bất kì của (C) luôn cắt hai tiệm cận của (C) tại A và B. Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{7}$.

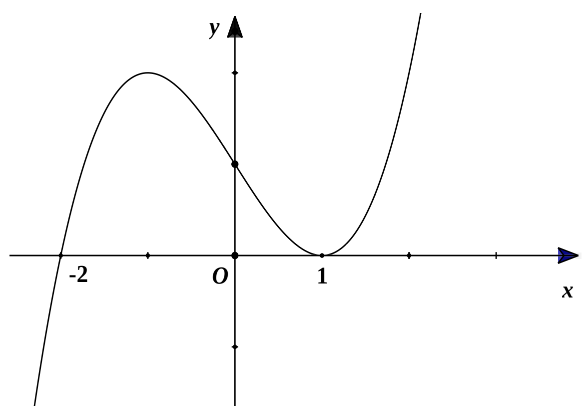
Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=m\sin 2x+2x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $|m|\ge 1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $|m|\le 1$. **D.** $m<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^2 \dfrac{f'(x)dx}{x+2}=3$ và $f(2)-2f(0)=4$. Tính tích phân $I=\int_0^1 \dfrac{f(2x)dx}{(x+1)^2}$.

A. $I=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-2$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



Hàm số $g(x)=f(-x^2+5)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=25$ và điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu (S). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=(x+5)^2+(y+2)^2+(z-5)^2$

A. $\max K=165$. **B.** $\max K=196$. **C.** $\max K=256$. **D.** $\max K=225$.

Câu 50. Cho $x, y > 0$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{2021} x + \log_{2021} y \ge \log_{2021}\left(x^2 + y\right)$. Gọi $T_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3x + y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $T_{\min} \in \left(13;15\right)$. **B.** $T_{\min} \in \left(10;12\right)$. **C.** $T_{\min} \in \left(8;10\right)$. **D.** $T_{\min} \in \left(15;17\right)$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.D	7.B	8.B	9.C	10.D
11.A	12.C	13.A	14.C	15.D	16.D	17.B	18.C	19.B	20.A
21.D	22.C	23.B	24.D	25.A	26.B	27.B	28.A	29.C	30.A
31.B	32.D	33.C	34.C	35.A	36.D	37.A	38.C	39.D	40.A
41.D	42.A	43.B	44.A	45.B	46.C	47.B	48.B	49.D	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=2020-2021i$ là

A. $\overline{z}=-2020+2021i$.
B. $\overline{z}=-2020-2021i$.
C. $\overline{z}=2020-2021i$.
D. $\overline{z}=2020+2021i$.

Lời giải

Chọn D

Vì số phức liên hợp của $a+bi$ là $a-bi$ nên số phức liên hợp của số phức $z=2020-2021i$ là $\overline{z}=2020+2021i$.

Câu 2. Cho ba số thực dương a,b,c tuỳ ý, $a\neq 1,c\neq 1$ và $\alpha\neq 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$.
B. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.
C. $\log_{a^\alpha} b=\alpha\log_a b$.
D. $\log_a b.\log_c a=\log_c b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{a^\alpha} b=\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$ nên mệnh đề C sai.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_5(4-x)=2$ là:

A. -21. **B.** -6. **C.** 29. **D.** -28.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x<4$

Ta có: $\log_5(4-x)=2\Leftrightarrow 4-x=5^2\Leftrightarrow x=4-5^2\Leftrightarrow x=-21$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A. -2. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y_{cd} = 1$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + x^2$ là

A. $F(x) = e^{2x} + \frac{x^3}{3} + C$.

B. $F(x) = 2e^{2x} + 2x + C$.

C. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$.

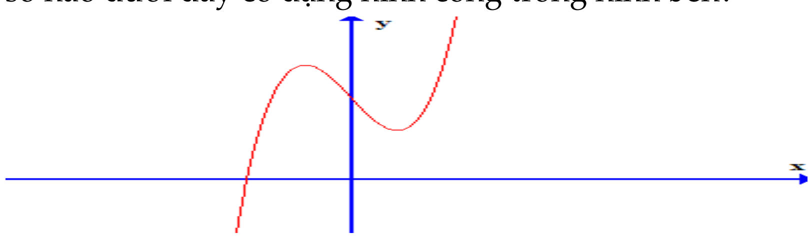
D. $F(x) = e^{3x} + x^3 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int (e^{2x} + x^2) dx = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng hình cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 - 2x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 + 2x + 2$. **D.** $y = x^3 - 2x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đồ thị đã cho là của hàm đa thức bậc ba, nên loại đáp án A,**B.**

Dựa vào hình dạng đồ thị ta suy ra hệ số $a > 0$.

Nên chọn **D.**

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ trên đoạn $[-1;0]$.

A. $\max\limits_{[-1;0]} y = \frac{3}{2}$. **B.** $\max\limits_{[-1;0]} y = -\frac{3}{2}$. **C.** $\max\limits_{[-1;0]} y = -2$. **D.** $\max\limits_{[-1;0]} y = 2$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\dfrac{\left(x^2-3\right)'\left(x+2\right)-\left(x^2-3\right)\left(x+2\right)'}{\left(x+2\right)^2}=\dfrac{x^2+4x+3}{\left(x+2\right)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin\left(-1;0\right)\\x=-3\notin\left(-1;0\right)\end{array}\right.$.

$y\left(-1\right)=-2$, $y\left(0\right)=-\dfrac{3}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-1;0]}y=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 8. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y=\log_x\left(3-x\right)$.

A. $\left(0;3\right)$. **B.** $\left(0;3\right)\backslash\left\{1\right\}$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\x\neq1\\3-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\neq1\\x<3\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(0;3\right)\backslash\left\{1\right\}$.

Câu 9. Cho $\left(u_n\right)$ là cấp số nhân có $u_3=6$, $u_4=2$. Tìm công bội q của cấp số nhân

A. $q=2$. **B.** $q=4$. **C.** $q=\dfrac{1}{3}$. **D.** $q=-4$.

Lời giải

Chọn C

Có $u_4=u_3.q\Rightarrow q=\dfrac{u_4}{u_3}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng $\left(Oxz\right)$?

A. $z=0$. **B.** $x-z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ đi qua $O\left(0;0;0\right)$ và có vec tơ pháp tuyến là $\vec{j}\left(0;1;0\right)$ nên ta có phương trình mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ là: $0\left(x-0\right)+1\left(y-0\right)+0\left(z-0\right)=0\Leftrightarrow y=0$

Câu 11. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I\left(1;3;-5\right)$ và đi qua điểm $A\left(-2;3;1\right)$ có phương trình là:

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+5\right)^2=45$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+5\right)^2=3\sqrt{5}$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-5\right)^2=3\sqrt{5}$. **D.** $\left(x+1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-5\right)^2=45$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(1;3;-5)$ và đi qua điểm $A(-2;3;1)$ có bán kính $IA=\sqrt{45}$

Suy ra ta có phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=45$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=4+2i$. Số phức z_2-z_1 bằng:

A. $3-i$. **B.** $3+i$. **C.** $3+5i$. **D.** $3-5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_2-z_1=(4+2i)-(1-3i)=3+5i$.

Câu 13. Cho khối cầu có đường kính $d=6$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng:

A. 36π. **B.** 32π. **C.** 48π. **D.** 288π.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của khối cầu $R=\frac{6}{2}=3$.

Thể tích của khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}.\pi.3^3=36\pi$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^x\le\frac{25}{4}$ là:

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^x\le\frac{25}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^x\le\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\Leftrightarrow x\ge-2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2;+\infty)$.

Câu 15. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng:

A. 16π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.r.\sqrt{h^2+r^2}=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x}{2}=\frac{1-y}{3}=\frac{z+1}{4}$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(2;3;4)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3;4)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{x}{2}=\frac{1-y}{3}=\frac{z+1}{4}\Leftrightarrow\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{4}$.

Suy ra: một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;-3;4)$.

Câu 17. Giải phương trình $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi; x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=k2\pi; x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi; x=\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\cos^2 x-3\cos x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 2 lần nên hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 19. Một hộp đựng 6 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ có kích thước và trọng lượng khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 viên bi có đủ hai màu?

A. 426. **B.** 455. **C.** 545. **D.** 462.

Lời giải

Chọn B

Các trường hợp có thể xảy ra đó là

TH1: lấy 1 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ có $C_6^1.C_5^4$ cách

TH2: lấy 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có $C_6^2.C_5^3$ cách

TH3: lấy 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ có $C_6^3.C_5^2$ cách

TH4: lấy 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ có $C_6^4.C_5^1$ cách

Vậy có số cách lấy ra 5 viên bi có đủ hai màu là: $C_6^1.C_5^4+C_6^2.C_5^3+C_6^3.C_5^2+C_6^4.C_5^1=455$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x+2}$ là:

A. $y=3$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-4}{x+2}=3,\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-4}{x+2}=3$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x+2}$ là $y=3$.

Câu 21. Ông Bình dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,5\%$ một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x\in\mathbb{N}$) ông Bình gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 140 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 150 triệu đồng. **D.** 145 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Công thức lãi kép $T=A(1+r)^n$

Tiền lãi ông Bình có sau 3 năm sẽ là tiền gốc công tiền lãi trừ đi số tiền gốc ban đầu

Ta có $A(1+6,5\%)^3-A\ge 30\Leftrightarrow A\ge\dfrac{30}{(1+6,5\%)-1}\approx 144,26$ triệu đồng.

Câu 22. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$x^3-3x^2+2=-x^2+1\Leftrightarrow x^3-2x^2+1=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Vì pt có 3 nghiệm, nên có 3 giao điểm.

Câu 23. Số nghiệm có giá trị nhỏ hơn 2 của phương trình $3^{x^2-4}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-4}$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Nhiều hơn 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x^2-4}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-4}\Leftrightarrow 3^{x^2-4}=3^{4-2x}\Leftrightarrow x^2-4=4-2x\Leftrightarrow x^2+2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-4\end{array}\right.$

Vậy phương tình có 1 nghiệm nhỏ hơn 2.

Câu 24. Cho $\int_0^6 f(x)dx=-1$. Tích phân $\int_0^6[2f(x)-3x]dx$ bằng:

A. -54. **B.** -36. **C.** -34. **D.** -56.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^6[2f(x)-3x]dx=2\int_0^6 f(x)dx-\int_0^6 3xdx=2\cdot(-1)-\frac{3}{2}x^2\Big|_0^6=-2-\frac{3}{2}\cdot 36=-56$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, biết $A(-4;6)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của z bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Vì $A(-4;6)$ là điểm biểu diễn số phức $z\Rightarrow z=-4+6i$

Phần ảo của số phức z là 6.

Câu 26. Kí hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+15=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng:

A. 12. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Có $z^2-6z+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=3+\sqrt{6}i\\z_2=3-\sqrt{6}i\end{array}\right.$

Vậy $z_1^2+z_2^2=6$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-5)$ và $B(3;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là:

A. $2x-y+3z-5=0$. **B.** $2x-y+3z+5=0$. **C.** $-4x+y+z+5=0$. **D.** $4x+y+z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(1;1;-2)$ là trung điểm AB. Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;6)$

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là:

$4(x-1)-2(y-1)+6(z+2)=0\Leftrightarrow 4x-2y+6z+10=0\Leftrightarrow 2x-y+3z+5=0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=-2-5t \end{cases}$ và $d':\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+29}{-1}$. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'.

A. d cắt d'. **B.** d chéo d'

C. d song song với d'. **D.** d trùng với d'.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua $M(1;-3;-2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-5)$.

Đường thẳng d' đi qua $M'(1;3;-29)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;2;-1)$.

$\left[\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d'}}\right]=(8;-9;-2)$; $\overrightarrow{MM'}=(0;6;-27)$.

$\left[\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d'}}\right]\overrightarrow{MM'}=8.0+(-9).6+(-2).(-27)=0$.

Vậy d cắt d'.

Câu 29. Cho $\int\limits_0^1 \dfrac{x\mathrm{d}x}{(2x+1)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a-b+c$ bằng:

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int\limits_0^1 \frac{x\mathrm{d}x}{(2x+1)^2}=\frac{1}{2}\int\limits_0^1\left[\frac{(2x+1)-1}{(2x+1)^2}\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^1\left[\frac{1}{2x+1}-\frac{1}{(2x+1)^2}\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left[\ln|2x+1|+\frac{1}{2x+1}\right]\Bigg|_0^1=\frac{1}{4}\ln 3-\frac{1}{6}$$

Do đó: $a=-\dfrac{1}{6}, b=0, c=\dfrac{1}{4}$.

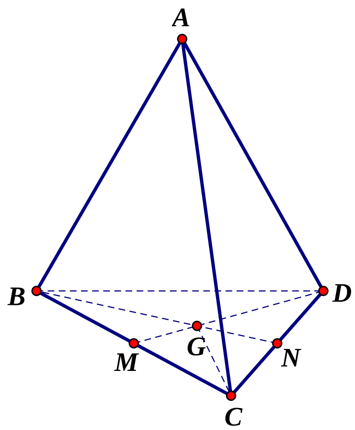
Vậy $a-b+c=\dfrac{1}{12}$.

Câu 30. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 24 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích khối chóp $A.BCG$

A. 8. **B.** 6. **C.** 15. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Ta có $d\left(G,BC\right)=\frac{1}{3}d\left(D,BC\right)\Rightarrow S_{BCG}=\frac{1}{3}S_{BCD}$.

$V_{A.BCG}=\frac{1}{3}S_{BCG}.d\left(A,\left(BCG\right)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.S_{BCD}.d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\frac{1}{3}.V_{A.BCD}=\frac{1}{3}.24=8$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):6x-3y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{1}$. Gọi E là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng $\left(P\right)$. Tính độ dài đoạn thẳng OE

A. $OE=2\sqrt{14}$. **B.** $OE=\sqrt{65}$. **C.** $OE=2\sqrt{5}$. **D.** $OE=\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có dạng tham số là $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-2+t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và $\left(P\right)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-2+t\\6x-3y+z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-2+t\\6\left(1+t\right)-3\left(2t\right)+\left(-2+t\right)-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-6\\z=-5\\t=-3\end{cases}\Rightarrow E\left(-2;-6;-5\right).$$

Vậy $OE=\sqrt{2^2+6^2+5^2}=\sqrt{65}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):3x-y-z-1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng $\left(P\right)$. Tính $\sin\varphi$

A. $\sin\varphi=\frac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sin\varphi=\frac{\sqrt{42}}{21}$. **C.** $\sin\varphi=\frac{\sqrt{22}}{11}$. **D.** $\sin\varphi=\frac{\sqrt{66}}{33}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(3;-1;-1)$

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(1;2;-1)$

Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{u}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{|3.1-1.2+1.1|}{\sqrt{3^2+1^2+1^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{66}}{33}$.

Câu 33. Giả sử $I=\int_1^e x^3\ln x dx=\dfrac{3e^a+1}{b}$ với a,b là các số nguyên dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $ab=46$. **B.** $a-b=12$. **C.** $ab=64$. **D.** $a-b=4$.

Lời giải

Chọn C

$$I=\int_1^e x^3\ln x dx=I=\int_1^e \ln x d\left(\frac{1}{4}x^4\right)=\frac{1}{4}x^4\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{4}\int_1^e x^3dx=\frac{1}{4}x^4\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{16}x^4\Big|_1^e=\frac{3e^4+1}{16}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=16\end{cases}\Rightarrow ab=64.$$

Câu 34. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-15,\ x=15$.

A. $S=2250$. **B.** $S=1593$. **C.** $S=2259$. **D.** $S=2925$.

Lời giải

Chọn C

- Hoành độ giao điểm đồ thị hàm số và trục Ox là nghiệm phương trình

$$x^2-3x=0\Leftrightarrow x(x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right..$$

- Xét dấu $y=x^2-3x$ trên $[-15;15]$

x	-15		0		3		15
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- Vậy diện tích hình phẳng S được giới hạn là

$$S=\int_{-15}^{15}\left|x^2-3x\right|dx=\int_{-15}^{0}\left(x^2-3x\right)dx-\int_{0}^{3}\left(x^2-3x\right)dx+\int_{3}^{15}\left(x^2-3x\right)dx$$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}\right)\Bigg|_{-15}^{0}-\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}\right)\Bigg|_{0}^{3}+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}\right)\Bigg|_{3}^{15}=2259.$$

Chú ý: Khi dùng máy tính cầm tay Casio tính tích phân $S=\int_{-15}^{15}\left|x^3-3x\right|dx$ có thể tính sai kết quả (kết quả tính sai là 2250).

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{-1}$ và điểm $M(9;7;4)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt đường thẳng d tại điểm E có tọa độ nguyên và $ME=10$. Khi đó đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=9+3t \\ y=7 \\ z=4+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=9+3t \\ y=7+t \\ z=4+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=9-3t \\ y=7 \\ z=4+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=9-3t \\ y=7-t \\ z=4+4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

- Phương trình tham số của đường thẳng $(d):\begin{cases} x=1+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$.
- Do $d\cap\Delta=\{E\}\Rightarrow$ tọa độ điểm $E(1+t;3+2t;-2-t)$. Suy ra $\overrightarrow{EM}=(8-t;4-2t;6+t)$.
- Do $ME=10\Leftrightarrow\sqrt{(8-t)^2+(4-2t)^2+(6+t)^2}=10\Leftrightarrow(8-t)^2+(4-2t)^2+(6+t)^2=100$

$\Leftrightarrow 6t^2-20t+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=\frac{4}{3} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} E(3;7;-4) \\ E\left(\frac{7}{3};\frac{17}{3};-\frac{10}{3}\right)\ (\text{lo¹i}) \end{array}\right.$.

Vậy $E(3;7;-4)$.

- Đường thẳng Δ đi qua M và E nên có VTCP $\vec{u}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{EM}=(3;0;4)$.

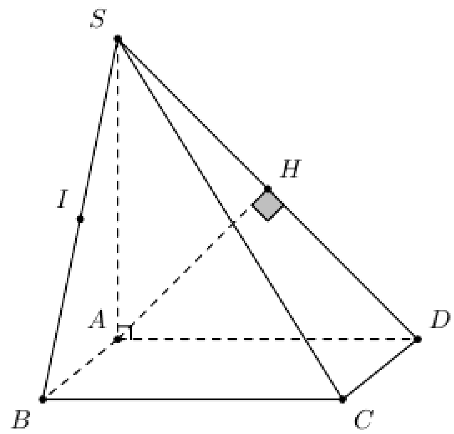
Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=9+3t \\ y=7 \\ z=4+4t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAD là tam giác vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của cạnh SB. Biết $SD=2\sqrt{3}$, tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD).

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



◆ Do ΔSAD vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SA\perp(ABCD)$.

◆ Ta có $\mathrm{d}\left(I,(SCD)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(B,(SCD)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(A,(SCD)\right)$.

◆ Trong (SAD) gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD. Suy ra: $AH\perp SD$ $(*)$.

Mặt khác do $SA\perp(ABCD)\Rightarrow CD\perp SA$ (1).

Mà $CD\perp AD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$ $(**)$.

Từ (*) và (**) suy ra $AH\perp(SCD)\Rightarrow AH=\mathrm{d}\left(A,(SCD)\right)$.

◆ Trong ΔSAD ta có: $AH=\frac{SD}{2}=\sqrt{3}$.

Vậy $\mathrm{d}\left(I,(SCD)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(A,(SCD)\right)=\frac{1}{2}AH=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y-2z-9=0$ và mặt cầu (S) có phương trình: $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-5)^2=100$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Tính r:

A. $r=8$. **B.** $r=4$. **C.** $r=6$. **D.** $r=10$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-3;5)$, bán kính $R=10$

Ta có: $d\left(I;(P)\right)=\frac{\left|2.(-1)+3-2.5-9\right|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=6$

Vậy $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2021}{x+m}$ nghịch biến trên $\left[0;+\infty\right)$?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{m-2021}{\left(x+m\right)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $\left[0;+\infty\right) \Leftrightarrow y'<0 \forall x\in\left[0;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2021<0 \\ -m\notin\left[0;+\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2021 \\ -m<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2021$

Do m nguyên nên $m\in\left\{1;2;...;2020\right\}$.

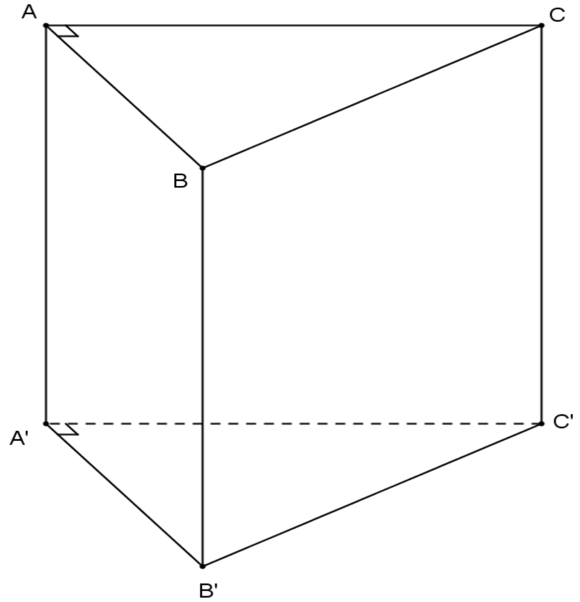
Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng h và đáy là tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng a. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho:

A. $V=\pi a^2h$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử đáy ABC của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ vuông cân tại A

$\Rightarrow$Hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có bán kính đáy $R=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và có chiều cao bằng h.

Vậy thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là: $V=\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.h=\frac{\pi a^2h}{2}$.

Câu 40. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2^2 x+4\log_2 x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[-4;+\infty)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $[-2;0]$. **D.** $[-4;0)$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2^2 x+4\log_2 x-m=0$

Đặt $t=\log_2 x, x\in(0;1)\Leftrightarrow t\in(-\infty;0)$

Phương trình thành: $t^2+4t-m=0\Leftrightarrow m=t^2+4t$ có nghiệm $t\in(-\infty;0)$

Xét hàm số: $f(t)=t^2+4t$ với $t\in(-\infty;0)$

Có $f'(t)=2t+4\Leftrightarrow t=-2$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		-2		0
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m\geq -4$

Câu 41. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-2x+1$ và đường cong $y=-2x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $V_1=V_2$. **B.** $V_1=4V_2$. **C.** $V_1<V_2$. **D.** $V_1>V_2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3\xrightarrow{R=1}V_1=\frac{4}{3}\pi$ (đvtt).

Phương trình hoành độ giao điểm: $-2x^2+1=-2x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Thể tích $V_2=\pi\int_0^1\left|-2x^2+1^2--2x+1^2\right|dx=\pi\int_0^1\left|4x^4-8x^2+4x\right|dx\overset{\text{CASIO}}{\approx}0.28\pi$.

Vậy $V_1>V_2$

Câu 42. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;\ldots;9\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số tự nhiên từ A. Tính xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{7}{24}$. **D.** $\frac{7}{90}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ba số tự nhiên bất kì từ tập A là: $C_{10}^{3}=120$

Số cách chọn ba số tự nhiên liên tiếp từ A là: 8

Số cách chọn ba số tự nhiên trong đó có 2 số tự nhiên liên tiếp:

Trường hợp cặp 2 số tự nhiên liên tiếp là $(0;1)$ hoặc $(8;9)$ là: $7.2=14$ cách chọn

Trường hợp cặp 2 số tự nhiên liên tiếp $(1;2),(2;3),\ldots,(7;8)$ là: $7.6=42$ cách chọn

Vậy xác suất để chọn ra ba số tự nhiên từ A mà không có hai số nào liên tiếp là:

$$\frac{120-8-14-42}{120}=\frac{7}{15}$$

Câu 43. Tìm x để các giá trị $\ln 9$; $\ln\left(9^x-1\right)$; $\ln\left(9^x+3\right)$ lập thành một cấp số cộng.

A. $x=\frac{1}{81}$. **B.** $x=\log_9 13$. **C.** $x=9$. **D.** $x=\log_9 2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $9^x>1$.

$\ln 9$; $\ln\left(9^x-1\right)$; $\ln\left(9^x+3\right)$ lập thành một cấp số cộng khi $2\ln\left(9^x-1\right)=\ln 9+\ln\left(9^x+3\right)$

$$\Leftrightarrow\left(9^x-1\right)^2=9\left(9^x+3\right)\Leftrightarrow 9^{2x}-11.9^x-26=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}9^x=13\\9^x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\log_9 13.$$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{13}$. Biết rằng các điểm biểu diễn của số phức $w=(2+3i)z-i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường trong đó.

A. $r=13$. **B.** $r=4$. **C.** $r=5$. **D.** $r=9$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $w=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Xét: $w=(2+3i)z-i\Leftrightarrow z=\frac{2x+3y-3}{13}+\frac{-3x+2y-2}{13}i$.

Theo đề: $|z|=\sqrt{13}\Leftrightarrow\left(\frac{2x+3y-3}{13}\right)^2+\left(\frac{-3x+2y-2}{13}\right)^2=13\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=169$.

Suy ra: $r=\sqrt{169}=13$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến tại một điểm M bất kì của (C) luôn cắt hai tiệm cận của (C) tại A và B. Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-1}{x_0+3}\right)\in(C)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) tại điểm M là: $y=\dfrac{7}{(x_0+3)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0-1}{x_0+3}$.

Nhận xét: Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $y=2$ và tiệm cận đứng $x=-3$.

Đặt A là giao điểm của (d) và tiệm cận ngang, khi đó tọa độ của A là $(2x_0+3;2)$.

Đặt B là giao điểm của (d) và tiệm cận đứng, Khi đó tọa độ của B là $\left(-3;\dfrac{2x_0-8}{x_0+3}\right)$.

AB min $\Rightarrow AB^2$ min.

Xét: $AB^2=(2x_0+6)^2+\left(\dfrac{14}{x_0+3}\right)^2\geq 2(2x_0+6)\left(\dfrac{14}{x_0+3}\right)=56$.

Suy ra: $AB_{\min}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=m\sin 2x+2x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $|m|\geq 1$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $|m|\leq 1$. **D.** $m<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$y'=2m\cos 2x+2\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\cos 2x\geq -1,\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1. $m=0$: ta có $0>-1\ \forall x\in\mathbb{R}$, vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH2. $m>0$: $\cos 2x\geq -\dfrac{1}{m}\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{m}\leq -1\Leftrightarrow 0<m\leq 1$.

TH3. $m<0$: $\cos 2x\leq -\dfrac{1}{m}\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{m}\geq 1\Leftrightarrow 0>m\geq -1$.

Vậy $|m|\leq 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\displaystyle\int_0^2\frac{f'(x)dx}{x+2}=3$ và $f(2)-2f(0)=4$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1\frac{f(2x)dx}{(x+1)^2}$.

A. $I=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

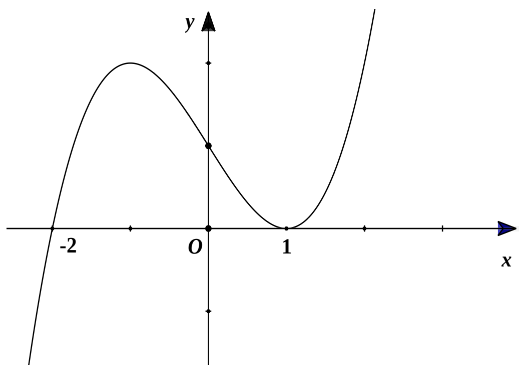
Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = \dfrac{1}{x+2} \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\dfrac{1}{(x+2)^2} \\ v = f(x) \end{cases}$.

Khi đó $\int_0^2 \dfrac{f'(x)dx}{x+2} = \dfrac{f(x)}{x+2}\Big|_0^2 + \int_0^2 \dfrac{f(x)dx}{(x+2)^2} = \dfrac{f(2)}{4} - \dfrac{f(0)}{2} + \int_0^2 \dfrac{f(x)dx}{(x+2)^2} = 1 + \int_0^2 \dfrac{f(x)dx}{(x+2)^2}$.

Suy ra $K = \int_0^2 \dfrac{f(x)dx}{(x+2)^2} = 2 \xrightarrow{x=2t} K = \int_0^1 \dfrac{f(2t)d2t}{(2t+2)^2} = \int_0^1 \dfrac{f(2t)dt}{2(t+1)^2} = 2$. Vậy $\int_0^1 \dfrac{f(2t)dt}{(t+1)^2} = 4$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(-x^2+5)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$g'(x) = -2x.f'(-x^2+5)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x.f'(-x^2+5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ -x^2+5=-2 \\ -x^2+5=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{7} \\ x=\pm 2 \end{array}\right..$$

$$f'(-x^2+5) < 0 \Leftrightarrow -x^2+5 < -2 \Leftrightarrow x^2 > 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \sqrt{7} \\ x < -\sqrt{7} \end{array}\right.;\ f'(-x^2+5) > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{7} < x < \sqrt{7}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$				-2		0		2		$\sqrt{7}$		$+\infty$
$-2x$		+		+		+	0	−		−		−	
$f'(-x^2+5)$		−		+		+		+	0	+	0	−	
$g'(x)$		−	0	+	0	+	0	−	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu, ta suy ra hàm số $y = g(x)$ có hai cực tiểu.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=25$ và điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu (S). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=(x+5)^2+(y+2)^2+(z-5)^2$

A. $\max K=165$. **B.** $\max K=196$. **C.** $\max K=256$. **D.** $\max K=225$.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có : $K=(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2+12x-16z+40=12x-16z+65$

+ Áp dụng BĐT Bunhiacopsky :

$K=12(x-1)+0(y+2)-16(z+3)+125\le\sqrt{(12^2+16^2)\left((x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2\right)}+125=225$

Câu 50. Cho $x,y>0$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_{2021}x+\log_{2021}y\ge\log_{2021}(x^2+y)$. Gọi $T_{\min}$ là giá

trị nhỏ nhất của biểu thức $T=3x+y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $T_{\min}\in(13;15)$. **B.** $T_{\min}\in(10;12)$. **C.** $T_{\min}\in(8;10)$. **D.** $T_{\min}\in(15;17)$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có $\log_{2021}x+\log_{2021}y\ge\log_{2021}(x^2+y)$

$\Leftrightarrow\log_{2021}xy\ge\log_{2021}(x^2+y)$

$\Leftrightarrow xy\ge x^2+y\Leftrightarrow y(x-1)\ge x^2$ (1).

Do $x,y>0$ nên từ (1) suy ra $x>1$. Khi đó từ (1) ta cũng có $y\ge\dfrac{x^2}{x-1}$.

- Ta có $T=3x+y\ge3x+\dfrac{x^2}{x-1}=\dfrac{4x^2-3x}{x-1}$.

Xét hàm $g(x)=\dfrac{4x^2-3x}{x-1}$ với $x\in(1;+\infty)$.

Có $g'(x)=\dfrac{4x^2-8x+3}{(x-1)^2}$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\in(1;+\infty)\\x=\dfrac{1}{2}\notin(1;+\infty)\end{array}\right..$$

- Bảng biến thiên của hàm $g(x)=\dfrac{4x^2-3x}{x-1}$ như sau:

x	1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	9	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min\limits_{(1;+\infty)} g(x) = 9 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Vậy $T_{\min} = 9$ khi $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{9}{2}$.

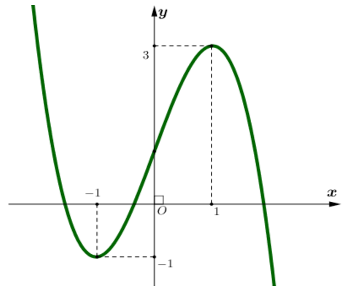
--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 17

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ HÀ TĨNH

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x\right)=3$ là:

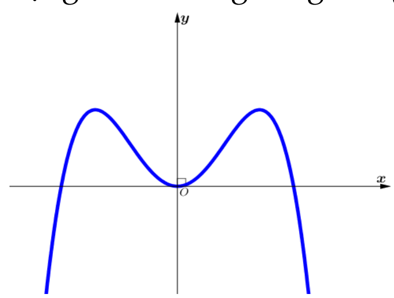


A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y-2\right)^2+z^2=9$. Bán kính của $\left(S\right)$ bằng:

A. 6. **B.** 9. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=2-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-5+i$. **B.** $5-i$. **C.** $-5-i$. **D.** $5+i$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(3;4;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(-2;5;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-5;2\right)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(1;2;5\right)$ trên mặt Oxz có tọa độ là

A. $\left(0;2;0\right)$. **B.** $\left(0;0;5\right)$. **C.** $\left(1;0;5\right)$. **D.** $\left(0;2;5\right)$.

Câu 7. Biết $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Giá trị của $\int_1^5 \left[2x - 3f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 13. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 8. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_a b$. **B.** $3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D.** $3 + \log_a b$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 6i$ là

A. $\overline{z} = -2 - 6i$. **B.** $\overline{z} = -2 + 6i$. **C.** $\overline{z} = 2 - 6i$. **D.** $\overline{z} = 2 + 6i$.

Câu 10. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và thể tích bằng 6. Chiều cao của khối chóp bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 12. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7. **B.** 49. **C.** $7!$. **D.** 1.

Câu 13. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$. **B.** 256π **C.** 64π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 9. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 54. **D.** 27.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-4} = 1$.

C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 9$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 3$.

Câu 17. $\int \left(-2x + x^3\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{4}x^4+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4-x^2+C$. **C.** $3x^2-2+C$. **D.** $4x^4+x^2+C$.

Câu 18. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 48. **D.** 12.

Câu 19. Trên mặt phẳng, điểm $M\left(-1;3\right)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=\log_6\left(x+1\right)$ là

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Câu 21. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;-2\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+y-2z+6=0$. **B.** $x+2y-3z-11=0$. **C.** $x+2y-3z-6=0$. **D.** $x+2y-3z+9=0$.

Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $\frac{8\pi}{3}$. **D.** 8π.

Câu 23. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+5x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$ là

A. $2\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}+C$. **B.** $2\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}+C$.

C. $2\ln(x+1)+\frac{2}{x+1}+C$. **D.** $2\ln(x+1)+\frac{3}{x+1}+C$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2}<16$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=4$ và $f'(x)=e^x-x,\ \forall x\in R$. Khi đó $\int_0^1 f\left(x\right)dx$ bằng

A. $\frac{6e+23}{6}$. **B.** $\frac{6e+17}{6}$. **C.** $\frac{6e+11}{6}$. **D.** $\frac{6e+23}{3}$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2)=2$ là

A. $x=9$. **B.** $x=7$. **C.** $x=8$. **D.** $x=6$.

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính $r=4$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 40π. **D.** 20π.

Câu 29. Cho hàm số $f\left(x\right)$, bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như hình bên. Hàm số $y=f\left(2x+1\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 30. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{5}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=1$.

Câu 31. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_0^3\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=36$. **B.** $I=9$. **C.** $I=\dfrac{117}{4}$. **D.** $I=\dfrac{23}{4}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $2(\overline{z}+i)-(3+2i)z=-11+16i$. Môđun của số phức z bằng.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 3.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;0;2)$, $B(1:2:1)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;1;3)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-3t\\y=-1-t\\z=-4-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=-t\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1\\z=2+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=1+t\\z=4+2t\end{cases}$.

Câu 35. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn: $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 12.

Câu 36. Cho phương trình $4^x-2m.6^x+3.9^x=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;7]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD=a$, $AB=2a$, $BC=3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{3a\sqrt{30}}{10}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{30}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		$\frac{\pi}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Bất phương trình $f(x)<\cos^2 x+3m$ đúng với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge\frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{6}$. **B.** $m>\frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $m\ge\frac{1}{3}\left[f(0)-1\right]$. **D.** $m\ge\frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 39. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Thể tích khối trụ bằng

A. $10\sqrt{6}\pi$. **B.** 24π. **C.** 32π. **D.** $12\sqrt{6}\pi$.

Câu 40. Biết số phức $w=\frac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng. Khi đó môđun của z bằng?

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là?

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2021f(x)-f(-x)=x\sin x,\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{1010}$. **B.** $\frac{2}{2019}$. **C.** $\frac{1}{2020}$. **D.** $\frac{3}{2022}$.

Câu 43. Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 200, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành một cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $0,0075$. **B.** $0,056$. **C.** $0,0067$. **D.** $0,03$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cạnh AB và vuông góc với (ABC). (C) là đường tròn đường kính AB và nằm trong mặt phẳng (P). Gọi S là một điểm bất kỳ nằm trên (C), S khác A, B. Khi đó khoảng cách từ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ đến mặt phẳng $(Q): 2x+3y+z+1=0$ bằng

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{3}{2\sqrt{14}}$. **C.** $\frac{6}{\sqrt{14}}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

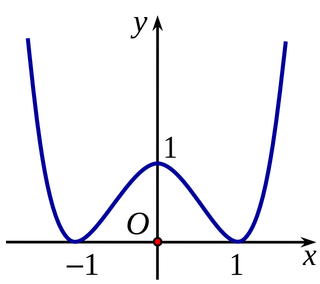
Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1), B(0;1;2), C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi I là điểm thuộc (P) sao cho $S = IA^2 + 2IB^2 + IC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài OI bằng

A. $\sqrt{46}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{46}}{4}$.

Câu 46. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, $B'C'$, DD'. Gọi thể tích khối tứ diện $CMNP$ là V', khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{3}{64}$.

Câu 47. Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m \in [-2021;2021]$ để phương trình $\log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

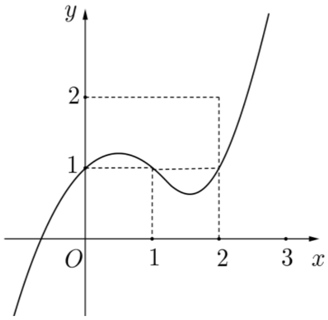


A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{7x-8}{x^2+1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng qua hai điểm cực trị bằng

A. $\frac{16}{\sqrt{113}}$. **B.** $\frac{8}{\sqrt{53}}$. **C.** $\frac{16}{\sqrt{53}}$. **D.** $\frac{8}{\sqrt{113}}$.

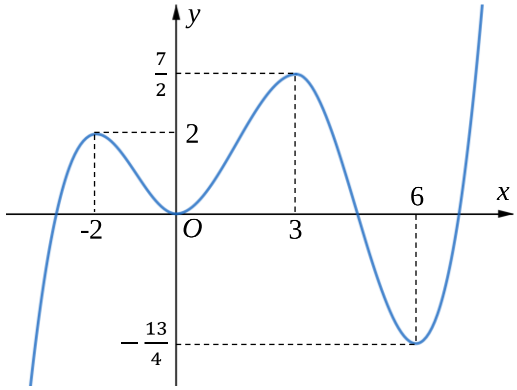
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = \frac{1}{2}m - 5$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

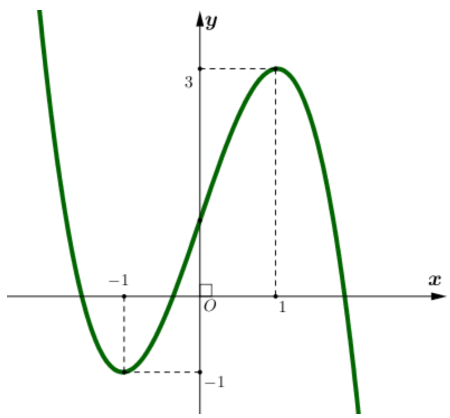
LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.D	5.A	6.C	7.D	8.A	9.A	10.B
11.C	12.C	13.D	14.C	15.C	16.B	17.B	18.C	19.D	20.C
21.B	22.A	23.A	24.D	25.C	26.C	27.B	28.C	29.B	30.C
31.A	32.B	33.C	34.D	35.B	36.C	37.A	38.D	39.B	40.A
41.D	42.A	43.A	44.A	45.C	46.B	47.D	48.B.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=3$ là:

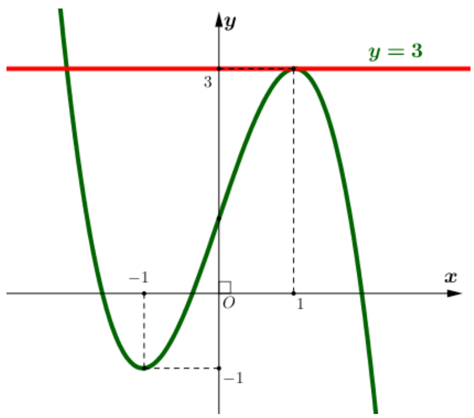


A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $f(x)=3$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3$.



Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=3$ cắt đường cong tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=3$ có 2 nghiệm phân biệt.

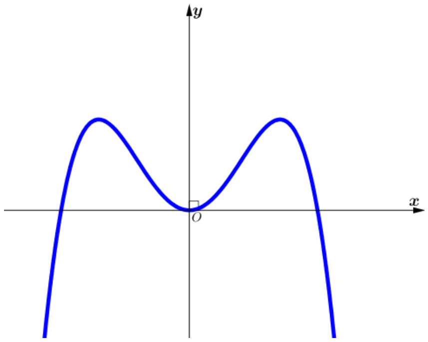
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính của (S) bằng:

A. 6. **B.** 9. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 với hệ số $a < 0$. Nên ta chọn đáp án D

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-5 + i$. **B.** $5 - i$. **C.** $-5 - i$. **D.** $5 + i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $z_1 + z_2 = 5 + i$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (3;4;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (2;-5;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên mặt Oxz có tọa độ là

A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;5)$. **D.** $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 [2x - 3f(x)]dx$ bằng

A. 13. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^5\left[2x-3f\left(x\right)\right]dx=\int_1^5 2xdx-3\int_1^5 f\left(x\right)dx=x^2\Big|_1^5-3.4=24-12=12.$$

Câu 8. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3}b$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_a b$. **B.** $3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3}+\log_a b$. **D.** $3+\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{a^3}b=\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+6i$ là

A. $\overline{z}=-2-6i$. **B.** $\overline{z}=-2+6i$. **C.** $\overline{z}=2-6i$. **D.** $\overline{z}=2+6i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=-2+6i$ là $\overline{z}=-2-6i$.

Câu 10. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và thể tích bằng 6. Chiều cao của khối chóp bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích khối chóp $V=B.h\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{6}{3}=2$.

Câu 11. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 12. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7. **B.** 49. **C.** $7!$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 7 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 7 phần tử $P_7 = 7!$.

Câu 13. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$. **B.** 256π **C.** 64π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 9. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 54. **D.** 27.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 = 2.3^3 = 54$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{-4} = 1$.

C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (2;3;0)$.

$\overrightarrow{AC} = (2;0;4)$.

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (12;-8;-6) = 2(6;-4;-3)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-2;0;0)$ và nhận $\vec{n} = (6;-4;-3)$ làm một VTPT nên có phương trình: $6(x+2) - 4(y-0) - 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y - 3z + 12 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 9$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x+2} = 9 \Leftrightarrow 3^x.3^2 = 9 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 17. $\int(-2x + x^3)dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}x^4+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4-x^2+C$. **C.** $3x^2-2+C$. **D.** $4x^4+x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int(-2x+x^3)dx=-\int 2xdx+\int x^3dx=-2.\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4}+C=-x^2+\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 18. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 48. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp đã cho là $V=2.4.6=48$.

Câu 19. Trên mặt phẳng, điểm $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

$M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z=-1+3i$. Phần thực của z bằng -1.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=\log_6(x+1)$ là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_6(x+1)$ xác định khi và chỉ khi $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$.

Vậy tập xác định $D=(-1;+\infty)$.

Câu 21. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+y-2z+6=0$. **B.** $x+2y-3z-11=0$. **C.** $x+2y-3z-6=0$. **D.** $x+2y-3z+9=0$.

Lời giải

Chọn B

d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Mặt phẳng đi qua $M(1;2;-2)$ và vuông góc với d nên nhận $\vec{u}=(1;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng là: $1(x-1)+2(y-2)-3(z+2)=0\Leftrightarrow x+2y-3z-11=0$.

Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $\frac{8\pi}{3}$. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón là $V_N = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 23. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2 - 5\right) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-\sqrt{5}; 0; \sqrt{5}\right\}$.

Từ đây suy ra có 3 giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) - \frac{1}{x+1} + C$. **B.** $2\ln(x+1) + \frac{1}{x+1} + C$.

C. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$. **D.** $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2} = \frac{2x+2-3}{(x+1)^2} = \frac{2}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow \int f(x)dx = 2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2} < 16$ là

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4^{x^2-2} < 16 \Leftrightarrow 4^{x^2-2} < 4^2 \Leftrightarrow x^2 - 2 < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2} < 16$ là: $(-2; 2)$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 4$ và $f'(x) = e^x - x, \forall x \in R$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{6e+23}{6}$. **B.** $\frac{6e+17}{6}$. **C.** $\frac{6e+11}{6}$. **D.** $\frac{6e+23}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f'(x)dx = \int\left(e^x - x\right)dx = e^x - \frac{x^2}{2} + C$ mà $f(0) = 4 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} + 3$

Khi đó $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(e^x - \frac{x^2}{2} + 3\right)dx = \left(e^x - \frac{x^3}{6} + 3x\right)\Bigg|_0^1 = \frac{6e+11}{6}$

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 2$ là

A. $x = 9$. **B.** $x = 7$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 6$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$

Ta có: $\log_3(x+2) = 2 \Leftrightarrow x + 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 7(tm)$

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 40π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.5 = 40\pi$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = f(2x+1)$ đồng biến khi $y' = 2f'(2x+1) > 0 \Leftrightarrow f'(2x+1) > 0$ (1)

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$: $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 < 2x+1 < -1 \\ 2x+1 > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < x < -1 \\ x > 0 \end{array}\right.$.

Câu 30. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{5}$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 5$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 5 \Rightarrow$ Phương trình đường tiệm cận ngang $y = 5$.

Câu 31. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_0^3 \left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=36$. **B.** $I=9$. **C.** $I=\dfrac{117}{4}$. **D.** $I=\dfrac{23}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int\limits_0^3 \left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 2x\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\left.\left(x^2+x^3\right)\right|_0^3=36$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $2\left(\overline{z}+i\right)-(3+2i)z=-11+16i$. Môđun của số phức z bằng.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$. Ta có:

$2\left(\overline{z}+i\right)-(3+2i)z=-11+16i \Rightarrow 2(x-yi+i)-(3+2i)(x+yi)=-11+16i$

$\Leftrightarrow 2x-2yi+2i-3x-3yi-2xi+2y=-11+16i$

$\Leftrightarrow -x+2y+(2-5y-2x)i=-11+16i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-x+2y=-11\\2-5y-2x=16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2y=11\\2x+5y=-14\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=-4\end{cases}$

Vậy $z=3-4i \Rightarrow |z|=5$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;0;2)$, $B(1:2:1)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;1;3)$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=-1-t \\ z=-4-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-t \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=1 \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (BCD).

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(1;-3;0)$; $\overrightarrow{BD}=(-1;-1;2)$.

Suy ra: $\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-6;-2;-4)$. Chọn vtpt là: $\vec{n}=(3;1;2)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (BCD) nên vec tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d và vec tơ $\vec{n}$ cùng phương. Loại hai phương án **B** và **C.**

Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là:

$$(d)\begin{cases} x=-1+3t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}.$$

Thay tọa độ điểm $(-2;-1;-4)$ vào d ta được: $\begin{cases} -2=-1+3t \\ -1=t \\ -4=2+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\dfrac{1}{3} \\ t=-1 \\ t=-3 \end{cases}$. Nên loại **A.**

Thay tọa độ điểm $(2;1;4)$ vào d ta được: $\begin{cases} 2=-1+3t \\ 1=t \\ 4=2+2t \end{cases} \Leftrightarrow t=1$. Chọn **D**

Câu 35. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn: $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

$$4^{\log_2(ab)}=3a \Leftrightarrow 2^{2\log_2(ab)}=3a \Leftrightarrow 2^{\log_2\left(a^2b^2\right)}=3a \Leftrightarrow a^2b^2=3a \Leftrightarrow ab^2=3.$$

Câu 36. Cho phương trình $4^x-2m.6^x+3.9^x=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;7]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$4^x-2m.6^x+3.9^x=0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-2m\left(\frac{2}{3}\right)^x+3=0.$$

Đặt $t=\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\ (t>0)$.

Phương trình đã cho trở thành: $t^2-2mt+3=0\Leftrightarrow 2m=t+\frac{3}{t}\ (1)$

Xét $f(t)=t+\frac{3}{t}$.

Có: $f'(t)=1-\frac{3}{t^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm\sqrt{3}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)=t+\frac{3}{t}$ trên khoảng $(0;+\infty)$

t	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm dương

$\Leftrightarrow 2m\ge 2\sqrt{3}\Leftrightarrow m\ge\sqrt{3}$.

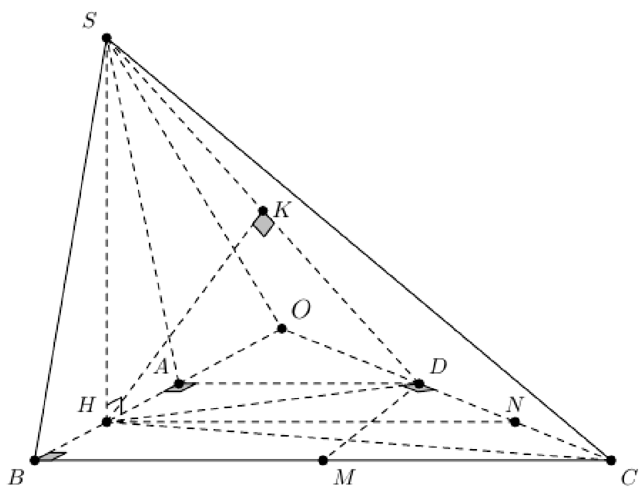
Mà $m\in\mathbb{Z}; m\in[-10;7]\Rightarrow m\in\{2;3;....;7\}$. Có 6 giá trị m thỏa mãn.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD=a$, $AB=2a$, $BC=3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{3a\sqrt{30}}{10}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{30}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{30}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

◆ Kẻ $MD \perp BC$ với $M \in BC$. Suy ra ta có $MD = AB = 2a$; $MC = 2a$.

Suy ra $CD = \sqrt{MD^2 + MC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{8}$.

◆ Mặt khác ta có: $AH = \dfrac{AB}{2} = a$; $HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$;

$SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}$; $CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$.

◆ Khi đó $2a^2 + 8a^2 = 10a^2 \Leftrightarrow HD^2 + CD^2 = CH^2 \Rightarrow HD \perp DC$.

◆ Gọi $AB \cap CD = O$; N là trung điểm cạnh CD. Khi đó $HN = \dfrac{AD + BC}{2} = 2a$.

Ta có: $\dfrac{\mathrm{d}(B;(SCD))}{\mathrm{d}(H;(SCD))} = \dfrac{OB}{OH} = \dfrac{BC}{HN} = \dfrac{3a}{2a} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \mathrm{d}(B;(SCD)) = \dfrac{3}{2}\mathrm{d}(H;(SCD))$.

◆ Trong (SHD) kẻ $HK \perp SD$ (1) với $K \in SD$.

Do $\left.\begin{matrix} DC \perp HD \\ DC \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow DC \perp (SHD) \Rightarrow DC \perp HK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow \mathrm{d}(H;(SCD)) = HK$.

Trong ΔSHD vuông tại H; đường cao HK ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} \Leftrightarrow HK = \frac{SH.HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{a\sqrt{3}.a\sqrt{2}}{\sqrt{3a^2 + 2a^2}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Vậy $\mathrm{d}(B;(SCD)) = \dfrac{3}{2}\mathrm{d}(H;(SCD)) = \dfrac{3}{2}.HK = \dfrac{3a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		$\frac{\pi}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Bất phương trình $f(x) < \cos^2 x + 3m$ đúng với mọi $x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq \dfrac{1}{3} f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) - \dfrac{1}{6}$. **B.** $m > \dfrac{1}{3} f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$. **C.** $m \geq \dfrac{1}{3}\left[f(0) - 1\right]$. **D.** $m \geq \dfrac{1}{3} f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 1, \forall x \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

◆ Xét bất phương trình $f(x) < \cos^2 x + 3m$ với mọi $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow 3m > f(x) - \cos^2 x \text{ với mọi } x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right).$$

◆ Xét hàm số $g(x) = f(x) - \cos^2 x$ với $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) + 2\cos x \sin x = f'(x) + \sin 2x > 0, \ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x) - \cos^2 x$ với $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

x	0		$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$g(0)$	$\nearrow$	$g(\frac{\pi}{2})$

Khi đó: $3m > g(x)$ với mọi $x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 3m \ge g\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 3m \ge f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$

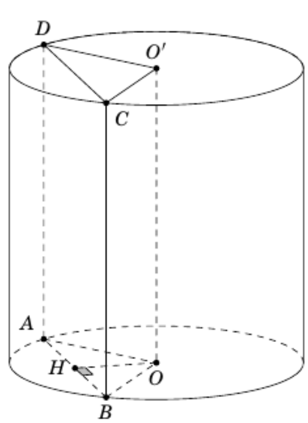
$\Leftrightarrow 3m \ge f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0 \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{3} f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 39. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Thể tích khối trụ bằng

A. $10\sqrt{6}\pi$. **B.** 24π. **C.** 32π. **D.** $12\sqrt{6}\pi$.

Lời giải

Chọn B



- Thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16 nên ta có: $S_{ABCD}=16 \Leftrightarrow AB^2=16 \Leftrightarrow AB=4=CD=h$.
- Gọi H là trung điểm cạnh AB.
- Do mặt phẳng $(ABCD)$ cách trục OO' một khoảng bằng $\sqrt{2}$ nên ta có $OH=\sqrt{2}$.

Trong ΔOHB vuông tại H, ta có $HB=\dfrac{AB}{2}=2$; $OH=\sqrt{2}$.

Khi đó $r=OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=\sqrt{2+4}=\sqrt{6}$.

- Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi r^2 h=\pi.\left(\sqrt{6}\right)^2.4=24\pi$ (đvtt).

Câu 40. Biết số phức $w=\dfrac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng. Khi đó môđun của z bằng?

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=\dfrac{3+iz}{2+z} \Leftrightarrow w(2+z)=3+iz \Leftrightarrow z(w-i)=2\left(\dfrac{3}{2}-w\right)$,

suy ra $\left|z(w-i)\right|=\left|2\left(\dfrac{3}{2}-w\right)\right| \Rightarrow \left|\dfrac{z}{2}\right|\left|w-i\right|=\left|\dfrac{3}{2}-w\right|$.

Từ giả thiết $w=\dfrac{3+iz}{2+z}$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường thẳng nên suy ra $\left|\dfrac{z}{2}\right|=1 \Leftrightarrow |z|=2$.

Câu 41. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là?

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2+6x-3m$ và $y''=6x+6$,

$y''=0 \Leftrightarrow x=-1,\quad y(-1)=1+4m \Rightarrow U(-1;1+4m)$.

Từ giả thiết suy ra hàm số có hai điểm cực trị và điểm uốn nằm trên trục hoành, nên $1+4m=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2021f\left(x\right)-f\left(-x\right)=x\sin x,\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}f\left(x\right)dx$ bằng

A. $\dfrac{1}{1010}$. **B.** $\dfrac{2}{2019}$. **C.** $\dfrac{1}{2020}$. **D.** $\dfrac{3}{2022}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $2021f\left(x\right)-f\left(-x\right)=x\sin x,\forall x\in\mathbb{R}$ (1) nên ta cũng có

$2021f\left(-x\right)-f\left(x\right)=\left(-x\right)\sin\left(-x\right),\forall x\in\mathbb{R}$ (2)

Từ $(1),(2)$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}2021f\left(x\right)-f\left(-x\right)=x\sin x\\-f\left(x\right)+2021f\left(-x\right)=x\sin x\end{cases}\Rightarrow f\left(x\right)=\dfrac{1}{2020}x\sin x$

$$I=\frac{1}{2020}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}x\sin xdx=\frac{1}{2020}\left(-x\cos x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}+\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx\right)=\frac{1}{2020}\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{1010}.$$

Câu 43. Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 200, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành một cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $0,0075$. **B.** $0,056$. **C.** $0,0067$. **D.** $0,03$.

Lời giải

Chọn A

- Số kết quả có thể chọn được ba số bất kỳ từ 200 là: C_{200}^{3}
- Giả sử ba số tạo thành CSC là a,b,c. Khi đó $2b=a+c$. Do $2b$ chẵn nên chỉ có 2 trường hợp: a,c cùng chẵn hoặc a,c cùng lẻ.

TH1: $a,c\in\left\{2;4;6;8;...198;200\right\}$ có C_{100}^{2} cách chọn a,c.

TH2: $a,c\in\left\{1;3;5;7;...197;199\right\}$ có C_{100}^{2} cách chọn a,c.

Suy ra số kết quả thuận lợi là $C_{100}^{2}+C_{100}^{2}$

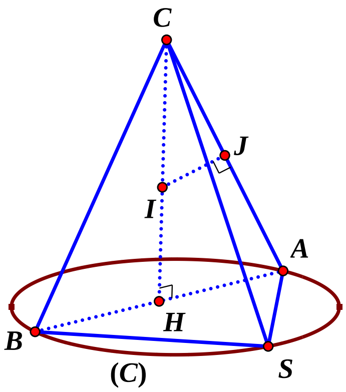
- Vậy xác suất là $\dfrac{C_{100}^{2}+C_{100}^{2}}{C_{200}^{3}}=\dfrac{3}{398}\approx 0,00754$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0),B(0;3;0),C(0;0;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cạnh AB và vuông góc với (ABC). (C) là đường tròn đường kính AB và nằm trong mặt phẳng (P). Gọi S là một điểm bất kỳ nằm trên (C), S khác A,B. Khi đó khoảng cách từ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ đến mặt phẳng $(Q):2x+3y+z+1=0$ bằng

A. $\dfrac{7}{\sqrt{14}}$. **B.** $\dfrac{3}{2\sqrt{14}}$. **C.** $\dfrac{6}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Dễ thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ không phụ thuộc vị trí điểm S.

Gọi $H\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};0\right)$ là trung điểm AB. Suy ra H là tâm của (C) và $CH\perp AB\Rightarrow CH\perp(SAB)$ hay CH là trục của đường tròn (C). Có $\overrightarrow{CH}=\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-3\right)=\frac{3}{2}(1;1;-2)$ suy ra CH có phương trình $x=t;y=t;z=3-2t$.

◆ Mặt phẳng trung trực đoạn AC đi qua trung điểm $J\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$ của AC và có VTPT là $\overrightarrow{AC}=(-3;0;3)=-3(1;0;-1)$ nên có phương trình: $(x-\frac{3}{2})-(z-\frac{3}{2})=0$ hay $(\alpha):x-z=0$

◆ Suy ra tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là giao điểm I của CH và (α), tìm được $I(1;1;1)$. Do đó $d(I,(Q))=\frac{|2+3+1+1|}{\sqrt{4+9+1}}=\frac{7}{\sqrt{14}}$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1),B(0;1;2),C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+1=0$. Gọi I là điểm thuộc (P) sao cho $S=IA^2+2IB^2+IC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài OI bằng

A. $\sqrt{46}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{46}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Có $S=\overrightarrow{IA}^2+2\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2=\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MC}\right)^2$ (với M tùy ý)

Hay $S=4IM^2+\left(MA^2+2MB^2+MC^2\right)+2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)$

◆ Chọn M sao cho $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Suy ra $M\left(-\frac{1}{4};\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right)$

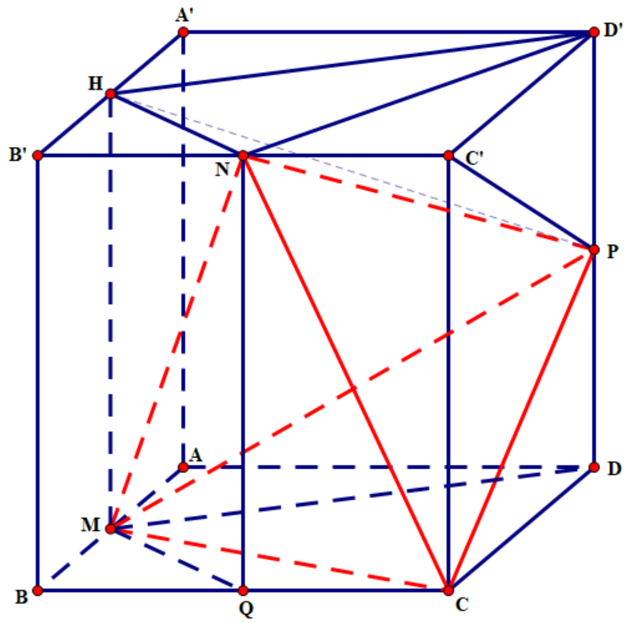
Khi đó $S=4MI^2+\left(MA^2+2MB^2+MC^2\right)$ và dễ thấy S nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất hay I là hình chiếu vuông góc của M lên (P). Suy ra $I\left(-\frac{3}{4};\frac{5}{4};1\right)$ và $OI=\frac{5\sqrt{2}}{4}$.

Câu 46. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, $B'C'$, DD'. Gọi thể tích khối tứ diện $CMNP$ là V', khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{1}{64}$. **D.** $\frac{3}{64}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V=V'+V_{B'HN.BMQ}+V_{A'HD'.AMD}+V_{N.MQC}+V_{P.NCC'}+V_{P.D'C'N}+V_{P.D'HN}+V_{P.HNM}+V_{P.MDC}$.

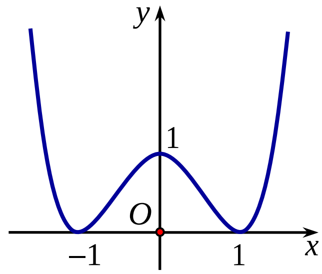
Gọi S là diện tích đáy và h là chiều cao khối hộp.

Xét: $V_{B'HN.BMQ}=\frac{1}{8}Sh$, $V_{A'HD'.AMD}=\frac{1}{4}Sh$, $V_{N.MQC}=\frac{1}{24}Sh$, $V_{P.NCC'}=\frac{1}{12}Sh$, $V_{P.D'C'N}=\frac{1}{24}Sh$,

$V_{P.D'HN}=\frac{1}{16}Sh$, $V_{P.HNM}=V_{D'.HNM}=V_{M.HND'}=\frac{1}{8}Sh$, $V_{P.MDC}=\frac{1}{12}Sh$.

Suy ra: $V=V'+\frac{13}{16}V\Leftrightarrow V'=\frac{3}{16}V\Leftrightarrow\frac{V'}{V}=\frac{3}{16}$.

Câu 47. Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m\in[-2021;2021]$ để phương trình $\log\frac{f(x)}{mx^2}+x\left[f(x)-mx\right]=mx^3-f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?



A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\dfrac{f(x)}{mx^2}>0 \Rightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\notin\{-1;0;1\}$.

Xét: $\log\dfrac{f(x)}{mx^2}+x\left[f(x)-mx\right]=mx^3-f(x)$

$\Leftrightarrow \log f(x)+\log(x+1)+xf(x)+f(x)=\log mx^2+\log(x+1)+mx^3+mx^2$

$\Leftrightarrow \log\left[(x+1)f(x)\right]+(x+1)f(x)=\log\left[mx^2(x+1)\right]+mx^2(x+1)$.

Điều kiện bổ sung: $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Xét hàm số $g(t)=\log t+t$ trên $(0;+\infty)$, khi đó: $g'(t)=\dfrac{1}{t\ln 10}+1>0, \forall t\in(0;+\infty)$.

Suy ra: g là hàm tăng trên $(0;+\infty)$.

Khi đó: $(x+1)f(x)=mx^2(x+1) \Leftrightarrow f(x)=mx^2$.

Dựa vào đồ thị, để hàm số $y=f(x)$ và $y=mx^2$ cắt nhau có 2 điểm có hoành độ dương thì $m>0$.

Kết hợp với đề bài: $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2021;2021]$, ta được 2021 giá trị của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 48. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{7x-8}{x^2+1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng qua hai điểm cực trị bằng

A. $\dfrac{16}{\sqrt{113}}$. **B.** $\dfrac{8}{\sqrt{53}}$. **C.** $\dfrac{16}{\sqrt{53}}$. **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{113}}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{7x-8}{x^2+1}$.

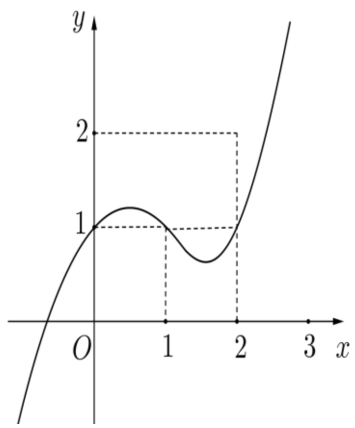
$$y' = \frac{-7x^2+16x+7}{\left(x^2+1\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{8}{7}+\frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{113}}{2}-4 \Rightarrow A\left(\frac{8}{7}+\frac{\sqrt{113}}{7};\frac{\sqrt{113}}{2}-4\right) \\ x = \frac{8}{7}-\frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{113}}{2}-4 \Rightarrow B\left(\frac{8}{7}-\frac{\sqrt{113}}{7};-\frac{\sqrt{113}}{2}-4\right) \end{array}\right..$$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{-2\sqrt{113}}{7};-\sqrt{113}\right)$, suy ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (7;-2)$.

Đường thẳng AB có phương trình là $7x-2y-16=0$.

Suy ra: $d(O,AB) = \frac{16}{\sqrt{53}}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

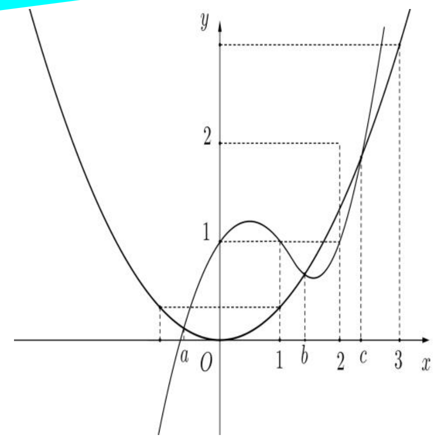
Chọn B

◆ Ta có $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{3}x^2$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^2$ (1).

◆ Vẽ parabol (P): $y = \frac{1}{3}x^2$. Ta thấy (P) đi qua các điểm $\left(-1;\frac{1}{3}\right),(0;0),\left(1;\frac{1}{3}\right),\left(2;\frac{4}{3}\right),(3;3)$.

Parabol này cắt đồ thị $y = f'(x)$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $a \in (-1;0), b \in (1;2)$ và $c \in (2;+\infty)$. Suy ra (1) có các nghiệm là: $x = a, x = b, x = c$.

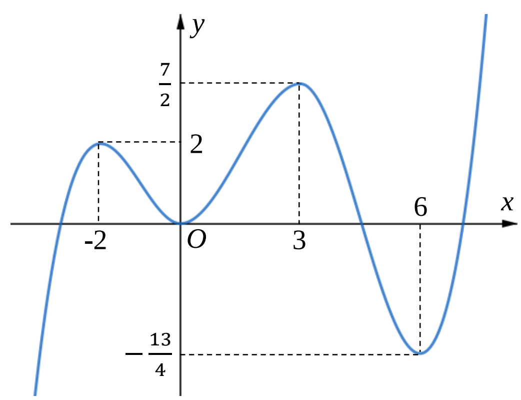


◆ Bảng biến thiên của hàm $g(x)=f(x)-\frac{1}{9}x^3$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
		↘		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3-6x+2)=\frac{1}{2}m-5$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt: $g(x)=f(2x^3-6x+2)$; $g'(x)=(6x^2-6).f'(2x^3-6x+2)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2-6=0 & (1) \\ f'(2x^3-6x+2)=0 & (2) \end{cases}$$

+ Giải (1): $6x^2-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

+ Giải (2): $f'\left(2x^3-6x+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^3-6x+2=-2 \\ 2x^3-6x+2=0 \\ 2x^3-6x+2=3 \\ 2x^3-6x+2=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-2 \notin [-1;2] \\ x=1 \text{ (nghiÖm kÐp)} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \approx -1,87 \notin [-1;2] \\ x \approx 0,34 \\ x \approx 1,53 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \approx -1,64 \notin [-1;2] \\ x \approx -0,16 \\ x \approx 1.81 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (nghiÖm kÐp)} \\ x=2 \end{array}\right. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$ trên đoạn $[-1;2]$

x	-1		-0.16		0.34		1		$1,53$		$1,81$		2
$g'(x)$	0	+	0	–	0	+	0	–	0	+	0	–	0
$g(x)$	$y=\frac{1}{2}m-5$ $-\frac{13}{4}$	↗	$\frac{7}{2}$	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$\frac{7}{2}$	↘	$-\frac{13}{4}$

Số nghiệm của phương trình $f\left(2x^3-6x+2\right)=\frac{1}{2}m-5$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)=f\left(2x^3-6x+2\right)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{2}m-5$.

Kẻ đường thẳng $y=\frac{1}{2}m-5$ trên cùng bảng biến thiên của $g(x)$. Điều kiện để đường thẳng $y=\frac{1}{2}m-5$ cắt đồ thị hàm số $g(x)=f\left(2x^3-6x+2\right)$ tại 6 điểm phân biệt là:

$0<\frac{1}{2}m-5<2 \Leftrightarrow 10<m<14$. Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{11;12;13\}$

Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn ycbt.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 19

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT VIỆT YÊN – BẮC GIANG

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = 3a, BC = \sqrt{3}a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

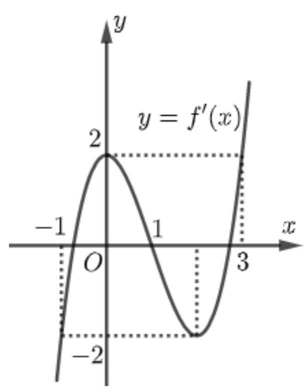
Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác $A'AC$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $2a^3$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC'.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 11. **B.** 20 **C.** 4. **D.** 14.

Câu 5. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - (m-1)x^2 + m^2 - m - 1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt. Khi đó m thuộc khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{9a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 7. Cho $5^a = 125^b$. Hãy chọn mệnh đề đúng

A. $a = 25b$. **B.** $a = 3b$. **C.** $a^3 = b$. **D.** $a = b^3$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA = a; SB = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $C'C$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 10. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

B. Ba khối tứ diện.

B. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

D. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 24x + 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{x\in[0;5]} y \in (0;10)$

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 12. Tìm m để $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+mx+5}-\sqrt{x^2+1}\right)=1$

A. $m = 1$ **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Câu 13. Cho a, b là các số thực dương, m, n là các số thực tuỳ ý. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $a^m.b^m = (ab)^{2m}$. **B.** $a^m.b^n = (ab)^{mn}$. **C.** $a^m.a^n = a^{mn}$. **D.** $a^{-m}.b^m = \left(\frac{b}{a}\right)^m$.

Câu 14. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020+\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. 14. **B.** 12. **C.** Vô số. **D.** 13.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Câu 16. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực x, y?

A. $\left(2^x\right)^y=2^{x+y}$. **B.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=\dfrac{2^x}{3}$. **C.** $\dfrac{2^x}{2^y}=2^{\frac{x}{y}}$. **D.** $2^x.2^y=2^{x+y}$.

Câu 17. Khai triển $(x+2)^{n+6}$ thành đa thức (với $n\in\mathbb{N}$) có số hạng 17 số hạng. Khi đó giá trị của n là

A. 11. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=a\sqrt{2}, AB'=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V=a^3\sqrt{10}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 19. Số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{4,3\}$ là:

A. 8. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 12.

Câu 20. Cho tập hợp A có 7 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập con có nhiều hơn một phần tử?

A. 2^7. **B.** 2^7-7. **C.** 2^7-8. **D.** 2^6.

Câu 21. Phương trình $\sin x=m+1$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\le -1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $-2\le m\le 0$. **D.** $|m|\le 1$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có $AB=AD=a, AA'=2a$ $A'AB=A'AD=BAD=60^0$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên các đường thẳng AB, AD, DC, CB. Tính thể tích khối chóp $B'.MNPQ$?

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 23. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	
y	1 ↘		$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$		↘ 1

A. $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=2018$, công sai $d=-5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm?

A. u_{405}. **B.** u_{404}. **C.** u_{403}. **D.** u_{406}.

Câu 25. Rút gọn biểu thức $A=\left[\sqrt{2}a\left(1+a^2\right)-2\sqrt{2}a\right]:\left[a^2\left(1-a^{-2}\right)\right]$ với $a\neq 0$ và $a\neq\pm 1$ ta được

A. $a=\dfrac{2}{a}$. **B.** $A=\dfrac{\sqrt{2}}{a}$. **C.** $A=2a$. **D.** $A=\sqrt{2}a$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=2a, AD=a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AB, góc tạo bởi SC và mặt đáy là 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 28. Đường thẳng $y=-3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{-3}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{-3-x}{x+3}$. **C.** $y=\dfrac{1-3x}{x+3}$. **D.** $y=-3x+1$.

Câu 29. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối tứ diện đều.

C. Khối lập phương. **D.** Khối hai mươi mặt đều.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $-14\sqrt{7}$. **B.** $-21\sqrt{3}$. **C.** -36. **D.** -37.

Câu 31. Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 3 lần thì không gian mẫu có số phần tử bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

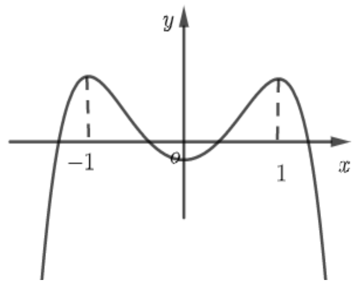
Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$. Khi đó c«sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:

A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 33. Cho hai số thực dương a ; b thỏa mãn $2\left(a^2+b^2\right)+ab=(a+b)(ab+2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=30\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)+11\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)+2020$:

A. $\min P=\frac{4621}{2}$. **B.** $\min P=\frac{4045}{2}$. **C.** $\min P=1960$. **D.** $\min P=1949$.

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^4-bx^2-a-2020b+2021c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Trong 3 số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 35. Biết đường thẳng $y=-\frac{9}{4}x-\frac{1}{24}$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x$ tại một điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=-2$. **B.** $y_0=-\frac{1}{2}$. **C.** $y_0=\frac{13}{12}$. **D.** $y_0=\frac{12}{13}$.

Câu 36. Đồ thị hàm số $\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

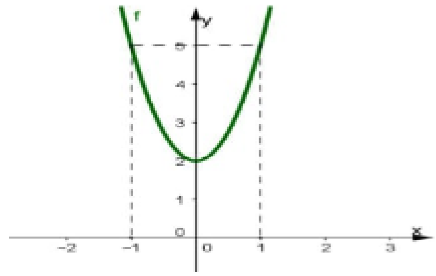
Câu 37. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ bằng

A. 25. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SC,SD. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) đi qua $A(1;4)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ.



Giá trị $f(3)-2f(1)$ là

A. 26. **B.** 30. **C.** 24. **D.** 27.

Câu 40. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập hợp M. Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{27}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{9}{24}$.

Câu 41. Biết A_n^k; C_n^k; P_k lần lượt là số chỉnh hợp, số tổ hợp, số hoán vị chập k của n phần tử $\left(k\in\mathbb{N},\ n\in\mathbb{N}^*;k\le n\right)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $P_n=n!$. **B.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **C.** $A_n^k=A_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=C_n^{n-k}.P_k$.

Câu 42. Cho a là số thực dương, giá trị biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 43. Tính $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2-4}$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 44. Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^2.\sqrt[4]{\frac{1}{a}}}}:\sqrt[24]{a^7},(a>0)$ ta được biểu thức dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m,n\in\mathbb{N}^*$. Tính giá trị m^2+n^2.

A. 5. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 13.

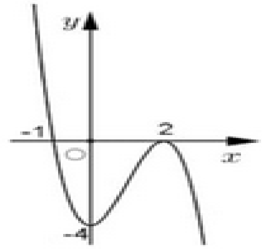
Câu 45. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-8x+2020$ nghịch biến trên khoảng

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn, gồm 5 chữ số khác nhau lập nên từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6$?

A. 1440. **B.** 4320. **C.** 5184. **D.** 1260.

Câu 47. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **B.** $y = -x^3 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi $A,\ B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I\left(2;-2\right)$. Tổng tất cả các giá trị m để ba điểm $I,\ A,\ B$ tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $\frac{4}{17}$. **B.** $\frac{14}{17}$. **C.** $\frac{2}{17}$. **D.** $\frac{20}{17}$.

Câu 49. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1 = 2, u_4 = 54$. Tính giá trị của u_{2020}.

A. 2.3^{2018}. **B.** 2.3^{2019}. **C.** 2.2^{2019}. **D.** 2.3^{2020}.

Câu 50. Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(2x+1\right)^2$. **B.** $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 9$.

C. $y = \frac{x+2}{x+4}$. **D.** $y = \tan x$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.D	5.A	6.A	7.B	8.D	9.D	10.B
11.C	12.B	13.D	14.D	15.C	16.D	17.D	18.C	19.A	20.C
21.C	22.A	23.B	24.A	25.D	26.D	27.B	28.C	29.C	30.A
31.D	32.D	33.A	34.B	35.C	36.B	37.B	38.A	39.A	40.B
41.C	42.C	43.D	44.A	45.C	46.D	47.C	48.D	49.B	50.B

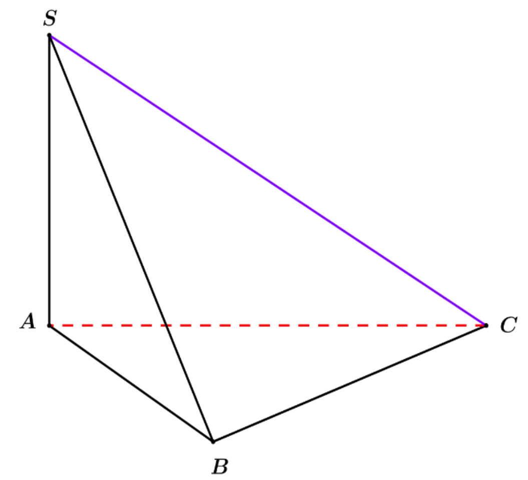
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = 3a, BC = \sqrt{3}a$, $SA \perp \left(ABC\right)$ và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu vuông góc của SC lên đáy là AC cho nên:

$\left(SC,\left(ABC\right)\right)=\left(SC,AC\right)=\widehat{SCA}$

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{9a^2+3a^2}=2\sqrt{3}a$.

Trong tam giác vuông SAC có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SCA}=30^\circ$.

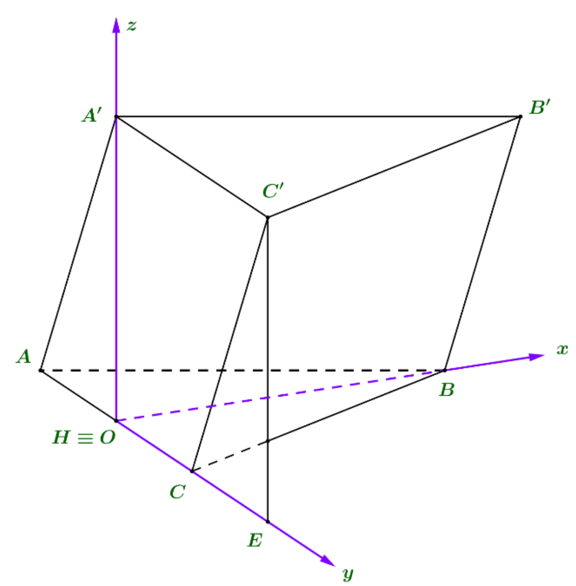
Vậy góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng 30°.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB=BC=2a$. Tam giác $A'AC$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $2a^3$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC'.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $HB \perp HC$
Xây dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} \Rightarrow A'H = \dfrac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{V_{ABC.A'B'C'}}{\frac{1}{2}AB.BC} = a$

Gọi E là hình chiếu vuông góc của C' lên $(Oxy) \Rightarrow C \in Oy$, đồng thời C là trung điểm của $HE \Rightarrow C'\left(0;2\sqrt{2}a;a\right)$

Tọa độ của các điểm A,B,C là: $A\left(0;-\sqrt{2}a;0\right), B\left(\sqrt{2}a;0;0\right), C\left(0;\sqrt{2}a;0\right)$

Ta có

$\overrightarrow{AB} = \left(\sqrt{2}a;\sqrt{2}a;0\right)$, $\overrightarrow{CC'} = \left(0;\sqrt{2}a;a\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CC'}\right] = \left(\sqrt{2}a;-\sqrt{2}a;2a\right) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CC'}\right]\right| = 2\sqrt{2}a$

$\overrightarrow{AC} = \left(0;2\sqrt{2}a;0\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CC'}\right].\overrightarrow{AC} = -4a^2$

Vậy $d\left(AB,CC'\right) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CC'}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CC'}\right]\right|} = \dfrac{4a^2}{2\sqrt{2}a} = \sqrt{2}a$.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $n \geq 2$

$2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 - 20 < 0$

$\Leftrightarrow 2.\dfrac{(n+1)!}{2!.(n-1)!} + 3\dfrac{n!}{(n-2)!} - 20 < 0$

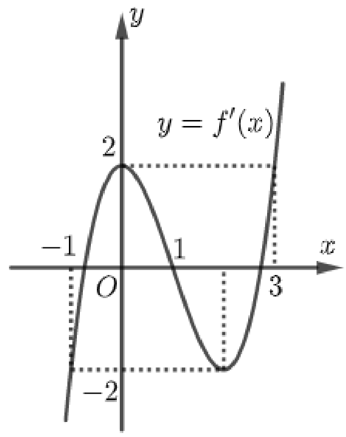
$\Leftrightarrow n(n+1) + 3n(n-1) - 20 < 0$

$\Leftrightarrow 4n^2 - 2n - 20 < 0$

$\Leftrightarrow -2 < n < \dfrac{5}{2} \Rightarrow n = 2$.

Vậy có 1 số tự nhiên n thỏa mãn.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x)=f(x-m)-\frac{1}{2}(x-m-1)^2+2019$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng các phần tử của S bằng

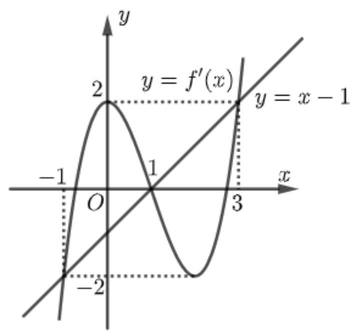
A. 11. **B.** 20 **C.** 4. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

$g'(x)=f'(x-m)-(x-m-1)$.

$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x-m)>(x-m-1)$.



Dựa vào đồ thị ta có: $\Leftrightarrow f'(x-m)>(x-m-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x-m<1 \\ x-m>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1<x<m+1 \\ x>m+3 \end{array}\right.$.

Để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ khi $\left[\begin{array}{l} (5;6)\subset(m-1;m+1) \\ (5;6)\subset(m+3;+\infty) \end{array}\right.$.

Với $(5;6)\subset(m-1;m+1)$ thì $m-1\le 5<6\le m+1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 6 \\ m\ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow 5\le m\le 6$.

Theo đề $m\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow m\in\{5;6\}$.

Với $(5;6)\subset(m+3;+\infty)$ thì $m+3\le 5 \Leftrightarrow m\le 2$.

Theo đề $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{1;2\}$.

Vậy $S = \{1;2;5;6\} \Rightarrow 1+2+5+6 = 14$.

Câu 5. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - (m-1)x^2 + m^2 - m - 1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt. Khi đó m thuộc khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - (m-1)x^2 + m^2 - m - 1 = 0 \quad (1)$.

Đặt $t = x^2$, $(t \geq 0)$.

Khi đó phương trình (1) trở thành: $t^2 - (m-1)t + m^2 - m - 1 = 0 \ (2)$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt hay phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt trong đó $t_1 = 0$ và $t_2 > 0$.

Điều này tương đương với:

$$\begin{cases} \Delta = (m-1)^2 - 4(m^2 - m - 1) > 0 \\ S = m - 1 > 0 \\ P = m^2 - m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 2m + 5 > 0 \\ m - 1 > 0 \\ m^2 - m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < \dfrac{5}{3} \\ m > 1 \\ \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

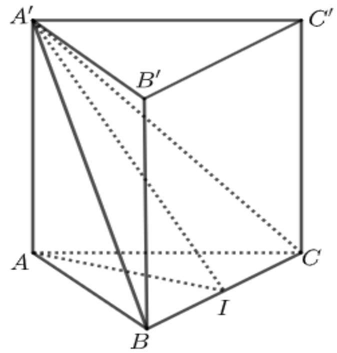
Vậy $m = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \in (1;2)$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V = \dfrac{9a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC ta có: $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$

$\Rightarrow \left((A'BC);(ABC) \right) = (A'I;AI) = A'IA = 60°$ (do $\Delta A'IA$ vuông tại A).

Tam giác ABI vuông tại I và có $BAI = 60°$

$AI = AB\cos 60° = \dfrac{a}{2}$.

Tam giác $AA'I$ vuông tại A và có $A'IA = 60°$

$AA' = AI.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V = AA'.S_{ABC} = AA'.\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin 120° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}.a.a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 7. Cho $5^a = 125^b$. Hãy chọn mệnh đề đúng

A. $a = 25b$. **B.** $a = 3b$. **C.** $a^3 = b$. **D.** $a = b^3$.

Lời giải

Chọn B

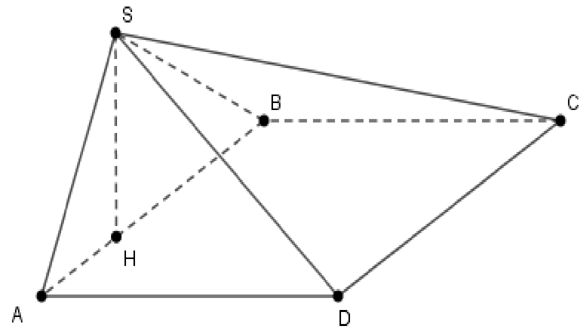
Ta có $5^a = 125^b \Rightarrow 5^a = 5^{3b} \Rightarrow a = 3b$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $SA = a; SB = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vì $DA \perp SH, DA \perp SB \Rightarrow DA \perp (SAB) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$.

Ta có tam giác SAB vuông tại S nên $BS \perp SA$.

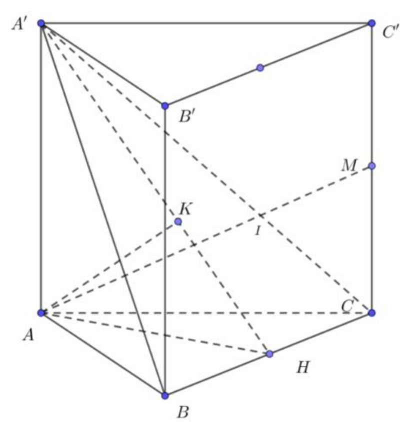
Như vậy $d(B,(SAD)) = BS = a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $C'C$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH) \Rightarrow (A'BC) \perp (A'AH)$.

Kẻ $AK \perp A'H \Rightarrow AK \perp (A'BC)$.

Xét $AM \cap A'C = I \Rightarrow \dfrac{MI}{AI} = \dfrac{MC}{A'A} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(M,(A'BC)) = \dfrac{1}{2} d(A,(A'BC)) = \dfrac{1}{2} AK$.

Ta có $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; A'A = 2a \Rightarrow AK = \dfrac{A'A.AH}{\sqrt{A'A^2 + AH^2}} = \dfrac{2\sqrt{57}a}{19} \Rightarrow d(M,(A'BC)) = \dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 10. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

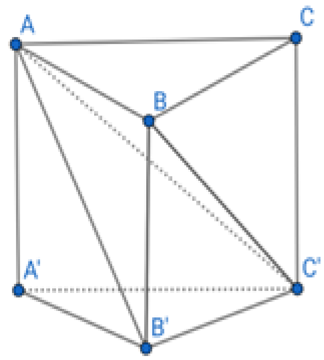
B. Ba khối tứ diện.

B. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

D. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn B



Ta có các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành ba khối tứ diện

$(AA'B'C')$, $(ABB'C')$, $(ABC'C)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 24x + 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{x\in[0;5]} y \in (0;10)$

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 24$, $y' = 0$ có nghiệm $x = 2 \in [0;5]$, $x = -4 \notin [0;5]$

$y(0) = 2m$, $y(2) = -28 + 2m$, $y(5) = 80 + 2m$

Do $y(2) < y(0) < y(5)$ với mọi m, nên $\max\limits_{x\in[0;5]} y = 80 + 2m$

Vậy $\max\limits_{x\in[0;5]} y \in (0;10) \Leftrightarrow 80 + 2m \in (0;10) \Leftrightarrow m \in (-40;-35)$. Do m nguyên nên có 4 giá trị thỏa mãn: $m = -39$, $m = -38$, $m = -37$, $m = -36$.

Câu 12. Tìm m để $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2 + mx + 5} - \sqrt{x^2 + 1}\right) = 1$

A. $m = 1$ **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+mx+5}-\sqrt{x^2+1}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{mx+4}{\sqrt{x^2+mx+5}+\sqrt{x^2+1}}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{m+\frac{4}{x}}{\sqrt{1+\frac{m}{x}+\frac{5}{x^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right)=\frac{m}{2}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{m}{2}=1 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 13. Cho a, b là các số thực dương, m, n là các số thực tuỳ ý. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nàođúng?

A. $a^m.b^m=(ab)^{2m}$. **B.** $a^m.b^n=(ab)^{mn}$. **C.** $a^m.a^n=a^{mn}$. **D.** $a^{-m}.b^m=\left(\frac{b}{a}\right)^m$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^{-m}.b^m=\frac{b^m}{a^m}=\left(\frac{b}{a}\right)^m$.

Câu 14. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2020+\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có haiđường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. 14. **B.** 12. **C.** Vô số. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2-6x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho

$$x_1>x_2\ge -2 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=9-2m>0\\ x_1+2+x_2+2>0\\ (x_1+2)(x_2+2)\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\frac{9}{2}\\ m\ge -8\end{cases} \Leftrightarrow -8\le m<\frac{9}{2}.$$

Nên $m\in\{-8;-7;...;4\}$ (do $m\in\mathbb{Z}$)

Vậy có tất cả 13 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 16. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực x, y?

A. $\left(2^x\right)^y = 2^{x+y}$. **B.** $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2^x}{3}$. **C.** $\frac{2^x}{2^y} = 2^{\frac{x}{y}}$. **D.** $2^x.2^y = 2^{x+y}$.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết ta có $2^x.2^y = 2^{x+y}$.

Câu 17. Khai triển $(x+2)^{n+6}$ thành đa thức (với $n \in \mathbb{N}$) có số hạng 17 số hạng. Khi đó giá trị của n là

A. 11. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Khai triển nhị thức Niu tơn $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

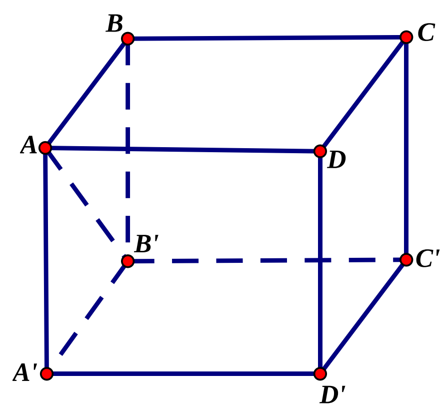
Theo đề bài ra ta có $n+6=16 \Rightarrow n=10$.

Câu 18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=a\sqrt{2}, AB'=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V = a^3\sqrt{10}$. **B.** $V = a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác $B'BA$ là tam giác vuông tại B. Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác $B'BA$ ta có:

$B'B^2 = B'A^2 - AB^2 = 5a^2 - a^2 = 4a^2 \Rightarrow B'B = 2a$.

Thể tích khối hộp đã cho là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.B'B = a.a\sqrt{2}.2a = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 19. Số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{4,3\}$ là:

A. 8. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Khối đa diện đều loại $\{4,3\}$ là khối lập phương nên có số đỉnh là 8.

Câu 20. Cho tập hợp A có 7 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập con có nhiều hơn một phần tử?

A. 2^7. **B.** 2^7-7. **C.** 2^7-8. **D.** 2^6.

Lời giải

Chọn C

Số tập con của tập A có 7 phần tử là 2^7.

Số tập con có 1 phần tử là 7 và tập rỗng là 1.

Suy ra số tập con có nhiều hơn một phần tử của A là: 2^7-8.

Câu 21. Phương trình $\sin x = m+1$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $-2 \le m \le 0$. **D.** $|m| \le 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\sin x = m+1$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m+1| \le 1 \Leftrightarrow -1 \le m+1 \le 1 \Leftrightarrow -2 \le m \le 0$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = 2a$ $A'AB = A'AD = BAD = 60^0$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên các đường thẳng AB, AD, DC, CB. Tính thể tích khối chóp $B'.MNPQ$?

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A

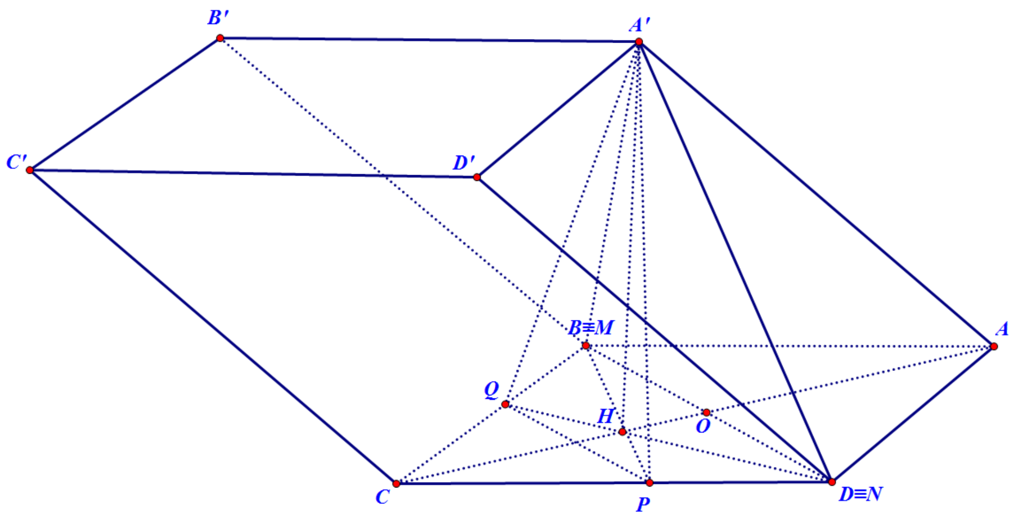
Từ giả thiết cho ta $\Delta ABD, \Delta CBD$ đều có cạnh bằng a.

- Ta có $A'AM = 60^0, AA' = 2a, A'M \perp AB \Rightarrow AM = AB.\cos 60^0 = a \Rightarrow M \equiv B$

$A'AN = 60^0, AA' = 2a, A'N \perp AD \Rightarrow AN = AD.\cos 60^0 = a \Rightarrow N \equiv D$

- Gọi H là hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ ta có $\begin{cases} A'H \perp AB, A'M \perp AB \Rightarrow HM \perp AB \\ A'H \perp AD, A'N \perp AD \Rightarrow HN \perp AD \end{cases}$

Suy ra H là trọng tâm tam giác BCD



◆ Ta có $A'H \perp CB, A'Q \perp CB \Rightarrow HQ \perp CB$ nên Q là trung điểm BC;

$A'H \perp CD, A'P \perp CD \Rightarrow HP \perp CD$ nên P là trung điểm CD nên $S_{MNPQ} = \frac{3}{4}S_{BCD} = \frac{3}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$AH = \frac{4}{3}AO = \frac{4}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$V_{B'.MNPQ} = V_{A'.MNPQ} = \frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{3}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 23. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	
y	$1 \searrow$		$-\infty \;\|\|\; +\infty$		$\searrow 1$

A. $y = \frac{x-3}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-2}$. **C.** $y = \frac{x+3}{2x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có:

+) Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên loại đáp án C và D

+) $y' < 0$ và $y = \frac{x+3}{x-2}$ có $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$ là phù hợp.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2018$, công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm?

A. u_{405}. **B.** u_{404}. **C.** u_{403}. **D.** u_{406}.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 2018 + (n-1)(-5) = 2023 - 5n$

$u_n < 0 \Leftrightarrow 2023 - 5n < 0 \Leftrightarrow n > \dfrac{2023}{5} \Leftrightarrow n > 404,6$.

Câu 25. Rút gọn biểu thức $A = \left[\sqrt{2}a\left(1+a^2\right) - 2\sqrt{2}a\right] : \left[a^2\left(1-a^{-2}\right)\right]$ với $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$ ta được

A. $a = \dfrac{2}{a}$. **B.** $A = \dfrac{\sqrt{2}}{a}$. **C.** $A = 2a$. **D.** $A = \sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn D

$A = \left[\sqrt{2}a\left(1+a^2\right) - 2\sqrt{2}a\right] : \left[a^2\left(1-a^{-2}\right)\right] = \left(\sqrt{2}a + \sqrt{2}a^3 - 2\sqrt{2}a\right) : \left(a^2 - 1\right)$

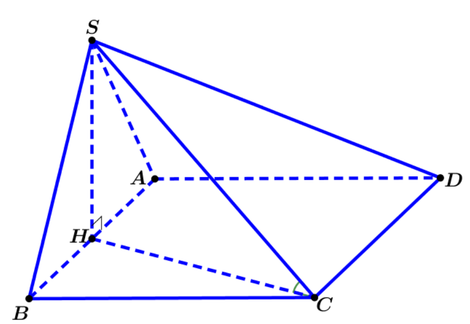
$= \dfrac{\left(-\sqrt{2}a + \sqrt{2}a^3\right)}{\left(a^2-1\right)} = \dfrac{\sqrt{2}a\left(a^2-1\right)}{a^2-1} = \sqrt{2}a$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AB, góc tạo bởi SC và mặt đáy là $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2$.

$\left(SC;(ABCD)\right) = (SC;HC) = SCH = 45°$

$HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

ΔSHC vuông cân tại H nên $SH = HC = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.2a^2 = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6.2=4$.

Câu 28. Đường thẳng $y=-3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\frac{-3}{x+3}$. **B.** $y=\frac{-3-x}{x+3}$. **C.** $y=\frac{1-3x}{x+3}$. **D.** $y=-3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Xét: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-3x}{x+3}=-3$, suy ra đồ thị hàm số $y=\frac{1-3x}{x+3}$ có tiệm cận ngang là $y=-3$.

Câu 29. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối tứ diện đều.

C. Khối lập phương. **D.** Khối hai mươi mặt đều.

Lời giải

Chọn C

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $-14\sqrt{7}$. **B.** $-21\sqrt{3}$. **C.** -36. **D.** -37.

Lời giải

Chọn A

Xét $f'(x)=3x^2-21=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{7}\in[2;19]\\x=-\sqrt{7}\notin[2;19]\end{array}\right.$.

$f(2)=-34$, $f\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7}$, $f(19)=6460$.

Suy ra: $\min\limits_{x\in[2;19]}=-14\sqrt{7}$ tại $x=\sqrt{7}$.

Câu 31. Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 3 lần thì không gian mẫu có số phần tử bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

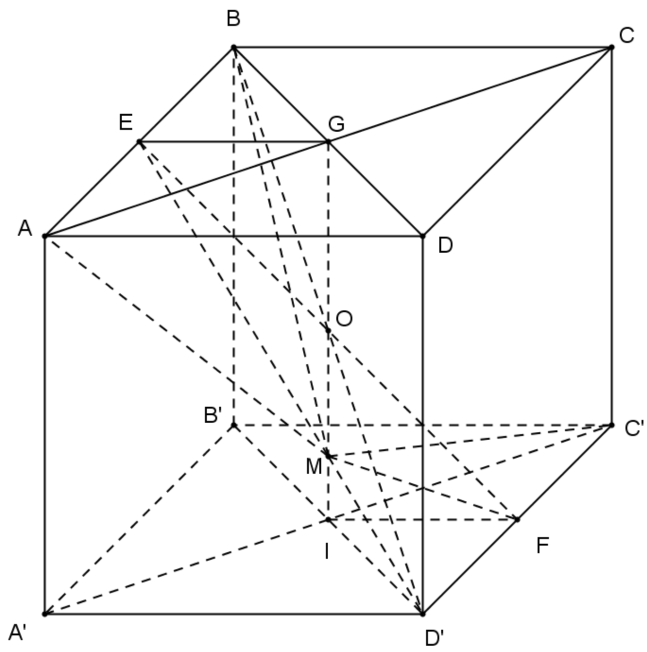
Gieo một đồng xu cân đối đồng chất 3 lần thì không gian mẫu có số phần tử là $2^3=8$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$. Khi đó c«sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng:

A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. **B.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử cạnh hình lập phương bằng 1.

Gọi G là tâm của hình vuông $ABCD$; E F lần lượt là trung điểm AB và $C'D'$

Ta có: $EF=\sqrt{2}$; $MI=\frac{1}{3}IO=\frac{1}{6}IG=\frac{1}{6}$; $MG=\frac{5}{6}$; $FI=EG=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow EM=\sqrt{EG^2+GM^2}=\frac{\sqrt{34}}{6}$; $FM=\sqrt{FI^2+IM^2}=\frac{\sqrt{10}}{6}$

Dễ thấy (MEF) vuông góc với cả hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) nên

$((MC'D');(MAB))=(ME;MF)$

$\Rightarrow \cos((MC'D');(MAB))=\cos(ME;MF)=|\cos EMF|=\left|\frac{EM^2+FM^2-EF^2}{2EM.FM}\right|=\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 33. Cho hai số thực dương a; b thỏa mãn $2(a^2+b^2)+ab=(a+b)(ab+2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=30\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)+11\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)+2020$:

A. $\min P=\frac{4621}{2}$. **B.** $\min P=\frac{4045}{2}$. **C.** $\min P=1960$. **D.** $\min P=1949$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\left(a^2+b^2\right)+ab=(a+b)(ab+2) \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)\left(1+\frac{2}{ab}\right)$

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 2\sqrt{2(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}=2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)} \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge\frac{5}{2}$

Ta có: $P=30\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^3+11\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2-90\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1998$

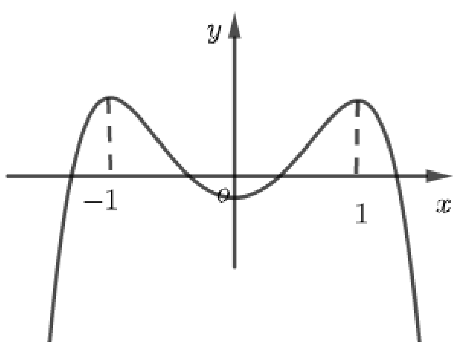
Xét hàm số $f(t)=30t^3+11t^2-90t+1998$ trên $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$

$f(t)=90t^2+22t-90=90\left(t^2-1\right)+22t>0\,\forall t\ge\frac{5}{2}$

$\Rightarrow$Hàm số $f(t)$ đồng biến trên trên $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$

$\Rightarrow \min\limits_{t\in\left[\frac{5}{2};+\infty\right)} f(t)=f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4621}{2} \Rightarrow \min P=\frac{4621}{2}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^4-bx^2-a-2020b+2021c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Trong 3 số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=4ax^3-2bx$; $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\frac{b}{2a}\end{array}\right.$.

Từ đồ thị mà đề đã cho ta thấy hàm số có 3 có cực trị là $x=\pm1$ và $x=0$.

Để hàm số có 3 cực trị như trên thì $\begin{cases}\frac{b}{2a}>0\\ \frac{b}{2a}=1\Rightarrow b=2a\end{cases}$.

Ta có đồ thị hướng xuống phía dưới nên $a<0 \Rightarrow b<0$.

Ta lại có:

$y(0)=-a-2020b+2021c=-a-2020.2a+2021c=-4041a+2021c<0 \Rightarrow 2021c<4041a$.

Mà $a<0$ nên $c<0$. Vậy a,b,c đều là số âm, không có số nào dương.

Câu 35. Biết đường thẳng $y=-\frac{9}{4}x-\frac{1}{24}$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x$ tại một điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=-2$. **B.** $y_0=-\frac{1}{2}$. **C.** $y_0=\frac{13}{12}$. **D.** $y_0=\frac{12}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đường cong là:

$-\frac{9}{4}x-\frac{1}{24}=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x$.

Hay $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{1}{4}x+\frac{1}{24}=0 \Leftrightarrow x_0=-\frac{1}{2} \Rightarrow y_0=-\frac{9}{4}.\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{24}=\frac{13}{12}$.

Câu 36. Đồ thị hàm số $\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}$ không xác định tại các điểm $x=\frac{1}{2}; x=2; x=-1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-1^-}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x^2-5x+6}{(2x-1)(x-2)(x+1)}=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x-3}{(2x-1)(x+1)}=-\frac{1}{9}$.

Nên $x=\frac{1}{2}$ và $x=-1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 37. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ bằng

A. 25. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

- $y' = 3x^2 - 6x - 9$
- $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-25	$\nearrow$	$+\infty$

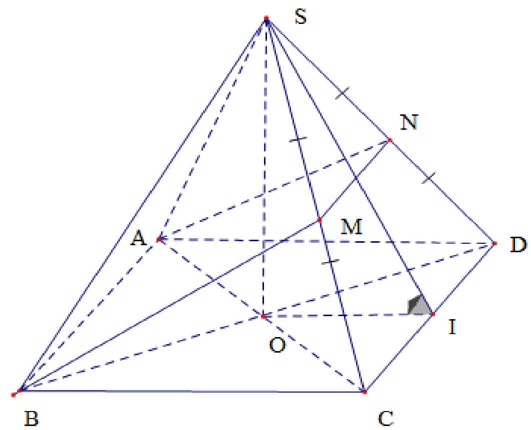
- Giá trị cực đại của hàm số bằng 7.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn A



- Kẻ $SO \perp (ABCD)(O = AC \cap BD)$, $OI \perp CD(I \in CD, IC = ID)$.

$CD \perp (SOI), (SCD) \cap (ABCD) = CD, SI \perp CD \Rightarrow SIO = 45^0$

$\Rightarrow \Delta SIO$ vuông cân tại O, nên $SO = OI = \frac{AB}{2} = a$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.(2a)^2.a = \frac{4a^3}{3}$.

$V_{S.ABMN} = V_{SABM} + V_{SAMN}$

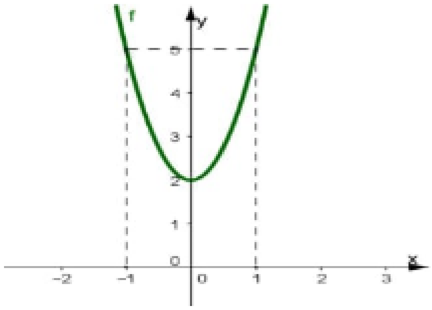
$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB}.\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{4}.\frac{4a^3}{3} = \frac{a^3}{3}$.

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}V_{S.ACD}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}=\frac{1}{8}.\frac{4a^3}{3}=\frac{a^3}{6}.$$

Suy ra $V_{S.ABMN}=V_{SABM}+V_{SAMN}=\frac{a^3}{3}+\frac{a^3}{6}=\frac{a^3}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) đi qua $A(1;4)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ.



Giá trị $f(3)-2f(1)$ là

A. 26. **B.** 30. **C.** 24. **D.** 27.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

$f'(0)=2\Rightarrow c=2$.

$f'(-1)=5\Rightarrow 3a-2b+c=5$

$f'(1)=5\Rightarrow 3a+2b+c=5$

$A(1;4)\in(C)\Rightarrow a+b+c+d=4$

- Suy ra $\begin{cases}3a-2b+c=5\\c=2\\3a+2b+c=5\\a+b+c+d=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=2\\d=1\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^3+2x+1$.

- Vậy $f(3)-2f(1)=34-2.4=26$.

Câu 40. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập hợp M. Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{27}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{9}{24}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega)=9^4$.

Gọi A là biến cố "chọn được số có 4 chữ số chia hết cho 6".

Số được chọn có dạng $\overline{abcd}$.

Số được chọn chia hết cho 6 khi và chỉ khi nó chia hết cho 2 và 3 nên $d\in\{2;4;6;8\}$ suy ra có 4 cách chọn d.

Ta thấy $\overline{abcd}$ chia hết cho 3 khi và chỉ khi $(a+b+c+d)$ phải chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Nếu $(a+b+d)$ chia hết cho 3 thì c chia hết cho 3 nên $c\in\{3;6;9\}$ suy ra c có 3 cách chọn.

Trường hợp 2: Nếu $(a+b+d)$ chia hết cho 3 dư 1 thì c chia hết cho 3 dư 2 nên $c\in\{2;5;8\}$ suy ra c có 3 cách chọn.

Trường hợp 3: Nếu $(a+b+d)$ chia hết cho 3 dư 2 thì c chia hết cho 3 dư 1 nên $c\in\{1;4;7\}$ suy ra c có 3 cách chọn.

Vậy trong mọi trường hợp c có 3 cách chọn a và b có 9 cách chọn d có 4 cách chọn, suy ra $n(A)=9.9.3.4$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4.3.9.9}{9^4}=\dfrac{4}{27}$.

Câu 41. Biết $A_n^k;\ C_n^k;\ P_k$ lần lượt là số chỉnh hợp, số tổ hợp, số hoán vị chập k của n phần tử $(k\in\mathbb{N},\ n\in\mathbb{N}^*;k\le n)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $P_n=n!$. **B.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **C.** $A_n^k=A_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=C_n^{n-k}.P_k$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!};\ A_n^{n-k}=\dfrac{n!}{(n-n+k)!}=\dfrac{n!}{k!}\Rightarrow A_n^k\ne A_n^{n-k}$.

Câu 42. Cho a là số thực dương, giá trị biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. a^5. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 43. Tính $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}=\dfrac{12}{4}=3$.

Câu 44. Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^2.\sqrt[4]{\dfrac{1}{a}}}}:\sqrt[24]{a^7},(a>0)$ ta được biểu thức dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m,n\in\mathbb{N}^*$. Tính giá trị m^2+n^2.

A. 5. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$P=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^2.\sqrt[4]{\frac{1}{a}}}}:\sqrt[24]{a^7}=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^2.a^{-\frac{1}{4}}}}:a^{\frac{7}{24}}=\sqrt{a.\sqrt[3]{a^{\frac{7}{4}}}}:a^{\frac{7}{24}}=\sqrt{a.a^{\frac{7}{12}}}:a^{\frac{7}{24}}=a^{\frac{19}{24}}:a^{\frac{7}{24}}=a^{\frac{1}{2}}.$$

Do đó $m=1,n=2\Rightarrow m^2+n^2=5$.

Câu 45. Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-8x+2020$ nghịch biến trên khoảng

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2x-8,y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$.

Xét dấu đạo hàm ta có

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;4)$.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn, gồm 5 chữ số khác nhau lập nên từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6$?

A. 1440. **B.** 4320. **C.** 5184. **D.** 1260.

Lời giải

Chọn D

Gọi số đó là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

TH1: $a_5=0$

Mỗi cách chọn $a_1a_2a_3a_4$ là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Suy ra có: $A_6^4=360$ (cách)

TH2: $a_5\neq 0$. Suy ra có 3 cách chọn a_5

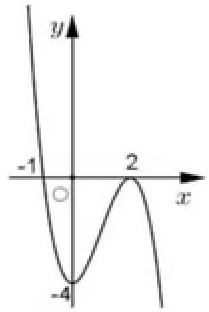
Có 5 cách chọn a_1

Mỗi cách chọn $a_2a_3a_4$ là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ có: $A_5^3 = 60$ (cách)

Suy ra có: $3.5.60 = 900$ (cách)

Vậy số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau là: $360 + 900 = 1260$.

Câu 47. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **B.** $y = -x^3 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 2$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị hàm số bậc ba với: $\begin{cases} a < 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = -4 \\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. \end{cases}$.

Suy ra đó là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I\left(2;-2\right)$. Tổng tất cả các giá trị m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $\frac{4}{17}$. **B.** $\frac{14}{17}$. **C.** $\frac{2}{17}$. **D.** $\frac{20}{17}$.

Lời giải

Chọn D

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$

$y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{array}\right.$

$x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 - m = \left(3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{m}{3}\right) - 2x - 2m$

Suy ra đường thẳng Δ đi qua hai điểm cực trị có phương trình là:

$y=-2x-2m \Leftrightarrow 2x+y+2m=0$

Gọi $A(m-1;-4m+2)$ và $B(m+1;-4m-2)$.

$\Rightarrow AB=\sqrt{(m+1-m+1)^2+(-4m-2+4m-2)^2}=2\sqrt{5} \Rightarrow AB=2R$

$\Rightarrow \Delta IAB$ vuông tại I.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0\\ \overrightarrow{IA}=(m-3;-4m+4)\\ \overrightarrow{IB}=(m-1;-4m)\end{array}\right\} \Rightarrow (m-3).(m-1)+(-4m+4).(-4m)=0 \Leftrightarrow 17m^2-20m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{3}{17}\end{array}\right.$$

Tổng tất cả các giá trị m là: $1+\dfrac{3}{17}=\dfrac{20}{17}$.

Câu 49. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2, u_4=54$. Tính giá trị của u_{2020}.

A. 2.3^{2018}. **B.** 2.3^{2019}. **C.** 2.2^{2019}. **D.** 2.3^{2020}.

Lời giải

Chọn B

- Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n).
- Ta có $u_4=u_1.q^3 \Rightarrow q=\sqrt[3]{\dfrac{u_4}{u_1}}=\sqrt[3]{\dfrac{54}{2}}=3$.
- Vậy $u_{2020}=u_1.q^{2019}=2.3^{2019}$.

Câu 50. Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=(2x+1)^2$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x-9$.

C. $y=\dfrac{x+2}{x+4}$. **D.** $y=\tan x$.

Lời giải

Chọn B

- Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x-9$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+x-9$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 19

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT NGUYỄN ĐĂNG ĐẠO – BẮC NINH

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

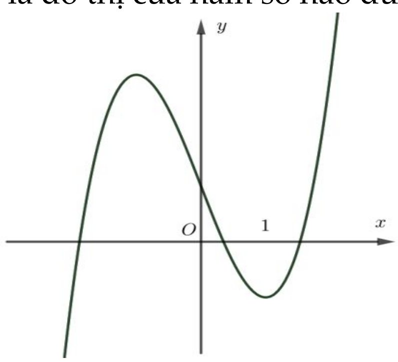
Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-x}=4$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\log_3 4$. **C.** 1. **D.** $\log_3 4$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $135°$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^2+x-1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 6. Dãy số cho bởi công thức nào dưới đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_n=2n+3$. **B.** $u_n=(-1)^n$. **C.** $u_n=\frac{2}{3^n}$. **D.** $u_n=\frac{3^n}{4}$.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 x(x^2+3)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(1-3x)=2$ là:

A. $\left\{\frac{17}{3}\right\}$. **B.** $\{-5\}$. **C.** $\left\{\frac{7}{3}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{7}{3}\right\}$.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2+x+1}$

A. $y'=(2x+1).3^{x^2+x+1}.\ln 3$. **B.** $y'=3^{x^2+x}$.

C. $y'=3^{x^2+x+1}.\ln 3$. **D.** $y'=(2x+1)3^{x^2+x+1}$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $12cm^3$. Tính thể tích tứ diện $AB'CD'$?

A. $2cm^3$. **B.** $5cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $3cm^3$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\frac{2x-1}{x-3}$ trên đoạn $[4;5]$ là:

A. $M=7$. **B.** $M=9$. **C.** $M=\frac{1}{2}$. **D.** $M=\frac{9}{2}$.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lấy từ tập $T=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$?

A. 126. **B.** 36. **C.** 5040. **D.** 3024.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;5)$ trên trục Ox có tọa độ là:

A. $K(0;0;5)$. **B.** $I(2;0;0)$. **C.** $H(2;-1;0)$. **D.** $J(0;-1;0)$.

Câu 14. Hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 15. Cho hình trụ có chiều cao gấp đôi bán kính đáy. Biết thiết diện qua trục của hình trụ có chu vi bằng 4. Tính thể tích khối trụ đó.

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

Câu 16. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

A. $2x+5y+z-6=0$. **B.** $2x+y-3z-14=0$.

C. $2x+y-6z-23=0$. **D.** $3x+4y+3z-1=0$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-8x+2=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-8x-2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+8x+2=0$.

Câu 18. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$, đi qua điểm $A(-3;0;0)$ có phương trình là:

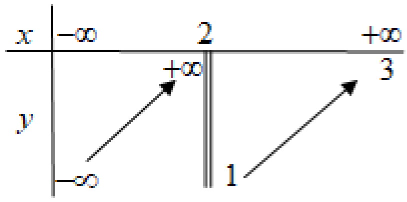
A. $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=16$.

C. $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=4$. **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=16$.

Câu 19. Cho $x>0$, viết biểu thức $P=x\sqrt[4]{x^3}$ dưới dạng lũy thừa của x.

A. $x^{\frac{7}{4}}$. **B.** $x^{\frac{3}{4}}$. **C.** $x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

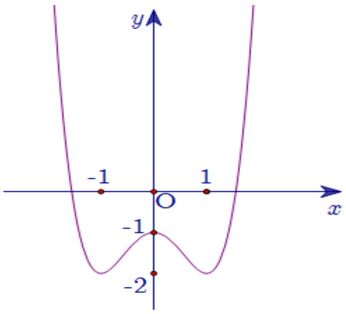
Câu 21. Cho $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int_a^b g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$. Giá trị của $\int_a^b\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho $M\left(3;-2;1\right)$ và $N\left(1;0;-3\right)$. Gọi M' và N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M và N lên $\left(Oxy\right)$. Khi đó độ dài $M'N'$ là

A. 4. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Câu 23. Hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c,\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{8}{5}$ là



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 9. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 25. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng $2R$ là

A. $8\pi R^2$. **B.** $16\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** $4\pi R^2$.

Câu 26. Cho hai hàm số $f\left(x\right)$, $g\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. $\int f\left(x\right).g\left(x\right)dx=\int f\left(x\right)dx.\int g\left(x\right)dx$.

B. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$.

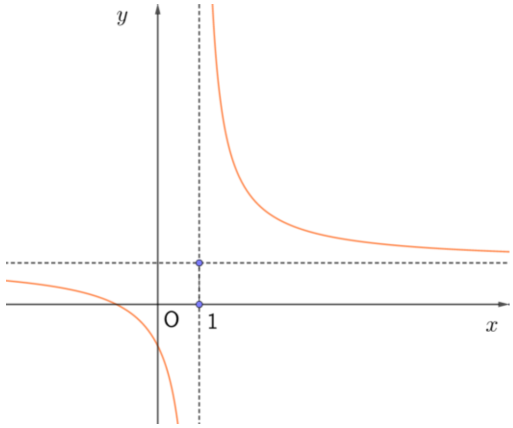
C. $\int 2f\left(x\right)dx=2\int f\left(x\right)dx$.

D. $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx-\int g\left(x\right)dx$.

Câu 27. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log\left(2x-4\right)\leq 1$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 28. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'>0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 29. Giả sử $\int\limits_1^5\dfrac{dx}{2x-1}=a+\ln\left(b+1\right)$, với a,b là các số nguyên không âm. Tính $T=a+b$?

A. -1. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 30. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số $1,2,3,4,7$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của E. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3?

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Câu 31. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại:

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 32. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}.\ln\left(5-2x\right)$.

A. $\left[1;\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $\left[1;\dfrac{5}{2}\right]$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2\sin x.\cos 2x$ là

A. $\dfrac{1}{3}\cos 3x+\cos x+C$. **B.** $-\cos 3x+\cos x+C$.

C. $\dfrac{1}{3}\cos 3x-\cos x+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\cos 3x+\cos x+C$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(1;1;-3)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 35. Cho $x>0$ và $\log_2 x=\alpha$. Tính $\log_4 \sqrt[3]{x}$ theo α

A. $\dfrac{3\alpha}{2}$. **B.** 6α. **C.** $\dfrac{2\alpha}{3}$. **D.** $\dfrac{\alpha}{6}$.

Câu 36. Biết $\int\limits_1^e \dfrac{\ln x}{(1+x)^2}dx=\dfrac{a}{e+1}+b\ln\dfrac{2}{e+1}+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b+c$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^3-3mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$:

A. $m>1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\geq 1$. **D.** $m\leq 0$.

Câu 38. Cho n là số nguyên dương. Tính tổng $S=C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+......+(n+1)C_n^n$:

A. $S_n=(n+1)2^n$. **B.** $S_n=(n+2)2^{n-1}$. **C.** $S_n=(n+2)2^n$. **D.** $S_n=n2^{n-1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi phương trình $m.|f(x)|-f(x)=m-3$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 40. Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và OM. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất?

A. $x=a\sqrt{2}$. **B.** $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 41. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0;\pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$. **C.** $F\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=3-\sqrt{3}$. **D.** $F\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+y^2+(z-4)^2=25$ và 2 điểm $A(4;6;0), B(0;3;0)$. Gọi M là điểm di động trên (S), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+2MB$.

A. $\sqrt{73}$. **B.** $\frac{\sqrt{73}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{457}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{457}}{4}$.

Câu 43. Xác định công thức tổng quát của dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \end{cases}$

A. $u_n = 2^n + 3n - 5$. **B.** $u_n = 2^n - 3n - 5$.
C. $u_n = 5.2^n - 5$. **D.** $u_n = 5.2^n - 3n - 5$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^6 + (m+4)x^5 + (16 - m^2)x^4 + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 10.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc bốn và $f(0) < 0\ \forall x \in \mathbb{R}, f(-3) = -4, f(1) = -6$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2021; 2021]$ của m để hàm số $g(x) = e^{-x^2+2mx+1}.f(x)$ đồng biến trên $(-3;1)$

A. 2020. **B.** 2017. **C.** 2021. **D.** 2018.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a, CD = 2a$, góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $60°$, tam giác ABD vuông tại A, tam giác ABC vuông tại **B.** Khi thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị tự nhiên của m để bất phương trình $\log_2^2 x - (3m+1)\log_2 x + 2m^2 + 2m \le 0$ có không quá 8 nghiệm nguyên?

A. 2. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = x$, tất cả các cạnh còn lại bằng 1. Tìm x, biết mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có diện tích bằng $\frac{13\pi}{9}$.

A. $x = 1$. **B.** $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x = \sqrt{\frac{120}{43}}$. **D.** $x = \sqrt{\frac{42}{17}}$.

Câu 49. Ông A dự định sử dụng $9\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp 3 chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2,25\,m^3$. **B.** $0,75\,m^3$. **C.** $3,71\,m^3$. **D.** $1,51\,m^3$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn: $f'(x)\left[1+f(x)\right]^2+(x+1)^2\left[f(x)\right]^4=0$, $f(1)=1$, $f(x)\neq 0\ \ \forall x\in[1;3]$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **D.** $(-1;0)$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.A	5.A	6.A	7.C	8.B	9.A	10.C
11.A	12.D	13.B	14.B	15.B	16.B	17.B	18.D	19.A	20.A
21.A	22.C	23.A	24.D	25.B	26.A	27.D	28.B	29.D	30.D
31.B	32.A	33.D	34.C	35.D	36.A	37.D	38.B	39.A	40.B
41.B	42.A	43.D	44.A	45.D	46.B	47.A	48.B	49.A	50.B

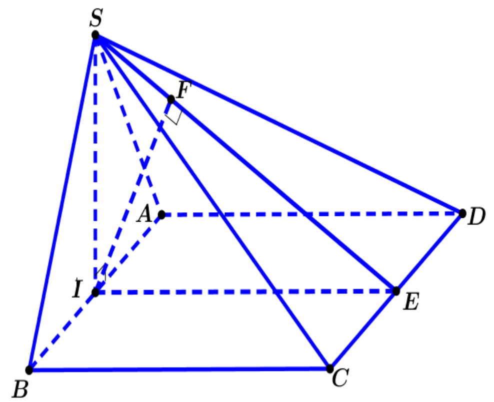
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(SAB)\perp(ABCD)$

$(SAB)\cap(ABCD)=AB$

$SI\perp AB$

$\Rightarrow SI\perp(ABCD)$

ΔSAB đều nên $SI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi E là trung điểm của CD

Ta có: $\begin{cases} CD\perp IE \\ CD\perp SI \end{cases} \Rightarrow DC\perp(SIE)\Rightarrow(SDC)\perp(SIE)$

Từ I dựng $IF\perp SE\Rightarrow IF\perp(SCD)$

Vậy $d\left(I;(SCD)\right)=IF=\frac{SI.IE}{\sqrt{SI^2+IE^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.a}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+a^2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}a$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x$ là

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int \cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-x}=4$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\log_3 4$. **C.** 1. **D.** $\log_3 4$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x^2-x}=4\Leftrightarrow x^2-x=\log_3 4\Leftrightarrow x^2-x-\log_3 4=0$

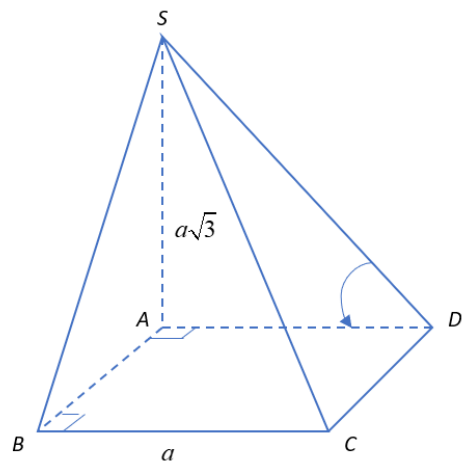
Phương trình có $ac<0$ nên có 2 nghiệm trái dấu. Vậy tổng hai nghiệm: $S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=1$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $135°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SD\cap\left(ABCD\right)=\left\{D\right\}$.

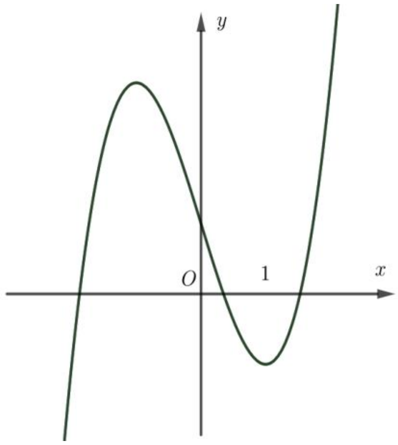
A là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ (Do $SA\perp\left(ABCD\right)$).

Suy ra AD là hình chiếu vuông góc của SD lên $\left(ABCD\right)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc SDA.

$\tan SDA=\frac{SA}{AD}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow SDA=60°$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^2 + x - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hàm đa thức bậc 3 có hệ số $a > 0$ nên ta chọn A.

Câu 6. Dãy số cho bởi công thức nào dưới đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = (-1)^n$. **C.** $u_n = \frac{2}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{3^n}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2(n+1)+3}{2n+3} = 1 + \frac{2}{2n+3}$ phụ thuộc n nên không phải là cấp số nhân.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 x(x^2+3)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 + 3 \Rightarrow dt = 2xdx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 3 \\ x = 1 \Rightarrow t = 4 \end{cases}$

Khi đó: $\int_0^1 x(x^2+3)dx = \frac{1}{2}\int_3^4 tdt = \left.\frac{t^2}{4}\right|_3^4 = \frac{7}{4}$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(1-3x) = 2$ là:

A. $\left\{\frac{17}{3}\right\}$. **B.** $\{-5\}$. **C.** $\left\{\frac{7}{3}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{7}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x < \frac{1}{3}$

$\log_4(1-3x)=2 \Leftrightarrow 1-3x=4^2 \Leftrightarrow x=-5(t/m)$

Vậy $S=\{-5\}$.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2+x+1}$

A. $y'=(2x+1).3^{x^2+x+1}.\ln 3$. **B.** $y'=3^{x^2+x}$.

C. $y'=3^{x^2+x+1}.\ln 3$. **D.** $y'=(2x+1)3^{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn A

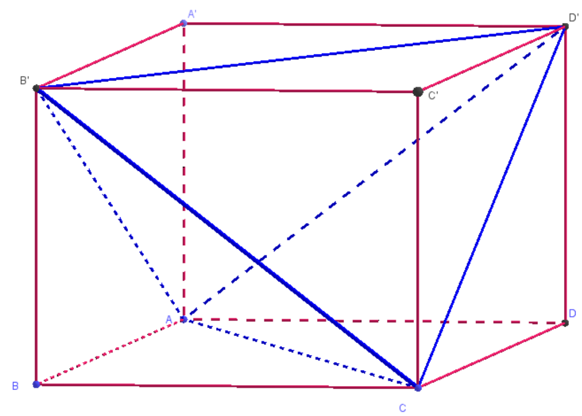
$\Rightarrow y'=3^{x^2+x+1}.\ln 3.(x^2+x+1)'=(2x+1).3^{x^2+x+1}.\ln 3$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $12cm^3$. Tính thể tích tứ diện $AB'CD'$?

A. $2cm^3$. **B.** $5cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $3cm^3$.

Lời giải

Chọn C



Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $V=12cm^3$.

$V_{B'ABC}=V_{AB'A'D'}=V_{D'ACD}=V_{CC'D'B'}=\frac{1}{6}V$

Vậy $V_{AB'CD'}=V-(V_{B'ABC}+V_{AB'A'D'}+V_{D'ACD}+V_{CC'D'B'})=V-\frac{4}{6}V=\frac{1}{3}V=\frac{1}{3}.12cm^3=4cm^3$

Câu 11. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\frac{2x-1}{x-3}$ trên đoạn $[4;5]$ là:

A. $M=7$. **B.** $M=9$. **C.** $M=\frac{1}{2}$. **D.** $M=\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $x\in[4;5]$

$y'=\frac{-5}{(x-3)^2}=0$ vô nghiệm

$y(4)=7$

$y(5)=\frac{9}{2}$

Vậy $M = 7$

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lấy từ tập $T = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$?

A. 126. **B.** 36. **C.** 5040. **D.** 3024.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lấy từ tập $T = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ là một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử. Vậy có $A_9^4 = 3024$ số tự nhiên.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;5)$ trên trục Ox có tọa độ là:

A. $K(0;0;5)$. **B.** $I(2;0;0)$. **C.** $H(2;-1;0)$. **D.** $J(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

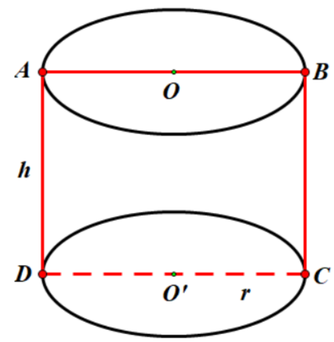
Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 15. Cho hình trụ có chiều cao gấp đôi bán kính đáy. Biết thiết diện qua trục của hình trụ có chu vi bằng 4. Tính thể tích khối trụ đó.

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn B



Chu vi thiết diện là: $2(AB+AD)=2(h+2R)=2(h+h)=4h=4 \Rightarrow h=1 \Rightarrow R=\frac{1}{2}$.

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2 h=\pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2.1=\frac{\pi}{4}$.

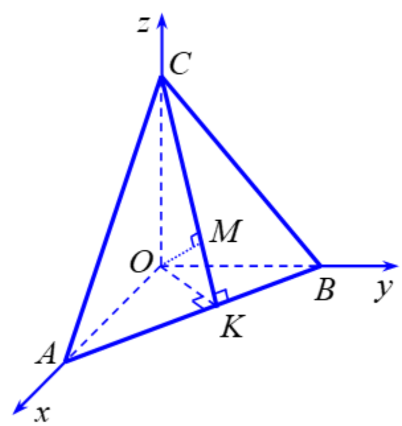
Câu 16. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

A. $2x+5y+z-6=0$. **B.** $2x+y-3z-14=0$.

C. $2x+y-6z-23=0$. **D.** $3x+4y+3z-1=0$.

Lời giải

Chọn B



Ta có M là trực tâm tam giác ABC $\Rightarrow OM \perp (ABC)$.

Thật vậy: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp AB$ (1)

Mà $CM \perp AB$ (vì M là trực tâm tam giác ABC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB \perp (OMC)$ $\Rightarrow AB \perp OM$ (*)

Tương tự $BC \perp (OAM)$ $\Rightarrow BC \perp OM$. (**)

Từ (*) và (**) suy ra $OM \perp (ABC)$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm đi qua M và nhận $\overrightarrow{OM}$ làm VTPT có phương trình :

$2(x-2)+1(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình:

A. $x^2+y^2+z^2-4x+2=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-8x+2=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-8x-2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+8x+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi tọa độ $I(x;0;0)$.

Ta có $IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2+1+4=(3-x)^2+4+9 \Leftrightarrow 4x=16 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow I(4;0;0)$.

Và $IA=\sqrt{(1-4)^2+1+4}=\sqrt{14}$.

Khi đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-4)^2+y^2+z^2=14 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-8x+2=0$.

Câu 18. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;0;4)$, đi qua điểm $A(-3;0;0)$ có phương trình là:

A. $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+y^2+(z+4)^2=16$.
C. $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=4$. **D.** $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=16$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $IA=\sqrt{(-3+3)^2+0^2+(0-4)^2}=4$.

Phương trình mặt cầu là $(x+3)^2+y^2+(z-4)^2=16$.

Câu 19. Cho $x>0$, viết biểu thức $P=x\sqrt[4]{x^3}$ dưới dạng lũy thừa của x.

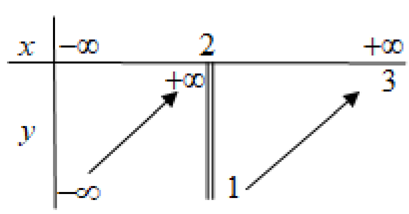
A. $x^{\frac{7}{4}}$. **B.** $x^{\frac{3}{4}}$. **C.** $x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $x^{\frac{5}{4}}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x>0$ ta có $P=x\sqrt[4]{x^3}=x.x^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{7}{4}}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ nên đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.

$\lim\limits_{x\to2^-} y=+\infty$ nên đồ thị có tiệm đứng là đường thẳng $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tất cả hai đường tiệm cận đứng và ngang.

Câu 21. Cho $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_a^b g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$. Giá trị của $\int\limits_a^b \left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_a^b \left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x-2\int\limits_a^b g\left(x\right)\mathrm{d}x=2-2.(-3)=8$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho $M\left(3;-2;1\right)$ và $N\left(1;0;-3\right)$. Gọi M' và N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M và N lên $\left(Oxy\right)$. Khi đó độ dài $M'N'$ là

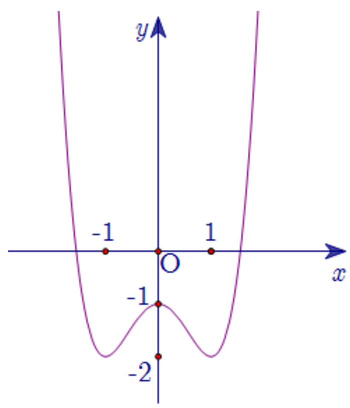
A. 4. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M'\left(3;-2;0\right), N'\left(1;0;0\right)$. Do đó $M'N'=\sqrt{\left(-2\right)^2+2^2+0^2}=2\sqrt{2}$.

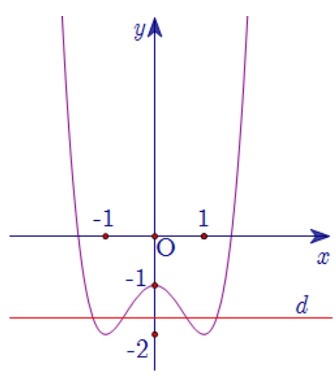
Câu 23. Hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c, \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{8}{5}$ là



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



Số thực của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{8}{5}$ là số giao điểm của đồ thị

$y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c,\left(a\neq 0\right)$ và đường thẳng $d:y=-\dfrac{8}{5}$.

Vẽ đường thẳng $d:y=-\dfrac{8}{5}$ ta thấy đường thẳng cắt đồ thị $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c,\left(a\neq 0\right)$

tại 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{8}{5}$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

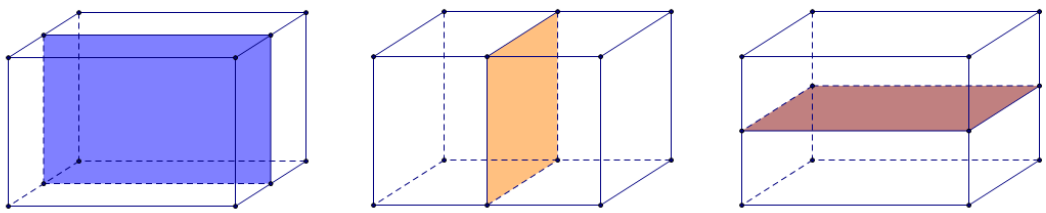
Câu 24. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 9. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có mặt phẳng đối xứng như hình vẽ sau:



Vậy hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có 3 mặt phẳng đối xứng.

Câu 25. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng $2R$ là

A. $8\pi R^2$. **B.** $16\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** $4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu $S=4\pi\left(2R\right)^2=4\pi.4R^2=16\pi R^2$.

Câu 26. Cho hai hàm số $f\left(x\right)$, $g\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. $\int f\left(x\right).g\left(x\right)dx=\int f\left(x\right)dx.\int g\left(x\right)dx$. **B.** $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$.

C. $\int 2f\left(x\right)dx=2\int f\left(x\right)dx$. **D.** $\int\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx-\int g\left(x\right)dx$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng tính chất nguyên hàm:

Nếu $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ là hai hàm số liên tục trên K thì

- Tính chất 1: $\int f'\left(x\right)dx=f\left(x\right)+C$.

- Tính chất 2: $\int k.f\left(x\right)dx=k.\int f\left(x\right)dx$, với k là số thực khác 0.

- Tính chất 3: $\int\left[f\left(x\right)\pm g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx\pm\int g\left(x\right)dx$.

Nên khẳng định A **sai**.

Câu 27. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log(2x-4) \le 1$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

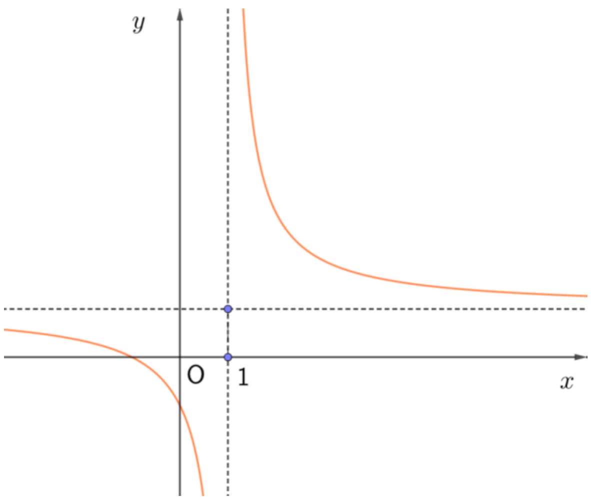
Điều kiện: $x > 2$.

Ta có: $\log(2x-4) \le 1 \Leftrightarrow 2x-4 \le 10 \Leftrightarrow 2x \le 14 \Leftrightarrow x \le 7$.

Kết hợp điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là $2 < x \le 7$.

Vì nghiệm nguyên dương nên $x \in \{3;4;5;6;7\}$.

Câu 28. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' < 0, \forall x \ne 1$. **C.** $y' > 0, \forall x \ne 1$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng của đồ thị, ta chọn đáp án là **B.**

Câu 29. Giả sử $\int_1^5 \dfrac{dx}{2x-1} = a + \ln(b+1)$, với a,b là các số nguyên không âm. Tính $T = a+b$?

A. -1. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 \dfrac{dx}{2x-1} = \dfrac{1}{2}\ln(2x-1)\Big|_1^5 = \ln 3 = a + \ln(b+1)$

Theo đó, suy ra $a = 0,\ b = 2$.

Vậy $T = a+b = 0+2 = 2$.

Câu 30. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số $1,2,3,4,7$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của E. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3?

A. $\frac{1}{5}$.　　**B.** $\frac{3}{5}$.　　**C.** $\frac{4}{5}$.　　**D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\overline{abc}$ là số có 3 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số $1,2,3,4,7$.

Khi đó: chọn mỗi ba chữ số a,b,c có A_5^3 cách chọn. Do đó: có $A_5^3=60$ số.

Suy ra, số phần tử của tập hợp E là $n(E)=60$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{60}^1=60$.

Gọi A là biến cố chọn được số chia hết cho 3 trong tập hợp E. Khi đó, theo đề thì $(a+b+c)\vdots 3 \Leftrightarrow \{a,b,c\}\in\{\{1,2,3\};\{2;3;4\};\{2;3;7\};\{1;4;7\}\}$

Mỗi tập hợp $\{a,b,c\}$ lập được 6 số có 3 chữ số khác nhau. Do đó, $n(A)=6.4=24$

Vậy, xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{24}{60}=\dfrac{2}{5}$.

Câu 31. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại:

A. $x=4$.　　**B.** $x=-2$.　　**C.** $x=3$.　　**D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 32. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}.\ln(5-2x)$.

A. $\left[1;\frac{5}{2}\right)$.　　**B.** $\left[1;\frac{5}{2}\right]$.　　**C.** $[1;+\infty)$.　　**D.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ 5-2x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x<\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1\le x<\frac{5}{2}$.

Tập xác định: $D=\left[1;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x.\cos 2x$ là

A. $\frac{1}{3}\cos 3x+\cos x+C$.　　**B.** $-\cos 3x+\cos x+C$.

C. $\frac{1}{3}\cos 3x - \cos x + C$. **D.** $-\frac{1}{3}\cos 3x + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int(2\sin x.\cos 2x)\mathrm{d}x = \int(\sin 3x + \sin(-x))\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\cos 3x + \cos x + C$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(1;1;-3)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

- Phương trình mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.
- Có $(P): x-2y+z-3=0$ nên vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Câu 35. Cho $x>0$ và $\log_2 x = \alpha$. Tính $\log_4 \sqrt[3]{x}$ theo α

A. $\frac{3\alpha}{2}$. **B.** 6α. **C.** $\frac{2\alpha}{3}$. **D.** $\frac{\alpha}{6}$.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $\log_4 \sqrt[3]{x} = \log_{2^2}\left(x^{\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\log_2 x = \frac{1}{6}\log_2 x = \frac{1}{6}\alpha$.

Câu 36. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2}dx = \frac{a}{e+1} + b\ln\frac{2}{e+1} + c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b+c$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Xét $I = \int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2}dx$.
- Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv = \frac{1}{(1+x)^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x}dx \\ v = -\frac{1}{x+1} \end{cases}$.
- Khi đó $I = -\frac{\ln x}{x+1}\Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x(x+1)}dx = -\frac{\ln e}{e+1} + \int_1^e\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)dx$

$= -\frac{1}{e+1} + \left(\ln|x| - \ln|x+1|\right)\Big|_1^e = -\frac{1}{e+1} + \ln e - \ln(e+1) + \ln 2 = -\frac{1}{e+1} + \ln\frac{2}{e+1} + 1$.

- Vậy $a=-1; b=1, c=1$ nên $a+b+c=1$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^3-3mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$:

A. $m>1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\geq 1$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6x^2-3m$

Hàm số $y=2x^3-3mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)\Leftrightarrow y'\geq 0\,\forall x\in(-2;2)$

$\Leftrightarrow 6x^2-3m\geq 0\,\forall x\in(-2;2)\Leftrightarrow m\leq 2x^2\,\forall x\in(-2;2)$

Dễ thấy $2x^2\geq 0\,\forall x\in(-2;2)$

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\leq 0$.

Câu 38. Cho n là số nguyên dương. Tính tổng $S=C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+......+(n+1)C_n^n$:

A. $S_n=(n+1)2^n$. **B.** $S_n=(n+2)2^{n-1}$. **C.** $S_n=(n+2)2^n$. **D.** $S_n=n2^{n-1}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x)=(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+......+C_n^nx^n$

$\Rightarrow xf(x)=x(1+x)^n=C_n^0x+C_n^1x^2+C_n^2x^3+......+C_n^nx^{n+1}$

Lấy đạo hàn hai vế ta được:

$f(x)+xf'(x)=(1+x)^n+nx(1+x)^{n-1}=C_n^0+2C_n^1x+3C_n^2x^2+......+(n+1)C_n^nx^n$

Thay $x=1$ vào ta được: $f(1)+f'(1)=2^n+n.2^{n-1}=C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+......+(n+1)C_n^n$

$\Rightarrow S=C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+......+(n+1)C_n^n=(n+2)2^{n-1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi phương trình $m.|f(x)|-f(x)=m-3$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $m.|f(x)|-f(x)=m-3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)\geq 0\\ mf(x)-f(x)=m-3\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)<0\\ -mf(x)-f(x)=m-3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)\geq 0\\ f(x)=\dfrac{m-3}{m-1}\ (m\neq 1)\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)<0\\ f(x)=-\dfrac{m-3}{m+1}\ (m\neq -1)\end{cases}\end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=a$ với $a>0$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại tối đa bốn điểm nên phương trình $f(x)=a$ với $a>0$ có tối đa bốn nghiệm, đường thẳng $y=b$ với $b<0$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại tối đa hai điểm nên phương trình $f\left(x\right)=b$ với $b<0$ có tối đa hai nghiệm

Do đó phương trình đã cho có nhiều nghiệm nhất khi $\begin{cases}1<\dfrac{m-3}{m-1}<2\\-3<-\dfrac{m-3}{m+1}<0\end{cases}$ (1)

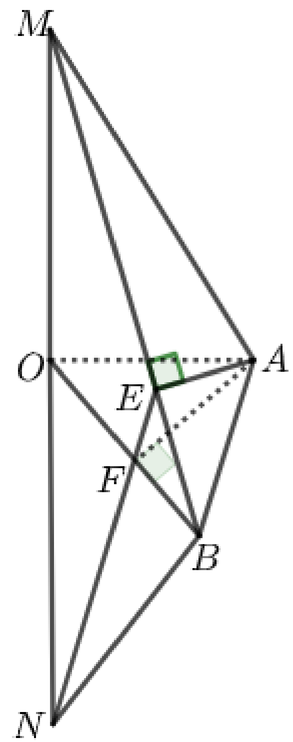
Dễ thấy $m=-4$ thỏa mãn (1) nên phương trình đã cho có nhiều nhất 6 nghiệm.

Câu 40. Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và OM. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất?

A. $x=a\sqrt{2}$. **B.** $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Do tam giác OAB đều cạnh a suy ra F là trung điểm $OB\Rightarrow OF=\dfrac{a}{2}$.

Ta có: $\begin{cases}AF\perp OB\\AF\perp OM\end{cases}\Rightarrow AF\perp\left(OMB\right)\Rightarrow AF\perp MB$.

Lại có: $MB\perp AE$ nên suy ra: $MB\perp\left(AEF\right)\Rightarrow MB\perp EF$.

Suy ra: $OBM \sim \Delta ONF$ nên: $\dfrac{OB}{OM}=\dfrac{ON}{OF}\Rightarrow ON=\dfrac{OB.OF}{OM}=\dfrac{a^2}{2x}$.

Ta có: $V_{ABMN}=V_{ABOM}+V_{ABON}=\dfrac{1}{3}S_{OAB}\left(OM+ON\right)=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}.\left(x+\dfrac{a^2}{2x}\right)\ge\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $x=\dfrac{a^2}{2x}\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $\left(0;\pi\right)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F\left(x\right)$ trên khoảng $\left(0;\pi\right)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$. **C.** $F\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=3-\sqrt{3}$. **D.** $F\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$F\left(x\right)=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=2\int\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x-\int\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

$=2\int\dfrac{\mathrm{d}\left(\sin x\right)}{\sin^2 x}-\int\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{\sin x}+\cot x+C$.

$F'\left(x\right)=\dfrac{2\cos x}{\sin^2 x}-\dfrac{1}{\sin^2 x}=\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$.

$F'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$.

Vì $x\in\left(0;\pi\right)$ nên $x=\dfrac{\pi}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{\pi}{3}$		π
$F'(x)$		$+$	0	$-$	
$F(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Do đó: $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow-\sqrt{3}+C=\sqrt{3}\Rightarrow C=2\sqrt{3}$.

Vậy $F\left(x\right)=-\dfrac{2}{\sin x}+\cot x+2\sqrt{3}\Rightarrow F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+y^2+(z-4)^2=25$ và 2 điểm $A(4;6;0), B(0;3;0)$. Gọi M là điểm di động trên (S), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+2MB$.

A. $\sqrt{73}$. **B.** $\frac{\sqrt{73}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{457}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{457}}{4}$.

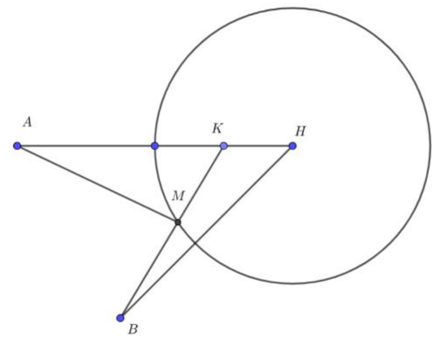
Lời giải

Chọn A

Mặt cầu đã cho có tâm $I(4;0;4), R=5$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm I trên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(4;0;0) \Rightarrow IH=4<R \Rightarrow (S),(Oxy)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H, bán kính $r=3$.

Dễ thấy $HA=6=2r; A,B\in(Oxy)$.

Chọn điểm K sao cho $\overrightarrow{HA}=4\overrightarrow{HK} \Rightarrow K\left(4;\frac{3}{2};0\right), HK=\frac{r}{2}$.



Ta có hai tam giác $\Delta HKM, \Delta HMA$ đồng dạng nên $\frac{MA}{KM}=\frac{MH}{KH}=\frac{r}{0,5r}=2 \Rightarrow MA=2KM$.

Khi đó theo bất đẳng thức tam giác ta có

$T=MA+2MB=2MK+2MB=2(MK+MB)\geq 2KB=\sqrt{73} \Rightarrow T\min=\sqrt{73}$.

Câu 43. Xác định công thức tổng quát của dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1=2 \\ u_n=2u_{n-1}+3n-1 \end{cases}$

A. $u_n=2^n+3n-5$. **B.** $u_n=2^n-3n-5$.

C. $u_n=5.2^n-5$. **D.** $u_n=5.2^n-3n-5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1=2$

Xét đáp án A ta có $u_1=2^1+3.1-5=0\neq 2$ loại **A.**

Xét đáp án C ta có $u_1=5.2-5=5\neq 2$ loại **C.**

Xét đáp án B ta có $u_1=2^1-3.1-5=-6$ loại **B.**

Vậy chọn đáp án D

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^6+(m+4)x^5+(16-m^2)x^4+2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^5 + 5(m+4)x^4 + 4\left(16 - m^2\right)x^3 = x^3\left[6x^2 + 5(m+4)x + 4\left(16 - m^2\right)\right] = x^3.g(x)$

Trường hợp 1: $g(0) = 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -4 \end{array}\right.$

Nếu $m = 4 \Rightarrow y' = 6x^5 + 40x^4 = x^4(6x + 40)$. y' không đổi dấu khi đi qua $x = 0$ vì $x = 0$ là nghiệm bội chẵn. Do đó $m = 4$ loại

Nếu $m = -4 \Rightarrow y' = 6x^5$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = 0$ suy ra $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = -4$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $g(0) \neq 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m \neq -4 \end{cases}$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Leftrightarrow g(0) > 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Kết hợp hai trường hợp suy ra có 8 giá trị nguyên của tham số m thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc bốn và $f(0) < 0\ \forall x \in \mathbb{R}, f(-3) = -4, f(1) = -6$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2021;2021]$ của m để hàm số $g(x) = e^{-x^2+2mx+1}.f(x)$ đồng biến trên $(-3;1)$

A. 2020. **B.** 2017. **C.** 2021. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x) = e^{-x^2+2mx+1}.f(x) \Rightarrow g'(x) = (-2x + 2m)e^{-x^2+2mx+1}.f(x) + e^{-x^2+2mx+1}.f'(x)$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3;1)$

$\Leftrightarrow (-2x + 2m)e^{-x^2+2mx+1}.f(x) + e^{-x^2+2mx+1}.f'(x) \geq 0\ \forall x \in (-3;1)$.

$\Rightarrow (-2x + 2m).f(x) + f'(x) \geq 0\ \forall x \in (-3;1) \Leftrightarrow 2m.f(x) \geq 2x.f(x) - f'(x)\forall x \in (-3;1)$.

Khi $x \in (-3;1) \Rightarrow f(x) < 0$

$\Rightarrow m \leq x - \dfrac{f'(x)}{2f(x)}\ \ \forall x \in (-3;1) \Rightarrow m \leq \underset{(-3;1)}{Min}\, h(x)$ với $h(x) = x - \dfrac{f'(x)}{2f(x)}$. $\forall x \in (-3;1)$

Đặt $h(x)=x-\dfrac{f'(x)}{2f(x)}\Rightarrow h'(x)=1-\dfrac{f''(x).f(x)-f'^2(x)}{2f^2(x)}$. $\forall x\in(-3;1)$

Lại có

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f''(x)$		-	0	+	0	-	
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	0	↘	$-\infty$

Từ BBT suy ra $\forall x\in(-3;1)$ $f''(x)>0\Rightarrow h'(x)=1-\dfrac{f''(x).f(x)-f'^2(x)}{2f^2(x)}>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-3;1)$.

Do đó $m\le h(x)\,\forall x\in(-3;1)$ thì $m\le \min\limits_{(-3;1)} h(x)=h(-3)=\dfrac{-13}{4}$.

Mặt khác $m\in[-2021;2021]$ nên $m\in\left[-2021;\dfrac{-13}{4}\right]$

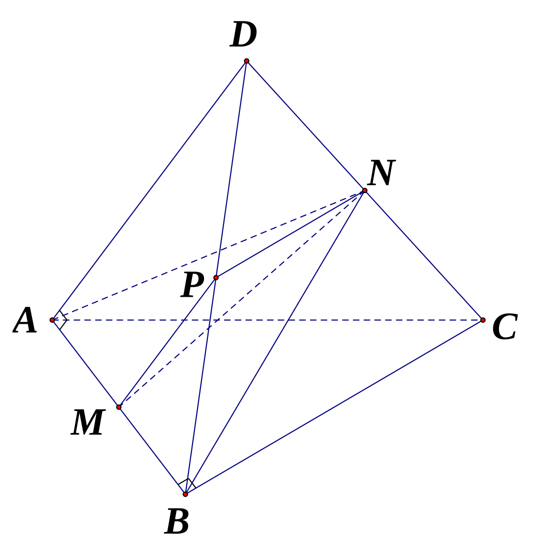
Có 2018 số nguyên thỏa ycbt.

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a, CD=2a$, góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $60°$, tam giác ABD vuông tại A, tam giác ABC vuông tại B. Khi thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



- Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của AB, CD và BD. Đặt $AD=x, BC=y$ $(x,y>0)$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}AB\perp AD\\AB\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow d(AD,BC)=AB=a$

Khi đó: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AD.BC.d\left(AD,BC\right).\sin\left(AD,BC\right)=\frac{1}{6}x.y.a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{12}.xy$.

- Mặt khác: $\left.\begin{matrix}MP\ //\ AD\\NP\ //\ BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left(AD,BC\right)=\left(MP,NP\right)=\begin{cases}MPN & khi\ MPN\le 90^\circ\\180^\circ-MPN & khi\ MPN>90^\circ\end{cases}$.
- Do tam giác ABD vuông tại A, tam giác ABC vuông tại B nên
$\Rightarrow BD^2=AD^2+AB^2=x^2+a^2; AC^2=AB^2+BC^2=y^2+a^2$.
- $BN^2=\frac{BC^2+BD^2}{2}-\frac{CD^2}{4}=\frac{x^2+y^2-a^2}{2}$, $AN^2=\frac{AD^2+AC^2}{2}-\frac{CD^2}{4}=\frac{x^2+y^2-a^2}{2}$
$\Rightarrow AN=BN\Rightarrow$ tam giác ABN cân tại $N\Rightarrow MN\perp AB$
$\Rightarrow MN^2=BN^2-BM^2=\frac{2x^2+2y^2-3a^2}{4}$
- Suy ra $\cos\left(AD,BC\right)=\left|\cos\left(MPN\right)\right|=\left|\frac{MP^2+NP^2-MN^2}{2MP.NP}\right|=\left|\frac{-x^2-y^2+3a^2}{2xy}\right|$

Giả thiết $\Leftrightarrow\left|\frac{-x^2-y^2+3a^2}{2xy}\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}x^2+y^2-3a^2=xy\\x^2+y^2-3a^2=-xy\end{matrix}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}3a^2+3xy=\left(x+y\right)^2\ge 4xy\\3a^2-3xy=\left(x+y\right)^2\ge 4xy\end{matrix}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{matrix}xy\le 3a^2\\xy\le\frac{3a^2}{7}\end{matrix}\right.\Rightarrow xy\le 3a^2$.

- Do đó: $V_{ABCD}=\frac{a\sqrt{3}}{12}.xy\le\frac{a\sqrt{3}}{12}.3a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$
$\Rightarrow\max V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ xảy ra khi $\begin{cases}xy=3a^2\\x=y\end{cases}\Rightarrow x=y=a\sqrt{3}$

Khi đó: $\begin{cases}AN=BN\Rightarrow MN\perp AB\\DM=CM\Rightarrow MN\perp CD\end{cases}$.

Vậy $d\left(AB,CD\right)=MN=\sqrt{\frac{2x^2+2y^2-3a^2}{4}}=\frac{3a}{2}$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị tự nhiên của m để bất phương trình $\log_2^2 x-\left(3m+1\right)\log_2 x+2m^2+2m\le 0$ có không quá 8 nghiệm nguyên?

A. 2. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

- Điều kiện: $x>0$.
- Bất phương trình $\log_2^2 x-\left(3m+1\right)\log_2 x+2m^2+2m\le 0$
$\Leftrightarrow\left(\log_2 x-2m\right)\left(\log_2 x-m-1\right)\le 0$ (*)
- Nếu $m=0$ thì (*) $\Leftrightarrow\log_2 x\left(\log_2 x-1\right)\le 0\Leftrightarrow 0\le\log_2 x\le 1\Leftrightarrow 1\le x\le 2$. Suy ra bất phương trình có 2 nghiệm nguyên $x=1,x=2$. Do đó $m=0$ thoả mãn.

◆ Nếu $m \ge 1, m \in \mathbb{N}$ thì $2m \ge m+1$.

Do đó, (*) $\Leftrightarrow \left(\log_2 x - 2m\right)\left(\log_2 x - m - 1\right) \le 0 \Leftrightarrow m+1 \le \log_2 x \le 2m \Leftrightarrow 2^{m+1} \le x \le 2^{2m}$.

◆ Khi đó, bất phương trình (*) có không quá 8 nghiệm nguyên khi và chỉ khi

$$0 \le 2^{2m} - 2^{m+1} < 8 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2m} - 2^{m+1} \ge 0 \\ 2^{2m} - 2^{m+1} - 8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 1 \\ -2 < 2^m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 1 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2.$$

Trường hợp này có $m=1$ thoả mãn.

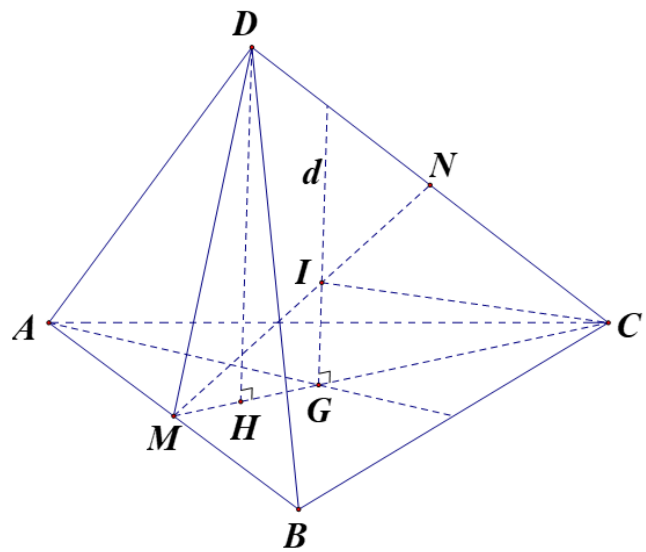
◆ Vậy có 2 số tự nhiên thoả mãn là $m=0$, $m=1$.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = x$, tất cả các cạnh còn lại bằng 1. Tìm x, biết mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có diện tích bằng $\dfrac{13\pi}{9}$.

A. $x=1$. **B.** $x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x = \sqrt{\dfrac{120}{43}}$. **D.** $x = \sqrt{\dfrac{42}{17}}$.

Lời giải

Chọn B



◆ Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trọng tâm tam giác ABC.

◆ Kẻ $DH \perp MC$ tại H. Ta có các tam giác ABD và ABC là các tam giác đều cạnh 1 nên

$$\left.\begin{array}{l} AB \perp MC \\ AB \perp MD \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp (MCD) \Rightarrow AB \perp DH.$$ Do đó, $DH \perp (ABC)$.

◆ Vì tam giác ABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Qua G, dựng trục d của mặt phẳng (ABC) (d // DH), cắt MN tại điểm I.

Vì $I \in d$ nên $IA = IB = IC$. Mặt khác, $MC = MD = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên tam giác MCD cân tại M, suy ra MN là đường trung trực của CD. Do đó, $IC = ID$. Từ đó ta suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

◆ Từ công thức diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{13\pi}{9} \Rightarrow R = IC = \dfrac{\sqrt{13}}{6}$

$$IG=\sqrt{IC^2-GC^2}=\frac{1}{6},\ MN=\sqrt{MC^2-NC^2}=\frac{\sqrt{3-x^2}}{2}.$$

$$\Delta MIG\backsim\Delta MCN\Rightarrow\frac{IG}{CN}=\frac{MG}{MN}\Leftrightarrow\frac{1}{6}.\frac{\sqrt{3-x^2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}.\frac{x}{2}\Leftrightarrow x^2=\frac{3}{4}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 49. Ông A dự định sử dụng $9\,\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp 3 chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2,25\,\text{m}^3$. **B.** $0,75\,\text{m}^3$. **C.** $3,71\,\text{m}^3$. **D.** $1,51\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A

◆ Đặt chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là: $x\ \left(x>0\right)$.

Chiều dài của hình chữ nhật đáy bể là: $3x$.

Chiều cao của bể cá hình hộp chữ nhật là h. Ta có:

$$S_{xq}+S_{day}=2\left(3x+x\right)h+3x.x\Rightarrow 9=8xh+3x^2\Leftrightarrow h=\frac{9-3x^2}{8x};\ x<\sqrt{3}$$

◆ Thể tích bể cá hình hộp chữ nhật là: $V=B.h=3x.x.\frac{9-3x^2}{8x}=\frac{9}{8}.\left(3x-x^3\right)$

Xét hàm số $y=3x-x^3$ với $0<x<\sqrt{3}$; $y'=3-3x^2$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$

BBT:

x	0		1		$\sqrt{3}$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Từ BBT: $\max\limits_{(0;\sqrt{3})} y=y\left(1\right)=2$.

Vậy: $\max V=\frac{9}{8}.2=\frac{9}{4}=2,25$ (m³); khi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là $1\,\text{m}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn: $f'\left(x\right)\left[1+f\left(x\right)\right]^2+\left(x+1\right)^2\left[f\left(x\right)\right]^4=0$, $f(1)=1$, $f(x)\neq 0\ \ \forall x\in[1;3]$. Giá trị của $\int\limits_1^3 f(x)dx$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Với $f\left(x\right)\neq 0$, ta có: $f'\left(x\right)\left[1+f\left(x\right)\right]^2+\left(x+1\right)^2\left[f\left(x\right)\right]^4=0$

$\Leftrightarrow f'\left(x\right)+2.f'\left(x\right).f\left(x\right)+f'\left(x\right).\left[f\left(x\right)\right]^2=-\left(x+1\right)^2.\left[f\left(x\right)\right]^4$

$\Leftrightarrow \frac{f'\left(x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^4}+\frac{2.f'\left(x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^3}+\frac{f'\left(x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2}=-\left(x+1\right)^2$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3\left[f(x)\right]^3}-\frac{1}{\left[f(x)\right]^2}-\frac{1}{\left[f(x)\right]}-\frac{1}{3}=-\int (x+1)^2\,dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\left[f(x)\right]^3}+3.\frac{1}{\left[f(x)\right]^2}+3.\frac{1}{\left[f(x)\right]}+1=3.\int (x+1)^2\,d(x+1) \Leftrightarrow \left[\frac{1}{f(x)}+1\right]^3=(x+1)^3+C$$

$$f(1)=1 \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)}+1\right]^3=(x+1)^3 \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)}+1=x+1 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{x}$$

◆ $\int\limits_1^3 f(x)\,dx=\int\limits_1^3 \frac{1}{x}\,dx=\ln|x|\Big|_1^3=\ln 3\approx 1,09$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 20

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN

Câu 1. Cho tập hợp A gồm n phần tử $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\geq 3\right)$. Số tập con gồm 3 phần tử của tập A bằng

A. C_n^3. **B.** A_n^3. **C.** 3^n. **D.** $3!$.

Câu 2. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

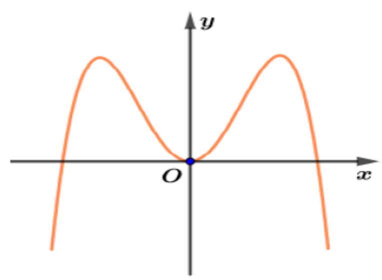
Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có có số hạng đầu u_1 và công bội $q\neq 1$. Kí hiệu tổng S_n là tổng n số hạng đầu của cấp số nhân đó. Chọn khẳng định đúng.

A. $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}$. **B.** $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{q-1}$. **C.** $S_n=u_1.\dfrac{q^n}{q-1}$. **D.** $S_n=u_1.\dfrac{q^n}{1-q}$.

Câu 4. Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 8. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $x^m.x^n = x^{m+n}$. **B.** $(xy)^n = x^n.y^n$. **C.** $(x^n)^m = x^{mn}$. **D.** $x^m.y^n = (xy)^{m+n}$.

Câu 9. Giá trị của $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ (với $a>0$, $a \neq 1$), bằng

A. $-\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 4.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4 x + \log_4(x+3) = 1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 11. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Giả sử giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là M, m thì $M+m$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 12. Giải bất phương trình $2^{x^2-x} \leq 4$, ta có nghiệm

A. $-2 \leq x \leq 1$. **B.** $x \leq 1$. **C.** $x \leq 2$. **D.** $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 13. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\frac{x}{2}$?

A. $F(x) = 2\sin\frac{x}{2}$. **B.** $F(x) = -\sin\frac{x}{2}$. **C.** $F(x) = \sin\frac{x}{2}$. **D.** $F(x) = -2\sin\frac{x}{2}$.

Câu 14. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ và $\int_0^1 g(x)dx = -3$ thì $\int_0^1 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng?

A. 11. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = 3+2i$ là

A. $\bar{z} = 3-2i$. **B.** $\bar{z} = -3-2i$. **C.** $\bar{z} = 2i-3$. **D.** $\bar{z} = 3i-2$.

Câu 16. Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 17. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng a diện tích đáy bằng a^2 là

A. $V = \frac{1}{6}a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 18. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 1$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 1$. **B.** $V = \pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi$.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y = (3x-5)^{\frac{\pi}{3}}$ là tập nào sau đây?

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$. **C.** $D=\left[\frac{5}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{3}\right\}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$, $B(5;2;-1)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(7;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;4)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;0;0)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+2t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Câu 22. Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. 42π. **B.** 12π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(-1;1;2)$. **B.** $(-1;1;-2)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(1;1;2)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó là:

A. $I(-1;3;0);R=3$. **B.** $I(1;-3;0);R=9$. **C.** $I(1;-3;0);R=3$. **D.** $I(-1;3;0);R=9$.

Câu 25. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6,5\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó sẽ nhận được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng (bao gồm gốc và lãi)? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 14 năm. **B.** 12 năm. **C.** 11 năm. **D.** 13 năm.

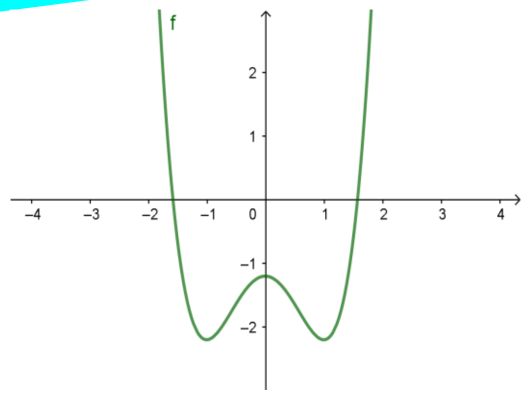
Câu 26. Phần thực của số phức z thỏa mãn phương trình $(1-2i).z=7+i$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 12.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^{17}\cdot\left(x^2-3x\right)^4\cdot\left(4-x^2\right)^{2021}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị cho bởi hình vẽ bên.



Chọn khẳng định đúng.

A. $b > a$. **B.** $ab + c > 0$. **C.** $a - c > 0$. **D.** $a.b.c < 0$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SC = 2a\sqrt{3}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{8a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 30. Nếu $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ có nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ thì giá trị của $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D** $-\frac{3}{2}$.

Câu 31. Cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$, có các nghiệm phức z_1 và z_2. Biết $z_1 = 3 - i$, tính $z_1 z_2$.

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 32. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\ln^2 x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = \mathrm{e}$.

A. $S = \frac{1}{4}\left(\mathrm{e}^2 + 1\right)$. **B.** $S = \frac{1}{4}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$. **C.** $S = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$. **D.** $\mathrm{e}^2 - 1$.

Câu 33. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích toàn phần S của hình trụ đó băng

A. $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = 20\pi a^2$. **C.** $S = 24\pi a^2$. **D.** $S = 12\pi a^2$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Khi đó môđun của số phức $\mathrm{w} = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{10}$ **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

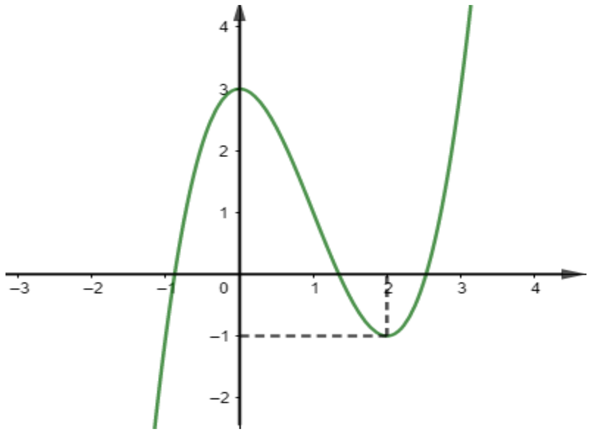
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = AB = a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(6;3;-4)$ và tiếp xúc với trục Oy bằng

A. 6. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Câu 37. Hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Xét hàm số $h(x)=f(|x-1|)$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

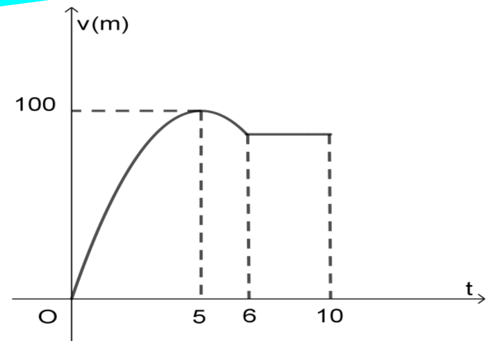
Câu 38. Người ta dùng 100 số nguyên dương đầu tiên để đánh số cho 100 tấm thẻ (mỗi thẻ đánh một số). Chọn ngẫu nhiên bốn thẻ trong 100 thẻ đó. Xác suất để chọn được bốn thẻ sao cho tích các số ghi trên bốn thẻ chia hết cho 9 gần với kết quả nào sau đây?

A. $0,536$. **B.** $0,464$. **C.** $0,489$. **D.** $0,511$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+4)^2+y^2+(z-3)^2=16$. Từ gốc tọa độ O kẻ tiếp tuyến OM bất kì (M là tiếp điểm) với mặt cầu (S). Khi đó điểm M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $4x-3z+9=0$. **B.** $-4x+3z+9=0$. **C.** $4x-3z+6=0$. **D.** $4x-3z+15=0$.

Câu 40. Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong Parabol. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất $100m$/phút và bắt đầu giảm tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều (hình vẽ).



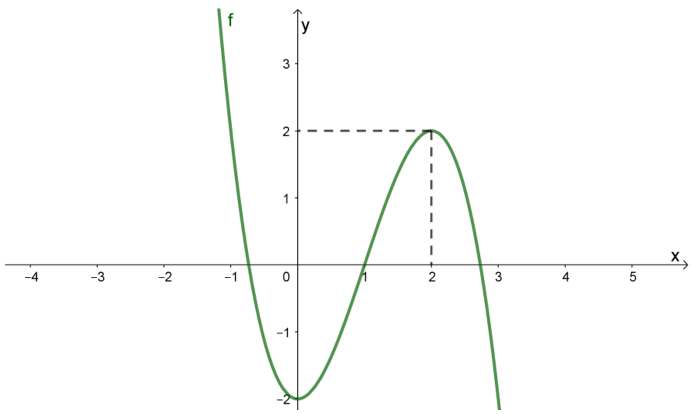
Hỏi quãng đường xe đã đi được trong 10 phút đầu tiên kể từ lúc bắt đầu là bao nhiêu mét?

A. $8160(m)$. **B.** $8610(m)$. **C.** $10000(m)$. **D.** $8320(m)$.

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy, cho các số phức z thỏa mãn $|z+i| \le \sqrt{10}$ và $w=(1+i)\overline{z}+2z+1$ là số thuần ảo. Biết rằng tồn tại số phức $z=a+bi$; $a,b \in \mathbb{R}$ được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất, với điểm $A(1;4)$. Tính $a-b$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -5.

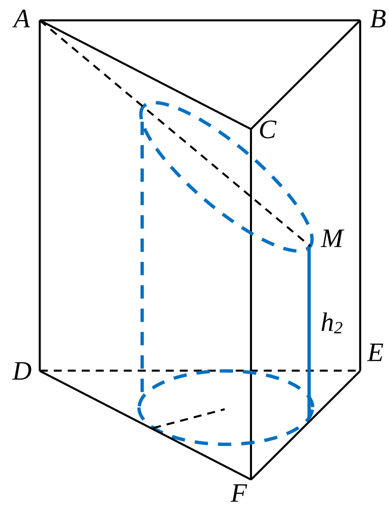
Câu 42. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1+mx^2}}{f(x)-m}$ có đúng 2 tiệm cận.

A. 100. **B.** 99. **C.** 2. **D.** 196.

Câu 43. Cho lăng trụ đều $ABC.DEF$ có tất cả các cạnh bằng a. Xét (T) là hình trụ nội tiếp lăng trụ. Gọi M là tâm của mặt bên $BCFE$, mặt phẳng chứa AM và song song với BC cắt (T) như hình vẽ bên dưới.



Thể tích phần còn lại (như hình trên) của khối (T) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{18}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{54}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{27}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{27}$.

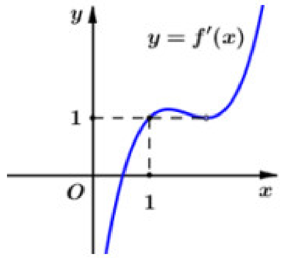
Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình $2^m + 2^{3m+2} = \left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left(5+x\sqrt{9-x^2}\right)$ có nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C, $BC = CD = 2a$ và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là trung điểm của SD, N là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NS} = \vec{0}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, N và vuông góc với (SAC). Tính $\cos\left((\alpha);(ABCD)\right)$?

A. $\frac{3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{9}{\sqrt{141}}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{8}$.

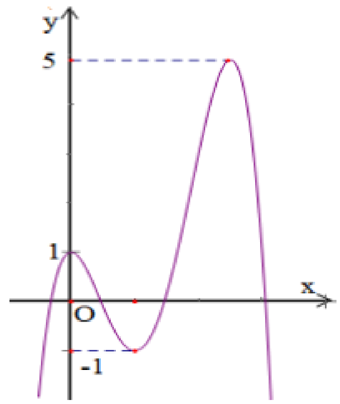
Câu 46. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(1;2021)$ để bất phương trình $f\left(1-m^2\right) - f\left(-x^2+2mx+1-3m^2\right) < x^2 - 2mx + 2m^2$ có nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 47. Cho đồ thị hàm số đa thức $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2021]$ để hàm số $g(x)=f^2(x)-mf(x)$ có đúng hai điểm cực đại là:

A. 2027. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2022.

Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $ADC=120°$. Mặt bên $DCC'D'$ là hình chữ nhật và tạo với đáy một góc $60°$. Gọi M,N,P,K lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,A'D',CC',BB'$. Tính thể tích của khối đa diện $MNPKA'$ theo a biết $AA'=a$.

A. $\frac{3a^3}{16}$. **B.** $\frac{9a^3}{16}$. **C.** $\frac{9a^3}{32}$. **D.** $\frac{3a^3}{32}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và luôn có giá trị dương trên, thỏa mãn $f(0)=e^2$ và $2\sin 2x.\left[f(x)+e^{\cos 2x}\sqrt{f(x)}\right]+f'(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ thuộc khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp $(x;y)$ thỏa mãn $10^{\frac{10}{x+y}}=\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right).10^{\frac{1}{xy}}$ và $x\in\mathbb{N}^*, y>0$.

A. 14. **B.** 7. **C.** 21. **D.** 10.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.B	5.B	6.A	7.D	8.D	9.A	10.A
11.A	12.D	13.A	14.A	15.A	16.A	17.C	18.B	19.B	20.A
21.C	22.C	23.A	24.C	25.B	26.C	27.A	28.C	29.C	30.A
31.B	32.B	33.C	34.B	35.A	36.C	37.B	38.A	39.A	40.A
41.B	42.B	43.A	44.A	45.A	46.C	47.A	48.C	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho tập hợp A gồm n phần tử $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\geq 3\right)$. Số tập con gồm 3 phân tử của tập A bằng

A. C_n^3. **B.** A_n^3. **C.** 3^n. **D.** $3!$.

Lời giải

Chọn A

Định nghĩa tổ hợp: *Cho tập hợp A gồm n phần tử $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\geq 1\right)$. Mỗi tập con gồm k phần tử khác nhau (không phân biệt thứ tự) của tập A đã cho $\left(0\leq k\leq n\right)$ được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho kí hiệu C_n^k.*

Vậy số tập con gồm 3 phần tử của tập A gồm n phần tử $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\geq 3\right)$ là C_n^3.

Câu 2. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm của (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình

$$x^3+3x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-1-\sqrt{3}\\x=-1+\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Vậy đồ thị hàm số (C) có 3 giao điểm với trục hoành

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có có số hạng đầu u_1 và công bội $q\neq 1$. Kí hiệu tổng S_n là tổng n số hạng đầu của cấp số nhân đó. Chọn khẳng định đúng.

A. $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}$. **B.** $S_n=u_1.\dfrac{1-q^n}{q-1}$. **C.** $S_n=u_1.\dfrac{q^n}{q-1}$. **D.** $S_n=u_1.\dfrac{q^n}{1-q}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân là $S_n=\dfrac{u_1\left(1-q^n\right)}{1-q}=u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}$.

Câu 4. Hàm số $y=x^4-2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x-1)(x+1)$

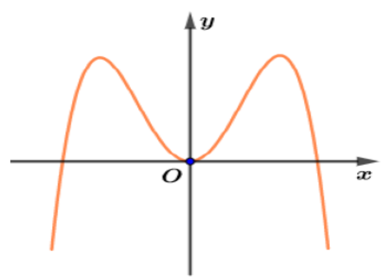
Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho có 1 cực tiểu.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$.

Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ tại 4 điểm phân biệt nên ta thu được 4 nghiệm.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x^2+1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2+1}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2+1}=0$.

Do đó, đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 8. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $x^m.x^n=x^{m+n}$. **B.** $(xy)^n=x^n.y^n$. **C.** $(x^n)^m=x^{mn}$. **D.** $x^m.y^n=(xy)^{m+n}$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất lũy thừa với số mũ thực ta có $x^m.y^n=(xy)^{m+n}$ sai.

Câu 9. Giá trị của $\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^7}$ (với $a>0$, $a\neq 1$), bằng

A. $-\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^7}=\log_{a^{-1}}a^{\frac{7}{3}}=-\frac{7}{3}\log_a a=-\frac{7}{3}$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4 x+\log_4(x+3)=1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

Khi đó, phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_4\left(x^2+3x\right)=\log_4 4 \Leftrightarrow x^2+3x=4 \Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-4\ (KTM) \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm $x=1$.

Câu 11. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Giả sử giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là M, m thì $M+m$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+6x$. Phương trình $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Có: $y(1)=3$; $y(2)=5$; $y(3)=1$.

Như vậy $M=\max\limits_{[1;3]} y=y(2)=5$; $m=\min\limits_{[1;3]} y=y(3)=1$.

Suy ra $M+m=6$.

Câu 12. Giải bất phương trình $2^{x^2-x}\le 4$, ta có nghiệm

A. $-2\le x\le 1$. **B.** $x\le 1$. **C.** $x\le 2$. **D.** $-1\le x\le 2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$2^{x^2-x}\le 2^2 \Leftrightarrow x^2-x\le 2$ (do cơ số $2>1$)

$\Leftrightarrow x^2-x-2\le 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 2$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $-1\le x\le 2$.

Câu 13. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}$?

A. $F(x)=2\sin\dfrac{x}{2}$. **B.** $F(x)=-\sin\dfrac{x}{2}$. **C.** $F(x)=\sin\dfrac{x}{2}$. **D.** $F(x)=-2\sin\dfrac{x}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Có $F(x)=\int\cos\dfrac{x}{2}dx=2\sin\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 14. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ và $\int_0^1 g(x)dx = -3$ thì $\int_0^1 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng?

A. 11. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Có $\int_0^1 [2f(x) - g(x)]dx = \int_0^1 2f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx = 2\int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx = 2.4 - (-3) = 11$.

Câu 15. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

A. $\bar{z} = 3 - 2i$. **B.** $\bar{z} = -3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2i - 3$. **D.** $\bar{z} = 3i - 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Số cạnh của một hình bát diện đều là 12.

Câu 17. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng a diện tích đáy bằng a^2 là

A. $V = \frac{1}{6}a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{1}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = a.a^2 = a^3$.

Câu 18. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 1$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 1$. **B.** $V = \pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối nón đã cho: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.1 = \pi$.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y = (3x - 5)^{\frac{\pi}{3}}$ là tập nào sau đây?

A. $D = (2; +\infty)$. **B.** $D = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. **C.** $D = \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $3x-5>0 \Leftrightarrow x>\frac{5}{3}$.

Tập xác định $D=\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$, $B(5;2;-1)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(7;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;0;0)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+2t \\ z=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;-3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+2t \\ z=3-3t \end{cases}$.

Câu 22. Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. 42π. **B.** 12π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi rh=2.\pi.3.4=24\pi$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(-1;1;2)$. **B.** $(-1;1;-2)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng $(P): x-y-2z+1=0$ có một VTPT là $\vec{n}=(1;-1;-2)$ hay có thể chọn VTPT cùng phương với $\vec{n}$ là $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;2)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó là:

A. $I(-1;3;0);R=3$. **B.** $I(1;-3;0);R=9$. **C.** $I(1;-3;0);R=3$. **D.** $I(-1;3;0);R=9$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là $I(1;-3;0);R=3$.

Câu 25. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6,5\%$/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó sẽ nhận được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng (bao gồm gốc và lãi)? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 14 năm. **B.** 12 năm. **C.** 11 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, T là số tiền cả gốc lẫn lãi thu được sau n năm. Ta có $T=A(1+r)^n$.

Theo đề $T=100.(1,065)^n>200 \Leftrightarrow n>\log_{1,065}\dfrac{200}{100}\approx 11,006$.

Vậy sau ít nhất 12 năm thì thu được số tiền cả gốc lẫn lãi hơn 200 triệu.

Câu 26. Phần thực của số phức z thỏa mãn phương trình $(1-2i).z=7+i$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1-2i).z=7+i \Leftrightarrow z=\dfrac{7+i}{1-2i}=1+3i$

Vậy phần thực của số phức là 1.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^{17}\cdot(x^2-3x)^4\cdot(4-x^2)^{2021}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=(x+2)^{17}.(x^2-3x)^4.(4-x^2)^{2021}=(x+2)^{2038}x^4.(x-3)^4.(2-x)^{2021}$.

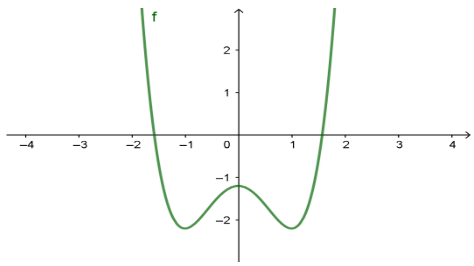
$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số $y=f(x)$ không có điểm tiểu.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị cho bởi hình vẽ bên.



Chọn khẳng định đúng.

A. $b>a$. **B.** $ab+c>0$. **C.** $a-c>0$. **D.** $a.b.c<0$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta suy ra $a>0, c<0$ nên $a-c>0$

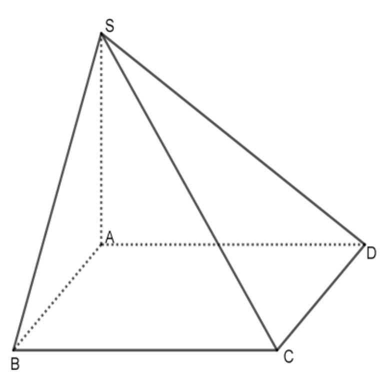
Vậy đáp án là C

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SC=2a\sqrt{3}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC = AB\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$, $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{\square ABCD} = \dfrac{8a^3}{3}$

Vậy đáp án là C

Câu 30. Nếu $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ có nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -1$ thì giá trị của $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D** $-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$F(x) = \int(\cos^2 x - \sin^2 x)dx = \int \cos 2x.dx = \sin 2x + C$

$F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow 1 + C = -1 \Leftrightarrow C = -2$

Vậy một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x) = \sin 2x - 2$

Khi đó: $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -2$

Vậy đáp án là A

Câu 31. Cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$, có các nghiệm phức z_1 và z_2. Biết $z_1 = 3 - i$, tính $z_1 z_2$.

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $az^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = \dfrac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ và $z_2 = \dfrac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm phức là hai số phức liên hợp nhau

$\Rightarrow z_2 = \overline{z_1} = 3 + i \Rightarrow z_1 z_2 = (3 - i)(3 + i) = 10$.

Câu 32. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\ln^2 x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = \mathrm{e}$.

A. $S = \dfrac{1}{4}(\mathrm{e}^2 + 1)$. **B.** $S = \dfrac{1}{4}(\mathrm{e}^2 - 1)$. **C.** $S = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^2 - 1)$. **D.** $\mathrm{e}^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\ln^2 x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = \mathrm{e}$ là: $S = \int_1^{\mathrm{e}} x\ln^2 x\mathrm{d}x$

Ta có

$$\int x\ln^2 x.\mathrm{d}x = \int \ln^2 x\mathrm{d}\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{x^2}{2}\ln^2 x - \int x\ln x.\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\ln^2 x - \int \ln x\mathrm{d}\left(\frac{x^2}{2}\right) =$$

$$\frac{x^2}{2}\ln^2 x - \frac{x^2}{2}\ln x + \int \frac{x}{2}\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\ln^2 x - \frac{x^2}{2}\ln x + \frac{x^2}{4}$$

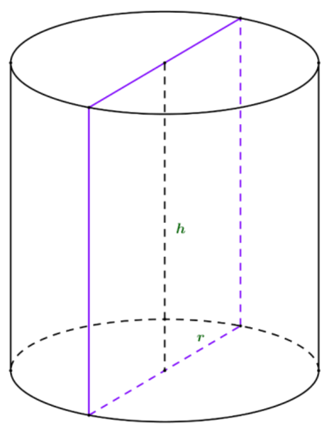
Vậy $S = \int_1^{\mathrm{e}} x\ln^2 x\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\ln^2 x - \frac{x^2}{2}\ln x + \frac{x^2}{4}\right|_1^{\mathrm{e}} = \frac{1}{4}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$.

Câu 33. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích toàn phần S của hình trụ đó băng

A. $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = 20\pi a^2$. **C.** $S = 24\pi a^2$. **D.** $S = 12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Cạnh của hình vuông là $4a$.

Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng $4a$ cho nên: $h = 4a, r = 2a$

Vậy diện tích toàn phần $S = 16\pi a^2$ của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 24\pi a^2$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i)+2z = 2i$. Khi đó môđun của số phức $\mathrm{w} = \dfrac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{10}$ **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$(1+i)(z-i)+2z = 2i \Leftrightarrow z = \dfrac{-1+3i}{3+i} = i$.

$w=\dfrac{\overline{z}-2z+1}{z^2}=\dfrac{-i-2i+1}{i^2}=\dfrac{1-3i}{-1}=-1+3i$.

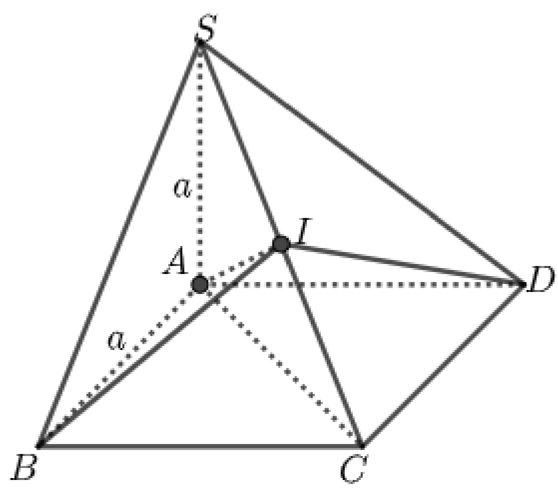
$|w|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=AB=a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của SC.

Vì ΔSAC vuông tại A có I là trung điểm của SC nên $IA=IC=IS$.(1)

$ABCD$ là hình vuông nên $BC\perp AB$.

SA vuông góc với $(ABCD)$ nên $BC\perp SA$.

Như vậy $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow\Delta SBC$ vuông tại B.

Vì ΔSBC vuông tại B có I là trung điểm của SC nên $IB=IC=IS$. (2)

$ABCD$ là hình vuông nên $CD\perp AD$.

SA vuông góc với $(ABCD)$ nên $CD\perp SA$.

Như vậy $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD\Rightarrow\Delta SCD$ vuông tại D.

Vì ΔSCD vuông tại D có I là trung điểm của SC nên $ID=IC=IS$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Khi đó $R = IS = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + 2AB^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(6;3;-4)$ và tiếp xúc với trục Oy bằng

A. 6. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

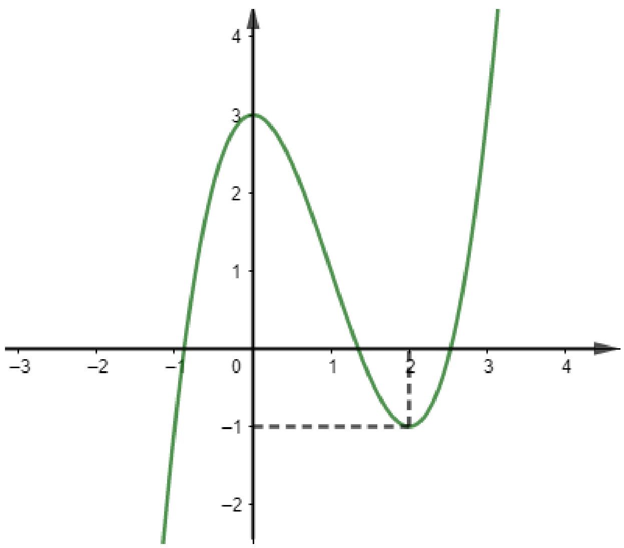
Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục $Oy \Rightarrow H(0;3;0)$.

$\overrightarrow{IH} = (-6;0;4) \Rightarrow IH = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Mặt cầu tiếp xúc với trục Oy khi $d(I;Oy) = R \Leftrightarrow IH = R \Leftrightarrow R = 2\sqrt{13}$.

Câu 37. Hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Xét hàm số $h(x) = f(|x-1|)$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số $h(x) = f(|x-1|)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $h(x) = f(|x-1|)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số $h(x) = f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số $h(x) = f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta được bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Xét: $h'(x)=\left(|x-1|\right)'.f'\left(|x-1|\right)=\dfrac{(x-1)}{|x-1|}.f'\left(|x-1|\right)=0\Leftrightarrow|x-1|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

$h'(x)$ không xác định khi $x=1$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, ta được: Hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 38. Người ta dùng 100 số nguyên dương đầu tiên để đánh số cho 100 tấm thẻ (mỗi thẻ đánh một số). Chọn ngẫu nhiên bốn thẻ trong 100 thẻ đó. Xác suất để chọn được bốn thẻ sao cho tích các số ghi trên bốn thẻ chia hết cho 9 gần với kết quả nào sau đây?

A. $0,536$. **B.** $0,464$. **C.** $0,489$. **D.** $0,511$.

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega)=C_{100}^{4}$.

Gọi H là biến cố chọn được 4 thẻ có tích các số chia hết cho 9.

Gọi X là tập hợp các số ghi trên 100 thẻ.

X_3 là tập hợp các số chia hết cho 3 có trong tập hợp X, khi đó: $n(X_3)=\dfrac{99-3}{3}+1=33$

X_9 là tập hợp các số chia hết cho 9 có trong tập hợp X, khi đó: $n(X_9)=\dfrac{99-9}{9}+1=11$

Gọi A là tập hợp các số chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9 trong tập hợp X, khi đó: $n(A)=33-11=22$.

Gọi B là tập hợp các số không chia hết cho 3 trong tập hợp X, khi đó: $n(B)=100-33=67$.

Ta sẽ đếm được các bộ bốn số được chọn có tích không chia hết cho 9.

Nếu bốn số được chọn có tích không chia hết cho 9 thì bốn số này hoặc cùng thuộc tập hợp B hoặc một số thuộc A và ba số còn lại thuộc B.

Số cách chọn bốn số có tích không chia hết cho 9 là $C_{67}^4 + 22.C_{67}^3$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(H) = 1 - \dfrac{C_{67}^4 + 22.C_{67}^3}{C_{100}^4} \approx 0,536$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16$. Từ gốc tọa độ O kẻ tiếp tuyến OM bất kì (M là tiếp điểm) với mặt cầu (S). Khi đó điểm M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $4x - 3z + 9 = 0$. **B.** $-4x + 3z + 9 = 0$. **C.** $4x - 3z + 6 = 0$. **D.** $4x - 3z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn A

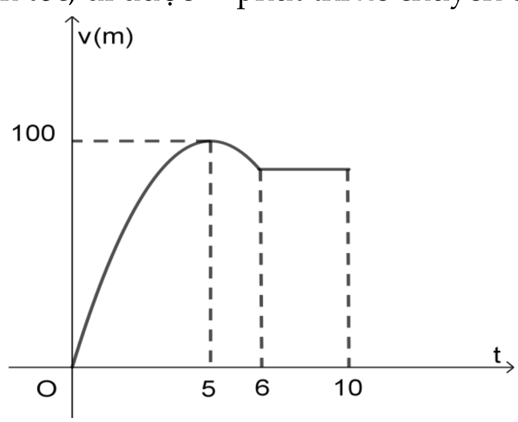
Mặt cầu (S) có tâm $I(-4;0;3)$ và bán kính $R = 4$.

Giả sử tiếp điểm M có tọa độ $(x;y;z)$. Khi đó:

$$\begin{cases} M \in (S) \\ \overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{OM} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16 \ (1) \\ x(x+4) + y^2 + z(z-3) = 0 \ (2) \end{cases}$$

Lập hiệu (1) và (2), ta được: $4x - 3z + 9 = 0$.

Câu 40. Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong Parabol. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất $100m$/phút và bắt đầu giảm tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều (hình vẽ).



Hỏi quãng đường xe đã đi được trong 10 phút đầu tiên kể từ lúc bắt đầu là bao nhiêu mét?

A. $8160(m)$. **B.** $8610(m)$. **C.** $10000(m)$. **D.** $8320(m)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình Parabol là : $y = at^2 + bt \ (0 \le t \le 6)$.

Vì đồ thị hàm số đạt giá trị lớn nhất $v = 100$ tại $t = 5$ nên ta có :

$$\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=5 \\ 25a+5b=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-40 \\ b=100 \end{cases}$$

Vậy phương trình vận tốc của xe trong 6 phút đầu là : $v(t)=-40t^2+100t\ (0\le t\le 6)$.

Bắt đầu từ phút thứ 6 xe chuyển động đầu với vận tốc $v=v(6)=960$.

Vậy phương trình vận tốc của xe trong 6 phút đầu tiên là :

$$y=v(t)=\begin{cases} -40t^2+400t & \text{khi } 0\le t\le 6 \\ 960 & \text{khi } t>6 \end{cases}$$

Vậy quãng đường xe đi được trong 6 phút đầu tiên kể từ khi xe chạy là :

$$.S(t)=\int_0^6 v(t)dt+\int_6^{10} v(t)dt=\int_0^6 \left(-40t^2+400t\right)dt+\int_6^{10} 960dt=8160(m).$$

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy, cho các số phức z thỏa mãn $|z+i|\le\sqrt{10}$ và $w=(1+i)\overline{z}+2z+1$ là số thuần ảo. Biết rằng tồn tại số phức $z=a+bi$; $a,b\in\mathbb{R}$ được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất, với điểm $A(1;4)$. Tính $a-b$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in R)$.

Ta có: $|z+i|\le\sqrt{10}\Leftrightarrow x^2+(y+1)^2\le 10$

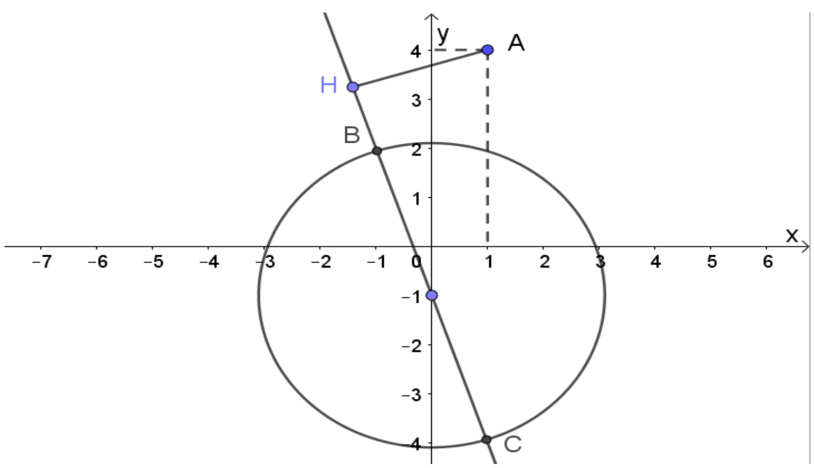
$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M thuộc hình tròn tâm $I(0;-1)$ và $R=\sqrt{10}$ (1)

* Ta có $w=(1+i)\overline{z}+2z+1=(1+i)(x-yi)+2(x+yi)+1=(3x+y+1)+(x+y)i$.

Vì w là số thuần ảo nên $3x+y+1=0$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M thuộc đường thẳng (d): $3x+y+1=0$ (2).

Từ (1);(2) suy ra tập hợp các điểm M nằm trên đoạn BC như hình vẽ.



Gọi H là hình chiếu của A trên (d). Ta có: $AM = \sqrt{AH^2 + HM^2}$.

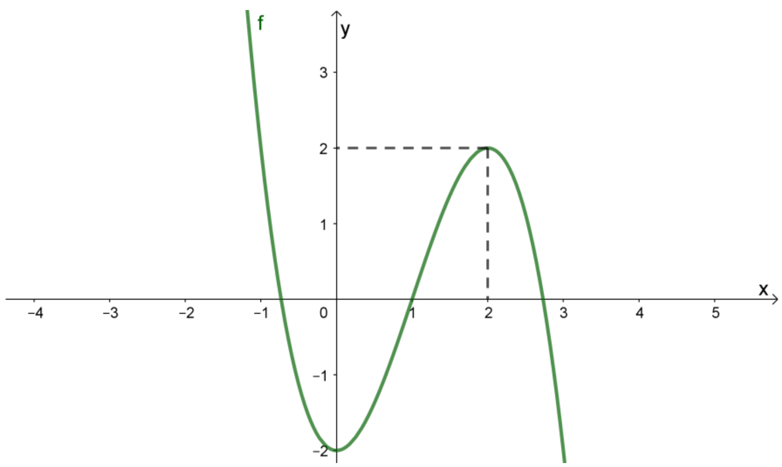
Mà $HM \geq HB \Rightarrow AM \geq \sqrt{AH^2 + HB^2} = AB$.

Dấu "=" xảy ra khi M trùng B, với B là giao điểm của (d) và đường tròn tâm I; bán kính $R = \sqrt{10}$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ x^2 + (y+1)^2 = \sqrt{10} \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = -1 + 2i$

Vậy $a - b = -3$.

Câu 42. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1+mx^2}}{f(x) - m}$ có đúng 2 tiệm cận.

A. 100. **B.** 99. **C.** 2. **D.** 196.

Lời giải

Chọn B

TH1: Xét $m \geq 0$.

Khi đó: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{\sqrt{1+mx^2}}{f(x) - m} = 0$ nên ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

Để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 1 tiệm cận đứng hay $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{\sqrt{1+mx^2}}{f(x) - m} = \pm\infty$.

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = m$ có 1 nghiệm.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $m > 2$ (1).

TH2: $m < 0$.

Khi đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận đứng thỏa mãn: $1+mx^2\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{-\frac{1}{m}}\le x\le \sqrt{-\frac{1}{m}}\,(*)$

Vì m nguyên nên $\left[-\sqrt{-\frac{1}{m}};\sqrt{-\frac{1}{m}}\right]\subset[-1;1]$.

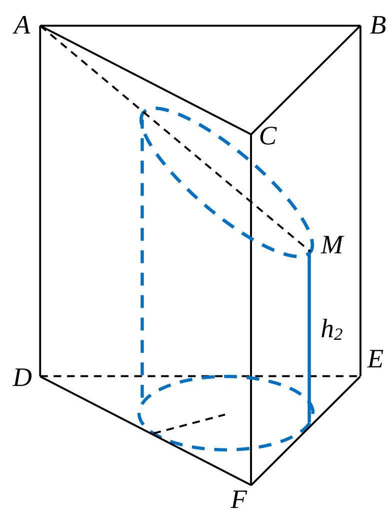
+ Xét $m=-1$. Khi đó phương trình $f\left(x\right)=-1$ có 2 nghiệm thỏa mãn $1-x^2>0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

+Xét $m=-2$. Khi đó phương trình $f\left(x\right)=-2$ chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn $(*)$ nên không thỏa mãn.

Vậy $m>2$ hoặc $m=-1$.

Vì $m\in[-100;100]$ nên $m\in[3;100]\cup\{-1\}$, mặt khác m nguyên nên có 99 giá trị m.

Câu 43. Cho lăng trụ đều $ABC.DEF$ có tất cả các cạnh bằng a. Xét (T) là hình trụ nội tiếp lăng trụ. Gọi M là tâm của mặt bên $BCFE$, mặt phẳng chứa AM và song song với BC cắt (T) như hình vẽ bên dưới.

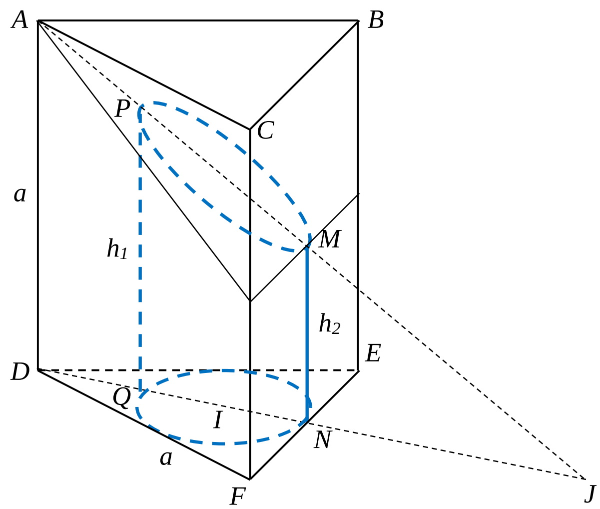


Thể tích phần còn lại (như hình trên) của khối (T) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{18}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{54}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{27}$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn A



◆ Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ cụt: $V=\pi r^2\left(\dfrac{h_1+h_2}{2}\right)$

$h_1=PQ=\dfrac{JQ}{JD}.AD=\dfrac{5a}{6}$; $h_2=MN=\dfrac{1}{2}.AD=\dfrac{a}{2}$; $r=IN=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

◆ Vậy: $V=\pi r^2\left(\dfrac{h_1+h_2}{2}\right)=\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2\left(\dfrac{\dfrac{5a}{6}+\dfrac{a}{2}}{2}\right)=\dfrac{\pi a^3}{18}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình $2^m+2^{3m+2}=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left(5+x\sqrt{9-x^2}\right)$ có nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

◆ Điều kiện: $-3\le x\le 3$

$2^m+2^{3m+2}=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left(5+x\sqrt{9-x^2}\right)\Leftrightarrow 2.2^m+2.2^{3m+2}=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left(10+2x\sqrt{9-x^2}\right)$

$\Leftrightarrow 2^{m+1}+2^{3m+3}=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left(x^2+2x\sqrt{9-x^2}+9-x^2+1\right)$

$\Leftrightarrow 2^{m+1}+2^{3m+3}=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\left[\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)^2+1\right]$

$\Leftrightarrow 2^{m+1}+\left(2^{m+1}\right)^3=\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)+\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)^3$ (1)

Xét hàm số: $f(t)=t+t^3$; $f'(t)=1+3t^2>0$ với $\forall t\Rightarrow f(t)$ đồng biến với $\forall t$

(1) $\Leftrightarrow f\left(2^{m+1}\right)=f\left(x+\sqrt{9-x^2}\right)\Leftrightarrow 2^{m+1}=x+\sqrt{9-x^2}$ (2)

Điều kiện vế phải (2): $x+\sqrt{9-x^2}>0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x^2}>-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le x\le 3 \\ \begin{cases} -3\le x<0 \\ 9-x^2>x^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le x\le 3 \\ \begin{cases} -3\le x<0 \\ -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<x<\dfrac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<x\le 3$$

◆ Xét hàm số: $y=x+\sqrt{9-x^2}$ với $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}<x\le 3$; $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{9-x^2}}$

$y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x^2}-x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$y\left(-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)=0$; $y(3)=3$; $y\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)=3\sqrt{2} \Rightarrow \max\limits_{\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2};3\right]} y=y\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)=3\sqrt{2}$

Từ (2), ta có: $2^{m+1}\le 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m+1\le \log_2 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m\le \log_2 3\sqrt{2}-1\approx 1,08$; $m\in\mathbb{N} \Rightarrow m\in\{0;1\}$

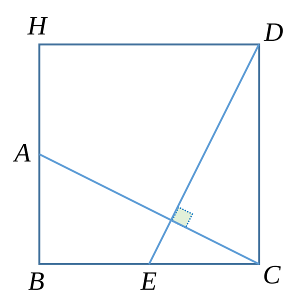
Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn ycbt.

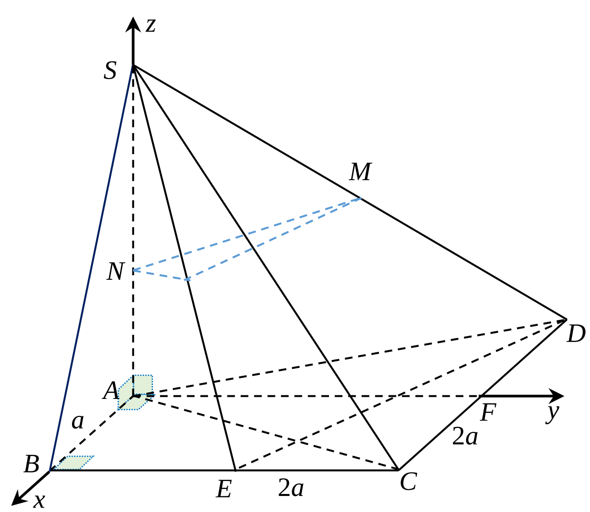
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C, $BC=CD=2a$ và $AB=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. M là trung điểm của SD, N là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NS}=\vec{0}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M,N và vuông góc với (SAC). Tính $\cos((\alpha);(ABCD))$?

A. $\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{9}{\sqrt{141}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{8}$.

Lời giải

Chọn A





◆ Dựng hình vuông $BCDH$. Gọi E là F lần lượt là trung điểm của BC và CD.

$\triangle ABC = \triangle ECD$ (c.g.c) $\Rightarrow ACB = EDC \Rightarrow DE \perp AC$

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp DE \Rightarrow DE \perp (SAC)$

$\Rightarrow (\alpha)$ là mặt phẳng qua M, N và song song với DE

◆ Đặt khối chóp $S.ABCD$ vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $A \equiv O$, B thuộc tia Ox, F thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Khi đó, ta có: $A(0;0;0)$, $S(0;0;\sqrt{3})$, $N\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, $D(-1;2;0)$, $M\left(-\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B(1;0;0)$, $C(1;2;0)$, $E(1;1;0)$; $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2};-1;-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$; $\overrightarrow{DE} = (2;-1;0)$

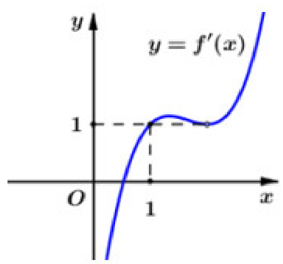
Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là:

$$\vec{n}_{(\alpha)} = \left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{DE}\right] = \left(-\frac{\sqrt{3}}{6};-\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{6}\left(\sqrt{3};2\sqrt{3};-9\right) \equiv \left(\sqrt{3};2\sqrt{3};-9\right)$$

Mặt phẳng $(ABCD)$ có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{(ABCD)} = (0;0;1)$

$$\cos((\alpha);(ABCD)) = \frac{\left|\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\cdot\vec{n}_{(ABCD)}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right|\times\left|\vec{n}_{(ABCD)}\right|} = \frac{|-9|}{\sqrt{96}\times 1} = \frac{3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 46. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(1;2021)$ để bất phương trình $f(1-m^2) - f(-x^2+2mx+1-3m^2) < x^2 - 2mx + 2m^2$ có nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$f(1-m^2) - f(-x^2+2mx+1-3m^2) < x^2 - 2mx + 2m^2$.

$\Leftrightarrow -x^2+2mx+1-3m^2 - f(-x^2+2mx+1-3m^2) < 1-m^2 - f(1-m^2).(*)$

Mặt khác: $-x^2+2mx+1-3m^2-(1-m^2) = -x^2+2mx-2m^2 = -(x-m)^2 - m^2 \le 0.(\forall x, m \in \mathbb{R})$.

Suy ra: $-x^2+2mx+1-3m^2 \le 1-m^2 \le 1.(\forall x, m \in \mathbb{R})$.

Xét hàm số $g(t) = t - f(t), (t \le 1)$.

$g'(t)=1-f'(t)\geq 0,(\forall t\leq 1)$ (dựa vào đồ thị).

$\Rightarrow g(t)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

$(*)\Leftrightarrow g\left(-x^2+2mx+1-3m^2\right)<g\left(1-m^2\right)$.

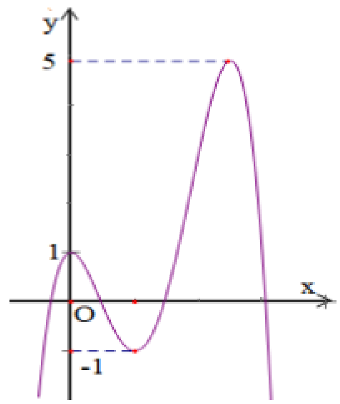
$\Leftrightarrow -x^2+2mx+1-3m^2<1-m^2$.

$\Leftrightarrow -x^2+2mx-2m^2<0$.

Bất phương trình luôn có nghiệm $\forall m\in(1;2021)$ vì $a=-1<0$ và $\Delta'=-m^2<0$.

Vậy $m\in\{2;3;4;...;2020\}$. Có 2019 giá trị.

Câu 47. Cho đồ thị hàm số đa thức $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2020;2021]$ để hàm số $g(x)=f^2(x)-mf(x)$ có đúng hai điểm cực đại là:

A. 2027. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$g(x)=f^2(x)-mf(x)$.

$g'(x)=2f(x).f'(x)-mf'(x)=f'(x).\left[2f(x)-m\right]$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)=0\\2f(x)=m\end{cases}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=0\\x=a(a>0)\\x=b(b>a)\end{array}\right.\\f(x)=\dfrac{m}{2}\end{array}\right.$$

Hàm số $g(x)=f^2(x)-mf(x)$ là hàm chẵn, có hệ số của bậc cao nhất là dương nên để hàm số $g(x)$ có đúng hai điểm cực đại thì $g'(x)$ phải đổi dấu 5 lần (tức là phải có 2 cực đại và 3 cực tiểu).

Trường hợp 1: $f\left(x\right)=\dfrac{m}{2}$ có đúng hai nghiệm phân biệt khác $0;a;b$.

Dựa vào đồ thị, suy ra: $\left[\begin{array}{l}1<\dfrac{m}{2}<5\\ \dfrac{m}{2}<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2<m<10\\ m<-2\end{array}\right.$.

Mà m nguyên và $m\in\left[-2020;2021\right]$. Vậy có 2025 giá trị.

Trường hợp 2: $f\left(x\right)=\dfrac{m}{2}$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm thuộc tập $\left\{0;a;b\right\}$ và 2 nghiệm còn lại không thuộc tập $\left\{0;a;b\right\}$.

Dựa vào đồ thị, suy ra: $\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}=1\\ \dfrac{m}{2}=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-2\end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp, ta có 2027 giá trị thỏa đề.

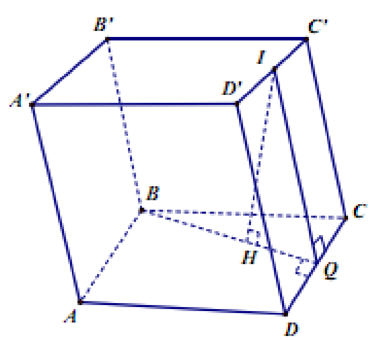
Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ADC}=120°$. Mặt bên $DCC'D'$ là hình chữ nhật và tạo với đáy một góc $60°$. Gọi M,N,P,K lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,A'D',CC',BB'$. Tính thể tích của khối đa diện $MNPKA'$ theo a biết $AA'=a$.

A. $\dfrac{3a^3}{16}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{32}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

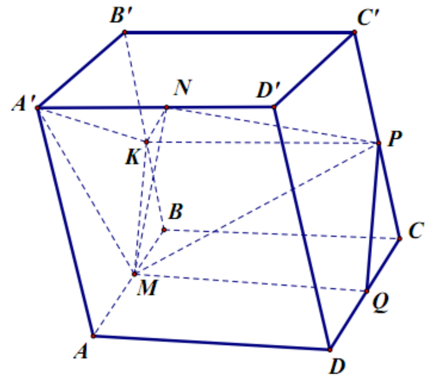


Từ giả thiết suy ra tam giác BCD đều cạnh a. Gọi Q,I lần lượt là trung điểm CD và $C'D'$.

$DC\perp BQ;DC\perp IQ\Rightarrow\left(\left(DCC'D'\right),\left(ABCD\right)\right)=\widehat{IQB}=60°.$

Kẻ $IH\perp BQ$ thì là đường cao của lăng trụ IH và $IH=IQ.\sin 60°=a\sqrt{3}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.IH = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \dfrac{3a^2}{2}$.



$V_{N.MKP} = V_{D'.MPQ} = V_{M.PQD'}$.

$S_{\Delta PQD'} = S_{DCC'D'} - S_{\Delta D'C'P} - S_{\Delta PQC} - S_{\Delta DD'Q} = 2a^2 - \dfrac{a^2}{2} - \dfrac{a^2}{4} - \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{3a^2}{4}$.

Do đó: $\dfrac{V_{M.PQD'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \dfrac{\frac{1}{3}S_{\Delta PQD'}.d\left(M,\left(DCC'D'\right)\right)}{S_{DCC'D'}.d\left(A',\left(DCC'D'\right)\right)} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{8} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{M.PQD'} = \dfrac{3a^3}{16}$.

$S_{\Delta KMA'} = S_{\Delta PQD'} = \dfrac{3a^2}{4}; \dfrac{V_{N.KMA'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \dfrac{\frac{1}{3}S_{\Delta KMA'}.d\left(N,\left(ABB'A'\right)\right)}{S_{ABB'A'}.d\left(D',\left(ABB'A'\right)\right)} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{8}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{16} \Rightarrow V_{N.KMA'} = \dfrac{3a^3}{32}$.

Vậy $V_{MNPKA'} = V_{N.KMA'} + V_{N.KMP} = \dfrac{9a^3}{32}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục và luôn có giá trị dương trên, thỏa mãn $f\left(0\right) = e^2$ và $2\sin 2x.\left[f\left(x\right) + e^{\cos 2x}\sqrt{f\left(x\right)}\right] + f'\left(x\right) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$ thuộc khoảng

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(3;4\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\sin 2x.\left[f\left(x\right) + e^{\cos 2x}.\sqrt{f\left(x\right)}\right] + f'\left(x\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.f\left(x\right) + f'\left(x\right) = -e^{\cos^2 x - \sin^2 x}.\sin 2x.\sqrt{f\left(x\right)}$

$\Leftrightarrow \sin 2x.e^{\sin^2 x}.\sqrt{f\left(x\right)} + e^{\sin^2 x}.\dfrac{f'\left(x\right)}{2\sqrt{f\left(x\right)}} = -e^{\cos^2 x}\sin 2x$

$\Leftrightarrow \left(e^{\sin^2 x}.\sqrt{f\left(x\right)}\right)' = \left(e^{\cos^2 x}\right)'$

$\Rightarrow e^{\sin^2 x}.\sqrt{f\left(x\right)} = e^{\cos^2 x} + C$.

Với $x = 0$ ta được $\sqrt{f\left(0\right)} = e + C \Leftrightarrow e = e + C \Leftrightarrow C = 0$

$\Rightarrow e^{\sin^2 x}.\sqrt{f(x)} = e^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = e^{\cos^2 x - \sin^2 x} = e^{\cos 2x} \Rightarrow f(x) = e^{2\cos 2x}$.

Vậy $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = e^{2\cos\frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{e} \in (0;1)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp $(x;y)$ thỏa mãn $10^{\frac{10}{x+y}} = \left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right).10^{\frac{1}{xy}}$ và $x \in \mathbb{N}^*, y > 0$.

A. 14. **B.** 7. **C.** 21. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Với $x > 0, y > 0$ ta có $10^{\frac{10}{x+y}} = \left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right).10^{\frac{1}{xy}}$

$\Leftrightarrow \frac{10}{x+y} = \log\left(10^{\frac{1}{xy}}.\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\right) \Leftrightarrow \frac{10}{x+y} = \frac{1}{xy} + \log\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{10}{x+y} = \frac{1}{xy} + \log\frac{(x+y)(xy+1)}{xy} \Leftrightarrow \frac{10}{x+y} + \log\frac{xy}{(x+y)(xy+1)} = \frac{1}{xy}$

$\Leftrightarrow \frac{10}{x+y} + \log\frac{1}{x+y} = \frac{1}{xy} + \log\frac{xy+1}{xy} \Leftrightarrow \frac{10}{x+y} + \log\frac{10}{x+y} = \left(1+\frac{1}{xy}\right) + \log\left(1+\frac{1}{xy}\right)$ (1).

Xét hàm $f(t) = t + \log t$ với $t \in (0;+\infty)$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t\ln 10} > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ (1) ta được: $f\left(\frac{10}{x+y}\right) = f\left(1+\frac{1}{xy}\right) \Leftrightarrow \frac{10}{x+y} = 1 + \frac{1}{xy}$

$\Leftrightarrow 10 - x - \frac{1}{x} = y + \frac{1}{y} \geq 2 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \leq 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[4-\sqrt{15};4+\sqrt{15}\right]$.

Do $x \in \mathbb{N}^*$ nên ta có $x \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Mặt khác ta lại có $y + \frac{1}{y} = 10 - x - \frac{1}{x}$. Mà với mỗi $x \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$ thì $a = 10 - x - \frac{1}{x} > 2$.

Suy ra phương trình $y + \frac{1}{y} = a \Leftrightarrow y^2 - ay + 1 = 0$ luôn có hai nghiệm dương phân biệt

(vì $\begin{cases} \Delta = a^2 - 4 > 0 \\ S = a > 0 \\ P = 1 > 0 \end{cases}, \forall a > 2$). Vậy có tất cả 14 cặp $(x;y)$ thỏa mãn ycbt.

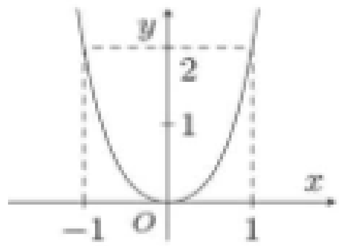
--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 21

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CẦM BÁ THƯỚC – THANH HÓA

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y = x^4 + x^2$. **B.** $y = x^3 + x^2$. **C.** $y = x^2 + x$. **D.** $y = x^4 + x$.

Câu 2. Hàm $F(x) = \frac{x^3}{3} + x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng xác định?

A. $x^2 + 1$. **B.** $x^4 + x^2$. **C.** $x^2 + 2x$. **D.** $x + 1$.

Câu 3. Trong không gian $O.xyz$, đường thẳng qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ **D.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 4. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng:

A. $4i$. **B.** $4i$. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và điểm $B(3;-4;7)$. Hỏi trung điểm đoạn AB có toạ độ bằng bao nhiêu?

A. $(2;-1;5)$. **B.** $(-1;3;-2)$. **C.** $(1;-3;2)$. **D.** $(-2;1;-5)$.

Câu 7. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước $2a,3a,5a$ là

A. $15a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $30a^3$.

Câu 8. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và có độ dài bán kính đáy bằng r.

A. $\pi r^2 l$. **B.** πrl. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $2\pi rl$.

Câu 9. Cho $a,b>0$ và hai số thực α,β. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$. **C.** $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. **D.** $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên đoạn $a;b$ và $\int f\ x\ \mathrm{d}x = F\ x + C$. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = F\ b - F\ a$. **B.** $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = b-a$.

C. $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = a-b$. **D.** $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = F\ a - F\ b$.

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r=4$ và chiều cao $h=4$.

A. $V=32\pi$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=128\pi$. **D.** $V=64\pi$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{3}$. Một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(2;-1;3)$ **B.** $\vec{u}=\ 2;1;3$ **C.** $\vec{u}=\ 1;2;0$. **D.** $\vec{u}=\ -1;2;0$.

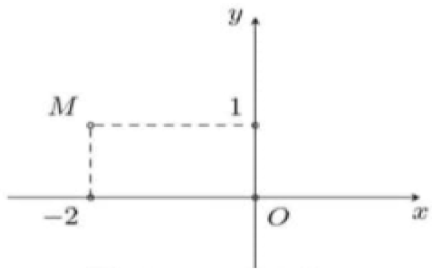
Câu 13. Số phức $z=1+4i+(1-i)^3$ có mô đun bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 14. Cho tập A có 8 phần tử. Có bao nhiêu tập con gồm 5 phần tử của A?

A. 70. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 56.

Câu 15. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ bên?



A. $z_2 = 1 + 2i$. **B.** $z_1 = 1 - 2i$. **C.** $z_4 = 2 + i$. **D.** $z_3 = -2 + i$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-1;1)$. **B.** $H(1;-2;0)$. **C.** $N(0;1;-2)$. **D.** $Q(1;-3;-4)$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

A. $y' = 3^{x-1}$. **B.** $y' = x3^{x-1}$. **C.** $y' = 3^x \ln 3$. **D.** $y' = 3^x$.

Câu 19. Khối lăng trụ có chiều cao bằng h,diện tích đáy bằng B có thể tích là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = -2$ và $u_{n+1} = u_n + 5, \forall n \geq 1$. Tính u_3.

A. 3. **B.** 13. **C.** 18. **D.** 8.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu là

A. 7. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 5.

Câu 24. Nếu hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i$ thì $x-y$ bằng

A. -7. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 25. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường kính đáy bằng 10 và chiều cao bằng 12.

A. 65π. **B.** 65. **C.** 60π. **D.** 90π.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+5x-6$ với mọi $x\in R$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;2)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x)=5$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=0$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-3)(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 29. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-21x+1$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Khi đó tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 36 **B.** 18 **C.** 24 **D.** 48

Câu 30. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{24}{455}$ **B.** $\frac{4}{455}$ **C.** $\frac{33}{91}$ **D.** $\frac{4}{165}$

Câu 31. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x+1}, (x>-1)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2021$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-x+3)=2$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34. Cho $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_1^5 2f(x)dx=6$, khi đó $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35. Cho $\log_5 3=m$, khi đó $\log_{25}81$ bằng

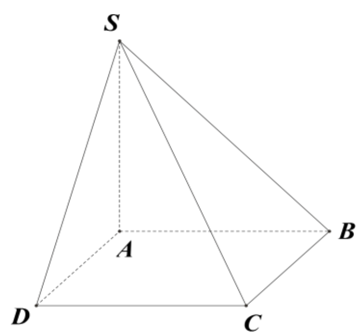
A. $\frac{2m}{3}$. **B.** $\frac{3m}{2}$. **C.** $2m$. **D.** $\frac{m}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu nhận MN làm đường kính là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng SA không vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?



A. BC. **B.** CD. **C.** SC. **D.** AB.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right)\le -4$

A. $4\le x\le 6$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x\le -6\\ x\ge 4\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x\le 4\\ x\ge 6\end{array}\right.$. **D.** $-6\le x\le 4$.

Câu 39. Một bình đựng nước có dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là 144π (dm³). Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng

A. 48π (dm³). **B.** 64π (dm³). **C.** 32π (dm³). **D.** 24π (dm³).

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

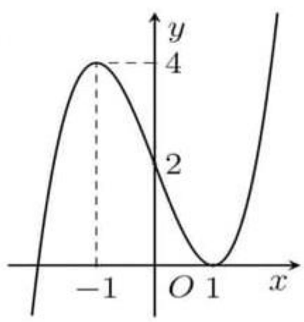
Câu 41. Cho $\int_0^2 (1-2x) f'(x)dx = 3f(2) + f(0) = 2020$. Tích phân $\int_0^1 f(2x)dx$ bằng

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 505. **D.** 1010.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với Δ. Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-2;3;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(-2;-1;0)$. **D.** $(-2;2;0)$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x-2020) - 4(x+2021)$ là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

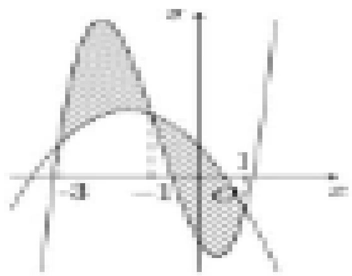
Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo.

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của x thuộc khoảng $(1;20)$ để $\forall y \in \left(\frac{1}{3};1\right)$ đều thoả mãn $\log_x y > \log_y x$.

A. 0. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1 (a, b.c.d, e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn hởi hai đồ thị đã cho (miền gạch chéo) có diện tích bằng



A. 4. **B.** 16. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 47. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=24$ và A. Từ $A(-2;0;-2)$ kẻ tiếp tuyến đến mặt cầu (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (w). Từ điểm M di động nằm ngoài mặt cầu (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (w) kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (w'). Biết rằng hai đường tròn (w) và (w') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\overline{z}=1$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left[m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right]=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 3 và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(|x-1|\right)-n\right|+m^{2020}$ có bao nhiêu điểm cực trị đôie với m,n là tham số thực và $2<n<3$

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

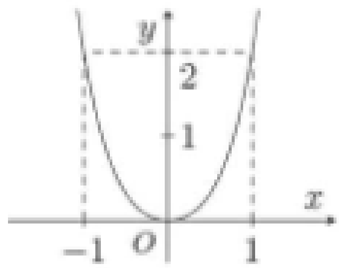
LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.D	5.B	6.A	7.D	8.D	9.D	10.A
11.B	12.A	13.D	14.D	15.D	16.A	17.D	18.C	19.B	20.D
21.B	22.C	23.B	24.C	25.A	26.D	27.B	28.D	29.B	30.B
31.D	32.A	33.C	34.A	35.C	36.B	37.C	38.B	39.A	40.D
41.D	42.C	43.B	44.C	45.D	46.B	47.A	48.A	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=x^4+x^2$. **B.** $y=x^3+x^2$. **C.** $y=x^2+x$. **D.** $y=x^4+x$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $A(-1;2)\in y=x^4+x^2$

Câu 2. Hàm $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng xác định?

A. x^2+1. **B.** x^4+x^2. **C.** x^2+2x. **D.** $x+1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Trong không gian $O.xyz$, đường thẳng qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}.$$

Câu 4. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng:

A. $4i$. **B.** $4i$. **C.** 4 . **D.** -4 .

Lời giải

Chọn D

Số phức: $z = a + bi$ có phần ảo là b .

Số phức $z = 3 - 4i$ có phần ảo -4

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Trong bảng biến thiên ta có, hàm số đồng biến biểu thị bởi mũi tên đi lên, hàm số nghịch biến biểu thị bởi mũi tên đi xuống.

Vậy dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1) \supset (-\infty;-2)$

Câu 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và điểm $B(3;-4;7)$. Hỏi trung điểm đoạn AB có toạ độ bằng bao nhiêu?

A. $(2;-1;5)$. **B.** $(-1;3;-2)$. **C.** $(1;-3;2)$. **D.** $(-2;1;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức trung điểm đoạn thẳng ta có: Gọi $I(x;y;z)$ là trung điểm của AB

$$\begin{cases} x = \dfrac{1+3}{2} = 2 \\ y = \dfrac{2+(-4)}{2} = -1 \Rightarrow I(2;-1;5) \\ z = \dfrac{3+7}{2} = 5 \end{cases}$$

Câu 7. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước $2a, 3a, 5a$ là

A. $15a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $30a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hình hộp chữ nhật: $S = 2a.3a.5a = 30a^3$.

Câu 8. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và có độ dài bán kính đáy bằng r.

A. $\pi r^2 l$. **B.** πrl. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 9. Cho $a, b > 0$ và hai số thực α, β. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$. **C.** $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. **D.** $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn D

D sai. Vì $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f\ x$ liên tục trên đoạn $a;b$ và $\int f\ x\ \mathrm{d}x = F\ x + C$. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = F\ b - F\ a$. **B.** $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = b - a$.

C. $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = a - b$. **D.** $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = F\ a - F\ b$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính tích phân, ta có $\int_a^b f\ x\ \mathrm{d}x = F\ x\ \Big|_a^b = F\ b - F\ a$.

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4$.

A. $V = 32\pi$. **B.** $V = 16\pi$. **C.** $V = 128\pi$. **D.** $V = 64\pi$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính thể tích của khối trụ, ta có: $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.4 = 64\pi$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}$. Một vecto chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2;-1;3)$ **B.** $\vec{u} = \ 2;1;3$ **C.** $\vec{u} = \ 1;2;0$. **D.** $\vec{u} = \ -1;2;0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào dạng của phương trình chính tắc của đường thẳng ta chọn đáp án là **A.**

Câu 13. Số phức $z=1+4i+(1-i)^3$ có mô đun bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=1+4i+(1-i)^3=-1+2i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-1)^2+(2)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 14. Cho tập A có 8 phần tử. Có bao nhiêu tập con gồm 5 phần tử của A?

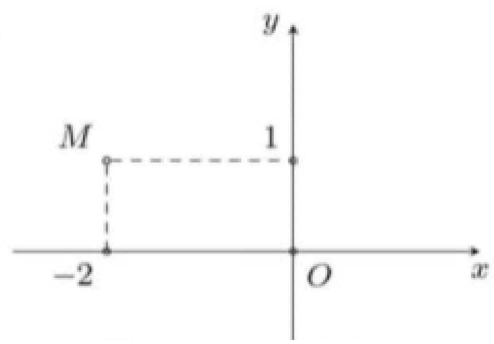
A. 70. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 56.

Lời giải

Chọn D

Chọn 5 phần tử từ 8 phần tử nên có $C_8^5=56$.

Câu 15. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ bên?



A. $z_2=1+2i$. **B.** $z_1=1-2i$. **C.** $z_4=2+i$. **D.** $z_3=-2+i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-1=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-1;1)$. **B.** $H(1;-2;0)$. **C.** $N(0;1;-2)$. **D.** $Q(1;-3;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm M,H,N,Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy tọa độ điểm $Q(1;-3;-4)$ thỏa mãn. Suy ra điểm $Q(1;-3;-4)$ thuộc mặt phẳng.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=3^x$.

A. $y'=3^{x-1}$. **B.** $y'=x3^{x-1}$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=3^x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(a^x\right)'=a^x.\ln a$ ta có $y'=3^x\ln 3$.

Câu 19. Khối lăng trụ có chiều cao bằng h,diện tích đáy bằng B có thể tích là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Khối lăng trụ có chiều cao bằng h,diện tích đáy bằng B có thể tích là $V=Bh$

Câu 20. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1=-2$ và $u_{n+1}=u_n+5, \forall n\ge 1$. Tính u_3.

A. 3. **B.** 13. **C.** 18. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1+5=3, u_3=u_2+5=8$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x+1}=8 \Leftrightarrow 2^{x+1}=2^3 \Leftrightarrow x+1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\frac{x}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x}{x-1} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x}{x-1} = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=16$. Bán kính của mặt cầu là

A. 7. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(5;1;-2)$, bán kính $R=4$.

Câu 24. Nếu hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i$ thì $x-y$ bằng

A. -7. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i \Leftrightarrow 3x+y+(2x-4y)i=1+24i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x-4y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-5 \end{cases} \Rightarrow x-y=7$.

Câu 25. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường kính đáy bằng 10 và chiều cao bằng 12.

A. 65π. **B.** 65. **C.** 60π. **D.** 90π.

Lời giải

Chọn A

hình nón có đường kính đáy bằng 10 $\Rightarrow$ bán kính đáy của hình nón $r=5$.

Đường sinh của hình trụ là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{144+25}=13$

$\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=\pi.5.13=65\pi$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+5x-6$ với mọi $x\in R$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;2)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=-x^2+5x-6$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x)=5$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=3x^2-16x+16$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3}\in(1;3) \\ x=4\notin(1;3) \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=1-8+16-9=0 \\ f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{13}{27} \\ f(3)=-6 \end{array}\right\} \Rightarrow \max\limits_{[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$$

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-3)(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Ta có: $$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Vì nghiệm $x=0$ là nghiệm kép nên $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=0$ vì vậy hàm số có 2 cực trị.

Câu 29. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-21x+1$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Khi đó tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 36 **B.** 18 **C.** 24 **D.** 48

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2+6x-21$

Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 (2 điểm cực trị) thỏa

$x_1^2+x_2^2=S^2-2P=(-2)^2-2.(-7)=18$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\dfrac{24}{455}$ **B.** $\dfrac{4}{455}$ **C.** $\dfrac{33}{91}$ **D.** $\dfrac{4}{165}$

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^3=455$

Gọi A: " Lấy được 3 quả cầu màu xanh"

$\Rightarrow n(A)=C_4^3=4$

Xác suất của A: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{455}$.

Câu 31. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x+1},(x>-1)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\sqrt[3]{x+1}\mathrm{d}x=\int(x+1)^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=\frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2021$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-2021<y(0)=-1$. Nên đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-x+3)=2$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left(x^2-x+3\right)=2 \Leftrightarrow x^2-x+3=3^2 \Leftrightarrow x^2-x-6=0 \Leftrightarrow x=3; x=-2$.

Câu 34. Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int\limits_1^5 2f(x)dx=6$, khi đó $\int\limits_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

◆ Có $\int\limits_0^5 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_1^5 f(x)dx=-2+\frac{6}{2}=-2+3=1.$

Câu 35. Cho $\log_5 3=m$, khi đó $\log_{25}81$ bằng

A. $\frac{2m}{3}$. **B.** $\frac{3m}{2}$. **C.** $2m$. **D.** $\frac{m}{2}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Có $\log_{25}81=\frac{\log_5 81}{\log_5 25}=\frac{\log_5 3^4}{\log_5 5^2}=\frac{4.\log_5 3}{2.\log_5 5}=\frac{4m}{2}=2m.$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu nhận MN làm đường kính là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

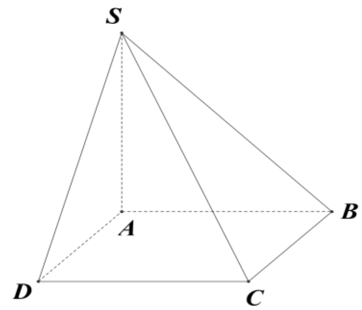
Lời giải

Chọn B

◆ Mặt cầu nhận MN làm đường kính có tâm là trung điểm $I(1;-1;2)$ của đoạn MN và có bán kính $R=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{2}\sqrt{(2-0)^2+(-1+1)^2+(2-2)^2}=1$ nên có phương trình

$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1^2.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng SA không vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?



A. BC. **B.** CD. **C.** SC. **D.** AB.

Lời giải

Chọn C

◆Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A.

◆Vậy SA không vuông góc với đường thẳng SC.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right) \le -4$

A. $4 \le x \le 6$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x \le -6 \\ x \ge 4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x \le 4 \\ x \ge 6 \end{array}\right.$. **D.** $-6 \le x \le 4$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right) \le -4 \Leftrightarrow x^2+2x-8 \ge 16$

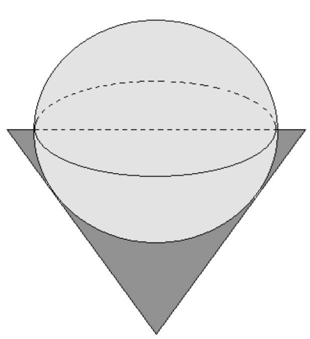
$\Leftrightarrow x^2+2x-24 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le -6 \\ x \ge 4 \end{array}\right.$.

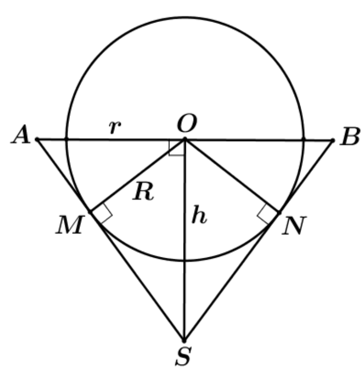
Câu 39. Một bình đựng nước có dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là 144π (dm³). Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình dưới). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng

A. 48π (dm³). **B.** 64π (dm³). **C.** 32π (dm³). **D.** 24π (dm³).

Lời giải

Chọn A





Gọi R là bán kính của khối cầu thì thể tích nước tràn ra là $\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3 = 144\pi \Rightarrow R = 6$ (dm).

Suy ra chiều cao của nón là $h = 2R = 12$ (dm).

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của nón thì $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{1}{R^2} \Rightarrow r = 4\sqrt{3}$ (dm).

Suy ra $V_N = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 192\pi$ (dm³).

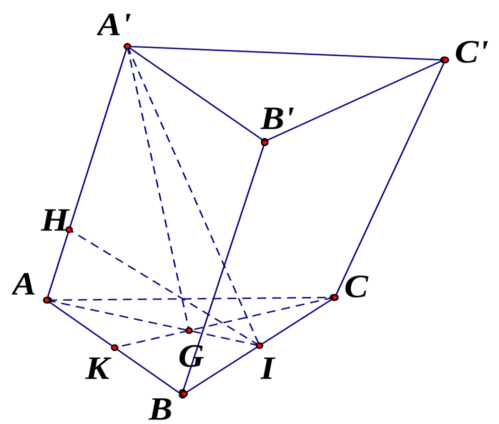
Vậy thể tích nước còn lại là $192\pi - 144\pi = 48\pi$ (dm³).

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của BC.

Gọi H là hình chiếu của I lên $AA' \Rightarrow IH \perp AA'$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow A'G \perp (ABC)$.

Ta có: $\begin{cases} AA' \perp BC \\ A'G \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'I)$.

Mà $IH \subset (AA'I) \Rightarrow BC \perp IH$.

Vậy $d(AA', BC) = IH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông IAH có: $\sin IAH = \dfrac{IH}{AI} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow IAH = 30^\circ \Rightarrow A'AG = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông $AA'G$ có: $A'G = AG.\tan 30^\circ = \dfrac{2}{3}AI.\tan 30^\circ = \dfrac{2}{3}.2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{2a}{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{ABC} = \dfrac{2a}{3}.4a^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41. Cho $\int\limits_0^2 (1-2x)f'(x)\mathrm{d}x = 3f(2)+f(0) = 2020$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2020. **B.** 4040. **C.** 505. **D.** 1010.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I = \int\limits_0^2 (1-2x)f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = 1-2x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = -2\mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$.

Khi đó: $I = (1-2x)f(x)\Big|_0^2 + 2\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -3f(2) - f(0) + 2\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -2020 + 2\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{I+2020}{2} = \dfrac{2020+2020}{2} = 2020$.

Gọi $J = \int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 2x \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

$x = 1 \Rightarrow t = 2$.

Vậy $J = \int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 f(t)\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}.2020 = 1010$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với Δ. Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-2;3;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(-2;-1;0)$. **D.** $(-2;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow A(-2+t;2+t;-t)$.

Mà $A\in(P)\Rightarrow -2+t+4+2t+3t+4=0\Rightarrow t=-1$. Do đó: $A(-3;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-1)\\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_P}=(1;2;-3)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;2;1)$.

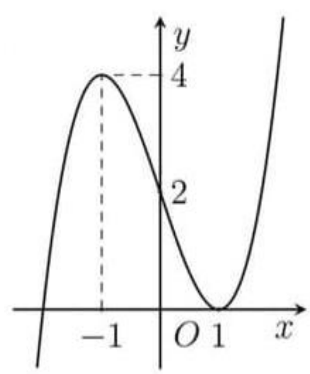
d đi qua $A(-3;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}=(-1;2;1)$ là một VTCP nên có phương trình tham số là:

$$\begin{cases}x=-3-t'\\ y=1+2t'\\ z=1+t'\end{cases}.$$

Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (Oxy) là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x=-3-t'\\ y=1+2t'\\ z=1+t'\\ z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-1\\ x=-2\\ y=-1\\ z=0\end{cases}$.

Vậy $B(-2;-1;0)$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=f(x-2020)-4(x+2021)$ là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=f'(x-2020)-4\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x-2020)=4$

Đặt $t=x-2020\Rightarrow f'(t)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=a>1\end{array}\right.$.

Trong đó $t=-1$ là nghiệm kép $t=a$ là nghiệm đơn.

Dấu của $f'(t)$

t	$-\infty$		-1		a		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)=f(x-2020)-4(x+2021)$ có một cực trị là điểm cực tiểu.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo.

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$

Ta có $|z+3i|=5 \Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=25\ (1)$;

$$\frac{z}{z-4}=\frac{x+yi}{x-4+yi}=\frac{x^2+y^2-4x}{(x-4)^2+y^2}+\frac{-4y}{(x-4)^2+y^2}i$$

Với $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo khi $x^2+y^2-4x=0\,(y\neq 0)\ (2)$

Từ $(1),(2)$ ta có hệ $\begin{cases} x^2+(y+3)^2=25 \\ (x-2)^2+y^2=4 \end{cases}$

Giải hệ ta được $(x;y)=(4;0)(loai)$ hoặc $(x;y)=\left(\frac{16}{13};\frac{24}{13}\right)(tm)$

Vậy có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của x thuộc khoảng $(1;20)$ để $\forall y\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ đều thoả mãn $\log_x y>\log_y x$.

A. 0. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $0<x\neq 1$.

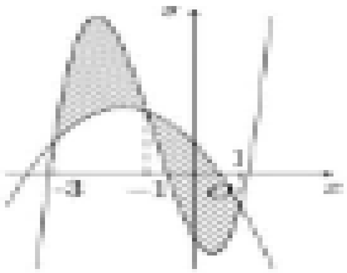
Bpt $\Leftrightarrow \log_x y>\frac{1}{\log_x y}\Leftrightarrow \frac{\log^2_x y-1}{\log_x y}>0$ với $x\in(1;20)$, $\forall y\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ suy ra $\log_x y<0$.

Khi đó $\log^2_x y-1<0\Leftrightarrow -1<\log_x y<1\Leftrightarrow \frac{1}{x}<y<x$.

Vì $\forall y\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ nên $\frac{1}{x}\leq\frac{1}{3}<1\leq x\Leftrightarrow x\geq 3$

Theo yêu cầu bài toán x thuộc khoảng $(1;20)$ nênta có $x=(3;4;5....;19)$.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-5$ và $g(x)=dx^2+ex+1\left(a,b.c.d,e\in\mathbb{R}\right)$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3,-1,1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn hởi hai đồ thị đã cho (miền gạch chéo) có diện tích bằng



A. 4. **B.** 16. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)-g(x)=a(x+3)(x+1)(x-1)$.

Suy ra $a(x+3)(x+1)(x-1)=ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-6$.

Xét hệ số tự do suy ra $-3a=-6\Leftrightarrow a=2$.

Do đó $f(x)-g(x)=2(x+3)(x+1)(x-1)$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_{-3}^{-1}\left[f(x)-g(x)\right]dx-\int_{-1}^{1}\left[f(x)-g(x)\right]dx$.

$=2\int_{-3}^{-1}\left[(x+3)(x+1)(x-1)\right]dx-2\int_{-1}^{1}\left[(x+3)(x+1)(x-1)\right]dx$.

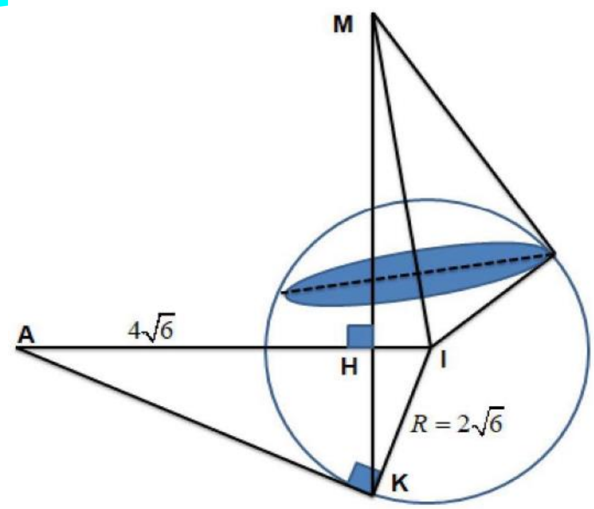
$=2\int_{-3}^{-1}\left(x^3+3x^2-x-3\right)dx-2\int_{-1}^{1}\left(x^3+3x^2-x-3\right)dx=2.4+2.4=16$.

Câu 47. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=24$ và A. Từ $A(-2;0;-2)$ kẻ tiếp tuyến đến mặt cầu (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (w). Từ điểm M di động nằm ngoài mặt cầu (S) và nằm trong mặt phẳng chứa (w) kẻ các tiếp tuyến đến (S) với các tiếp điểm thuộc đường tròn (w'). Biết rằng hai đường tròn (w) và (w') có cùng bán kính thì M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn (w).

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;6)$, bán kính $R=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$.

Ta có: $IA=\sqrt{4^2+4^2+8^2}=4\sqrt{6}$.

hai đường tròn (w) và (w') có cùng bán kính nên $IM=IA=4\sqrt{6}$.

Tam giác IAK vuông tại K nên ta có $IK^2=IA.IH \Rightarrow IH=\dfrac{IK^2}{IA}=\dfrac{24}{4\sqrt{6}}=\sqrt{6}$.

Do H là tâm của đường tròn (w) nên H cố định.

Tam giác IHM vuông tại H nên ta có $MH=\sqrt{IM^2-IH^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}=3\sqrt{10}$.

Do H cố định thuộc mặt phẳng (P), M di động trên mặt phẳng (P) và $MH=3\sqrt{10}$ không đổi suy ra điểm M thuộc đường tròn có tâm là H bán kính $r=3\sqrt{10}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in R)$

Khi đó $z.\bar{z}=1 \Leftrightarrow a^2+b^2=1\,(1)$

Mặt khác : $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m \Leftrightarrow \left(a-\sqrt{3}\right)^2+(b+1)^2=m^2,(m\geq 0)(2)$.

Ta thấy $m=0 \Rightarrow z=\sqrt{3}-i$ không thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ suy ra $m>0$.

Xét trong hệ tọa độ Oxy, ta có :

+ Tập hợp các điểm thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) có tâm $O(0;0;)$, bán kính $R_1=1$.

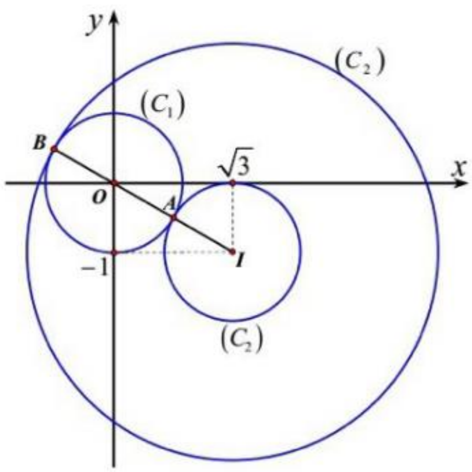
+ Tập hợp các điểm thỏa mãn (2) là đường tròn (C_2) có tâm $I\left(\sqrt{3};-1\right)$, bán kính $R_2=m$.

Ta thấy $OI=2>R_1$ suy ra I nằm ngoài (C_1).

Khi đó, tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ \left(a-\sqrt{3}\right)+(b+1)^2=m^2,(m\ge 0)(2) \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc với nhau (có thể tiếp xúc ngoài và tiếp xúc trong) như điểm A,B như hình vẽ.



$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} OI=R_1+R_2 \\ R_2=R_1+OI \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=2 \\ m=1+2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right. .$$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left[m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right]=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\sin x,-1\le u\le 1$ và $t=\ln\left(m+3\sin x\right)$ lúc đó từ phương trình ta có hệ sau

$\begin{cases} m+2u+t=e^u \\ m+3u=e^t \end{cases}$, trừ vế theo vế ta được phương trình $u-t=e^t-e^u \Leftrightarrow t+e^t=u+e^u$ $(*)$.

Xét $f(x)=x+e^x$, ta có $f'(x)=1+e^x>0,\forall x\in\mathbb{R}$ do vậy $f(x)$ là hàm số tăng trên $\mathbb{R}$, vì vậy từ $(*)$ ta có $t=u$ hay ta có phương trình $m+3u=e^u \Leftrightarrow m=e^u-3u$ với $u\in[-1;1]$.

Xét $g(u)=e^u-3u$ có $g'(u)=e^u-3<0,\forall u\in[-1;1]$ nên $g(u)$ là hàm số giảm trên $[-1;1]$.

Từ đây phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $g(1)\le m\le g(-1) \Leftrightarrow e-3\le m\le \dfrac{1}{e}+3$

$\Leftrightarrow -0,28\le m\le 3,36$

Xét $m\in\mathbb{Z}$ ta chọn được $m\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 số nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 3 và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(|x-1|\right)-n\right|+m^{2020}$ có bao nhiêu điểm cực trị đôie với m,n là tham số thực và $2<n<3$

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=f\left(|x-1|\right)-n$ và $h(x)=|g(x)|$. Ta có một nhận xét rằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x-1|\right)-n\right|+m^{2020}$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=h(x)$ và bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=g(x)$ cộng với số giao điểm (không trùng với cực trị) của đồ thị hàm số $y=g(x)$ với trục Ox.

Ta có $g'(x)=|x-1|'.f'\left(|x-1|\right)=\dfrac{x-1}{|x-1|}.f'\left(|x-1|\right)$. Dễ có $x=1$ là một điểm tới hạn của hàm số $y=g(x)$, mặt khác từ bảng biến thiên của $y=f(x)$ có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x-1|=-1\\|x-1|=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-2\end{array}\right.$.

Do đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-2)$	↗	$g(1)$	↘	$g(4)$	↗	$+\infty$

Ta có $g(1)=f(0)-n$, vì $f(x)$ là hàm số bậc 3 nên từ bảng biến thiên của $y=f(x)$ ta có $f(0)=3$ do đó $g(1)=f(0)-n=3-n>0$. Lại có $g(-2)=g(4)=f(3)-n=1-n<0$.

Do đó ta có đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị là cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt, vậy đồ thị hàm số $y = |g(x)|$ có tất cả là 7 điểm cực trị.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 22

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT QUẢNG XƯƠNG – THANH HÓA

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{7}{3}$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=\ln x$.

C. $y=x^4-4x^2+2021$. **D.** $y=x^3-2x^2+3x+1$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{8}{19}$. **B.** $\frac{9}{38}$. **C.** $\frac{9}{19}$. **D.** $\frac{11}{38}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2}\geq 4$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Câu 5. Cho khối trụ có diện tích đáy $B=12$ và đường cao $h=2\sqrt{3}$. Thể tích V của khối trụ đó bằng

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=24\sqrt{3}$. **C.** $V=36\sqrt{3}$. **D.** $V=72\sqrt{3}$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh

A. 12^5. **B.** A_{12}^5. **C.** C_{12}^5. **D.** P_5.

Câu 7. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC=\sqrt{3}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3cm$ và độ dài đường cao $h=4cm$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $72\pi\,cm^3$. **B.** $27\pi\,cm^3$. **C.** $12\pi\,cm^3$. **D.** $36\pi\,cm^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàn số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $M-m$ bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.

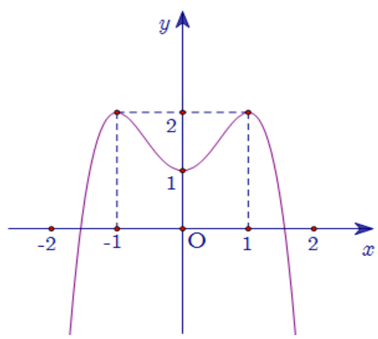
Câu 11. Tính tích phân $\int_1^2 (x^2+1)dx$:

A. 4. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{11}{4}$.

Câu 12. Cho hai số phức $z=4+i$ và $\omega=1+5i$. Số phức $z-\omega$ bằng

A. $5+6i$. **B.** $3-4i$. **C.** $5-4i$. **D.** $3+6i$.

Câu 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 14. Cho số phức $z=1+2i$. Mô đun của số phức $w=iz-1+3i$ bằng

A. 4. **B.** $5i$. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=3^x-1$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x\ln 3-x+C$.

Câu 16. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$ và $y=3x+1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I=(2;-1;2)$ đi qua gốc tọa độ O có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=2+3i$. **D.** $\bar{z}=-2+3i$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+e^x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+e^x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos 2x-e^x+C$.

C. $\int f(x)dx=-2\cos 2x+e^x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\cos 2x+e^x+C$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$.

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=x.\ln 2$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=4$. **B.** $R=1$. **C.** $R=3\sqrt{2}$. **D.** $R=2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $P(0;0;-1)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $Q(2;1;0)$. **D.** $N(2;0;1)$.

Câu 24. Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** a^6.

Câu 25. Với x là số thực dương tùy ý, $\log_2(x^3)$ bằng

A. $3+\log_2 x$. **B.** $3\log_2 x$. **C.** $(\log_2 x)^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}\log_2 x$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $4x-4y+2z-1=0$ và $2x-2y+z+1=0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. $V=\frac{1}{2\sqrt{2}}$. **B.** $V=\frac{1}{8}$. **C.** $V=\frac{1}{27}$. **D.** $V=\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Câu 29. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ là φ. Khi đó $\tan\varphi$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 31. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B chiều cao $3h$ bằng

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}B^2h$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=i(3+2i)$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(2;-3)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $P(-2;3)$.

Câu 33. Biết $F(x)=\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2+f(x))dx$ bằng

A. $\pi-1$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\pi+1$. **D.** π.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A=(1;-2;-3), B=(-4;1;1), C=(3;-2;-1)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(0;-1;-1)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(-2;-2;-2)$. **D.** $(1;-1;-1)$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 36. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 4$ và $\int_0^2 g(x)dx = 3$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** -1. **C.** 8. **D.** 17.

Câu 37. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^2 l$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 38. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số cộng.

A. $u_4 = 13$. **B.** $u_4 = 10$. **C.** $u_4 = 9$. **D.** $u_4 = 11$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

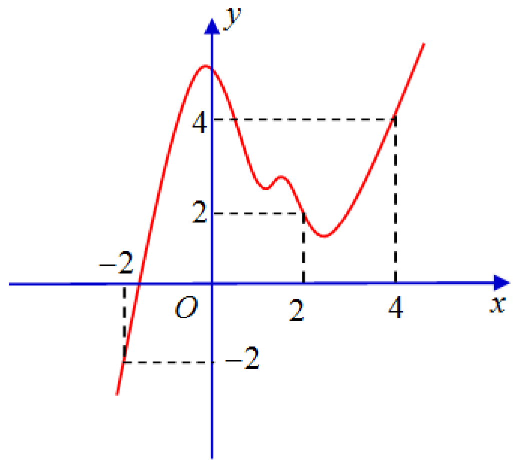
Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(1) - \sin^2 \frac{1}{2}$. **B.** $f(-1) - \sin^2 \frac{1}{2}$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(2) - \sin^2 1$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng 30^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. **B.** $V = a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



Giá trị của biểu thức $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(4\sin x-2)\cos x dx+\frac{1}{4}\int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên

A. 65021. **B.** 65022. **C.** 65023. **D.** 65024.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z đồng thời thỏa mãn các điều $|z+2-i|=2$ và số phức $(z-i)^2$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-4z+1=0$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục

Oz có phương trình tham số

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$.

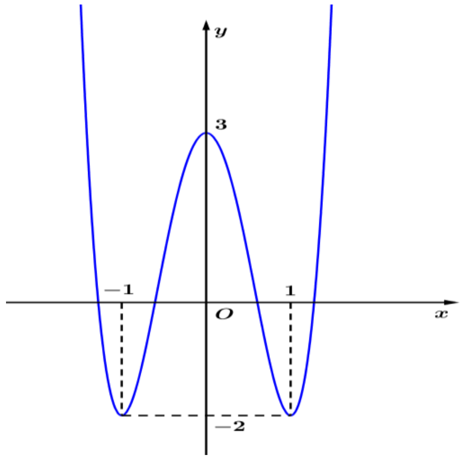
Câu 45. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288\,dm^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng$/m^2$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó phải trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 910000 đồng. **B.** 1680000 đồng. **C.** 1080000 đồng. **D.** 540000 đồng.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;-2)$ và đi qua gốc tọa độ O. Gọi d_1, d_2, d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua O và cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A, B, C. Khi thể tích của tứ diện $OABC$ đạt giá trị lớn nhất thì mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(1;-2;-6)$. **B.** $Q(2;-3;5)$. **C.** $F(1;-2;-8)$. **D.** $E(-1;2;-8)$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=e^{\frac{-1}{x^2}}\left(f(x+1)\right)^3$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

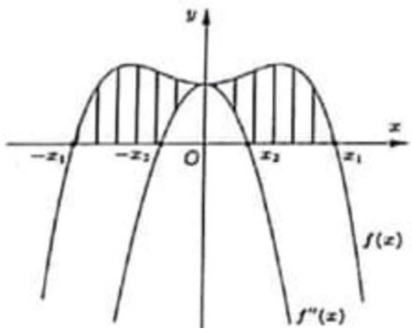
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương $x, x \le 2021$ sao cho tồn tại số nguyên y thỏa mãn $x\left(2^y+y-1\right)=2-\log_2 x^x$

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $(z+i)\left(\overline{z}+3i\right)$ là số thuần ảo. Biết rằng $|z_1-z_2|=3$. Giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{2}+3$. **B.** $3+3\sqrt{2}$. **C.** $2+2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}+3$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+1,(a\neq 0; a,b\in\mathbb{R})$ mà đồ thị hàm số $f''(x)$ và hàm số $f(x)$ có một điểm chung duy nhất và nằm trên trục Oy (hình vẽ), trong đó $\pm x_1$ là nghiệm của $f(x)$ và $\pm x_2$ là nghiệm của $f''(x),(x_1,x_2>0)$. Biết $x_1=3x_2$, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $f(x), f''(x)$ và trục Ox.



A. $\frac{73}{45}$. **B.** $\frac{73}{15}$. **C.** $\frac{152}{45}$. **D.** $\frac{152}{15}$.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.B	5.B	6.C	7.D	8.C	9.A	10.A
11.B	12.B	13.B	14.C	15.A	16.D	17.D	18.C	19.B	20.A
21.B	22.D	23.C	24.B	25.B	26.C	27.C	28.B	29.A	30.A
31.C	32.D	33.D	34.A	35.D	36.A	37.B	38.D	39.C	40.A
41.D	42.D	43.C	44.B	45.C	46.D	47.C	48.C	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$

Ta có: $\log_2(3x-1)=3 \Leftrightarrow 3x-1=2^3 \Leftrightarrow 3x-1=8 \Leftrightarrow x=3$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=\ln x$.

C. $y=x^4-4x^2+2021$. **D.** $y=x^3-2x^2+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D: $y'=3x^2-4x+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{8}{19}$. **B.** $\frac{9}{38}$. **C.** $\frac{9}{19}$. **D.** $\frac{11}{38}$.

Lời giải

Chọn C

Tập gồm 20 số nguyên dương đầu tiên là $S=\{1;2;3;...;20\}$

Không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^2$.

Gọi A là biến cố để chọn được hai số có tổng là một số chẵn.

TH1: Hai số được chọn là số chẵn: C_{10}^2

TH2: Hai số được chọn là số lẻ: C_{10}^2

$\Rightarrow n(A)=C_{10}^2+C_{10}^2=2C_{10}^2$

Vậy xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2C_{10}^2}{C_{20}^2}=\dfrac{9}{19}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2}\ge 4$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình tương đương với

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x-2}\ge 4\Leftrightarrow 2^{-x^2+3x+2}\ge 2^2\Leftrightarrow -x^2+3x+2\ge 2\Leftrightarrow -x^2+3x\ge 0\Leftrightarrow 0\le x\le 3$.

Câu 5. Cho khối trụ có diện tích đáy $B=12$ và đường cao $h=2\sqrt{3}$. Thể tích V của khối trụ đó bằng

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=24\sqrt{3}$. **C.** $V=36\sqrt{3}$. **D.** $V=72\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối trụ đó bằng $V=B.h=12.2\sqrt{3}=24\sqrt{3}$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh

A. 12^5. **B.** A_{12}^5. **C.** C_{12}^5. **D.** P_5.

Lời giải

Chọn C

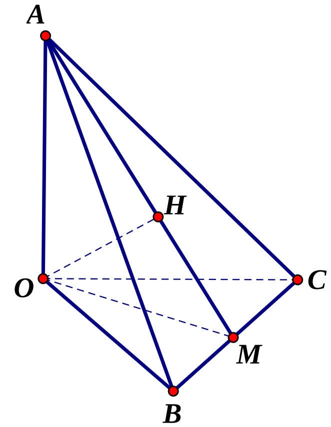
Số cách chọn ra 5 học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh là C_{12}^5.

Câu 7. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC=\sqrt{3}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC. Kẻ OH vuông góc với AM tại H.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp OH$.

Khi đó $\begin{cases} OH \perp AM \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow d\left(O,(ABC)\right) = OH$.

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OM^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} = 1$.

$\Rightarrow OH = 1$. Vậy $d\left(O,(ABC)\right) = 1$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3cm$ và độ dài đường cao $h = 4cm$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $72\pi\, cm^3$. **B.** $27\pi\ cm^3$. **C.** $12\pi\ cm^3$. **D.** $36\pi\ cm^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi\,(cm^3)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng dấu của đạo hàm ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua các nghiệm $-2;0;2$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 10. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàn số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $M-m$ bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm $f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=-1\notin[0;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0)=1, f(1)=-1, f(2)=3$.

Vậy $M=3, m=-1 \Rightarrow M-m=4$.

Câu 11. Tính tích phân $\int_1^2 (x^2+1)dx$:

A. 4. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{11}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_1^2 (x^2+1)dx=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_1^2=\frac{14}{3}-\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$.

Câu 12. Cho hai số phức $z=4+i$ và $\omega=1+5i$. Số phức $z-\omega$ bằng

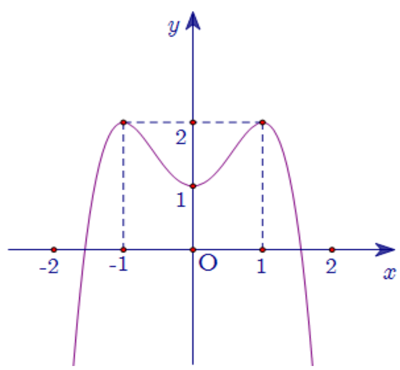
A. $5+6i$. **B.** $3-4i$. **C.** $5-4i$. **D.** $3+6i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phức $z-\omega=4+i-(1+5i)=3-4i$.

Câu 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a<0$. Do đó nhận đáp án $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 14. Cho số phức $z=1+2i$. Mô đun của số phức $w=iz-1+3i$ bằng

A. 4. **B.** $5i$. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w=iz-1+3i=i(1+2i)-1+3i=i-2-1+3i=-3+4i$.

Do đó $|w|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=3^x-1$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x\ln 3-x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3^x-1)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}-x+C$.

Câu 16. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$ và $y=3x+1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x+1=3x+1\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$ và $y=3x+1$ là 3.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I=(2;-1;2)$ đi qua gốc tọa độ O có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $RR=OI=\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}=3$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I=(2;-1;2)$ đi qua gốc tọa độ O là

$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=-3-2i$. **C.** $\bar{z}=2+3i$. **D.** $\bar{z}=-2+3i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là $\bar{z}=2+3i$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình đường thẳng : $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-1)$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+\mathrm{e}^x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+\mathrm{e}^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-\mathrm{e}^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int(\sin 2x+\mathrm{e}^x)dx=-\frac{1}{2}\cos 2x+\mathrm{e}^x+C$

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$.

A. $y'=\frac{x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=x.\ln 2$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=(\log_2 x)'=\frac{1}{x\ln 2}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=4$. **B.** $R=1$. **C.** $R=3\sqrt{2}$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Chọn D

$R=\sqrt{A^2+B^2+C^2-D}=\sqrt{1+4+9-10}=2.$

Vậy chọn **D.**

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy)?

A. $P(0;0;-1)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $Q(2;1;0)$. **D.** $N(2;0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $z=0$.

Vậy chọn **C.**

Câu 24. Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** a^6.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt[3]{a^2}=\left(a^2\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Vậy chọn **B.**

Câu 25. Với x là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(x^3\right)$ bằng

A. $3+\log_2 x$. **B.** $3\log_2 x$. **C.** $(\log_2 x)^3$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2\left(x^3\right)=3\log_2 x$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{2x+1}=32 \Leftrightarrow 2^{2x+1}=2^5 \Leftrightarrow 2x+1=5 \Leftrightarrow x=2$.

Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là $x=2$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2 tại $x=0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $4x-4y+2z-1=0$ và $2x-2y+z+1=0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. $V=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. **B.** $V=\dfrac{1}{8}$. **C.** $V=\dfrac{1}{27}$. **D.** $V=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $(P):4x-4y+2z-1=0$ và $(Q):2x-2y+z+1=0$.

Vecto pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(4;-4;2)$ và $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(2;-2;1)$ $\Rightarrow$ hai mặt phẳng song song với nhau nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng cũng chính là độ dài cạnh của hình lập phương.

Chọn điểm $A\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)\in(P)$.

Ta có: $d_{((P);(Q))}=d_{(A;(Q))}=\dfrac{\left|2.0-2.0+\dfrac{1}{2}+1\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}$.

Thể tích khối lập phương là $V=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$.

Câu 29. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

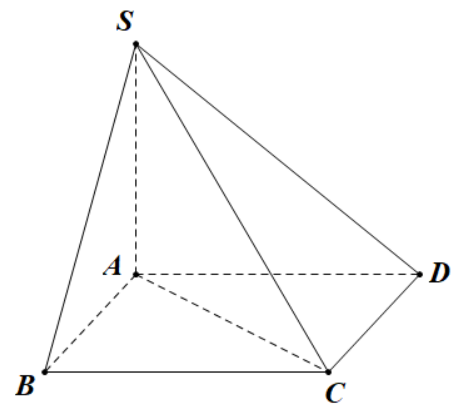
$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2\Rightarrow$ đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ là φ. Khi đó $\tan\varphi$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Góc giữa $\left(SC;\left(ABCD\right)\right)=SCA$.

Xét ΔSAC vuông tại A có $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{a\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Câu 31. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B chiều cao $3h$ bằng

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}B^2h$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

$V=\dfrac{1}{3}B.3h=Bh$.

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=i\left(3+2i\right)$ là điểm nào sau đây?

A. $Q\left(2;-3\right)$. **B.** $M\left(3;2\right)$. **C.** $N\left(3;-2\right)$. **D.** $P\left(-2;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=i\left(3+2i\right)=3i+2i^2=-2+3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z=i\left(3+2i\right)$ là $P\left(-2;3\right)$.

Câu 33. Biết $F\left(x\right)=\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2+f\left(x\right)\right)dx$ bằng

A. $\pi-1$. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\pi+1$. **D.** π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2+f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\mathrm{d}x+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f\left(x\right)\mathrm{d}x=2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A=(1;-2;-3), B=(-4;1;1), C=(3;-2;-1)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(0;-1;-1)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(-2;-2;-2)$. **D.** $(1;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $G(x;y;z)$ là toạ độ trọng tâm của tam giác ABC, ta có

$$\begin{cases} x=\dfrac{1+(-4)+3}{3}=0 \\ y=\dfrac{(-2)+1+(-2)}{3}=-1 \Rightarrow G(0;-1;-1). \\ z=\dfrac{(-3)+1+(-1)}{3}=-1 \end{cases}$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 36. Cho $\int_0^2 f(x)dx=4$ và $\int_0^2 g(x)dx=3$ thì $\int_0^2[3f(x)-2g(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** -1. **C.** 8. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2[3f(x)-2g(x)]dx=3\int_0^2 f(x)dx-2\int_0^2 g(x)dx=3.4-2.3=6$.

Câu 37. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=2\pi r^2 l$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 38. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số cộng.

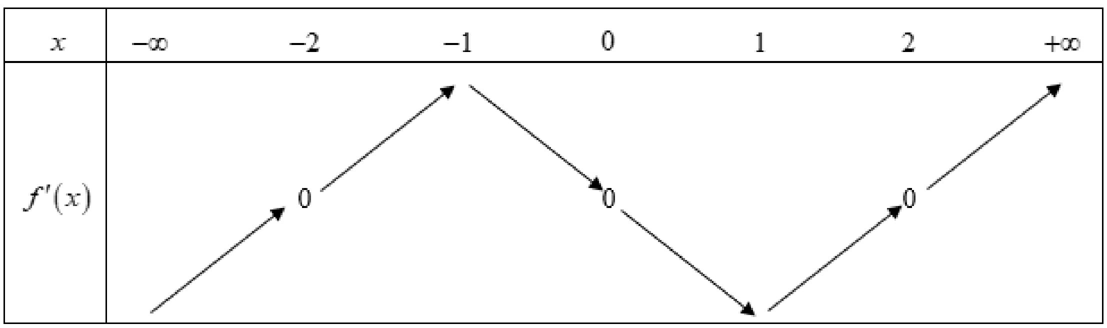
A. $u_4 = 13$. **B.** $u_4 = 10$. **C.** $u_4 = 9$. **D.** $u_4 = 11$.

Lời giải

Chọn D

$u_4 = u_1 + (4-1)d = 2 + 3.3 = 11$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

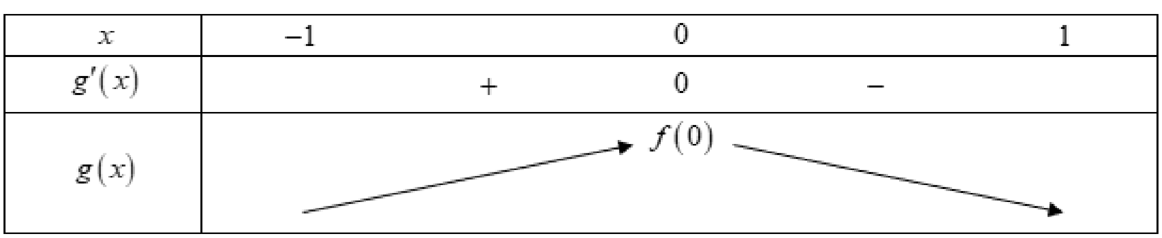
A. $f(1) - \sin^2 \frac{1}{2}$. **B.** $f(-1) - \sin^2 \frac{1}{2}$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(2) - \sin^2 1$.

Lời giải

Chọn C

Xét: $g'(x) = 2f'(2x) - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = \frac{1}{2}\sin 2x \Rightarrow 2x = 0 \in [-2;2] \Rightarrow x = 0 \in [-1;1]$.

Bảng biến thiên:



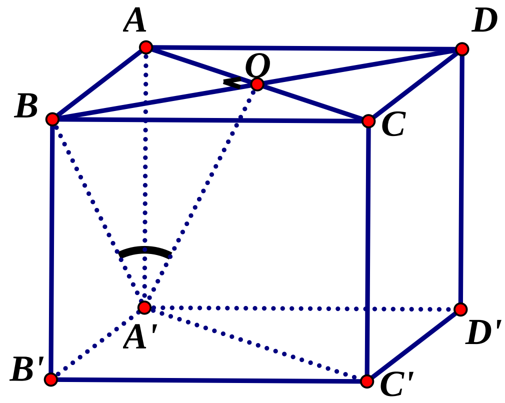
Vậy: $\max\limits_{[-1;1]} g(x) = g(0) = f(0)$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ bằng 30^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. **B.** $V = a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A

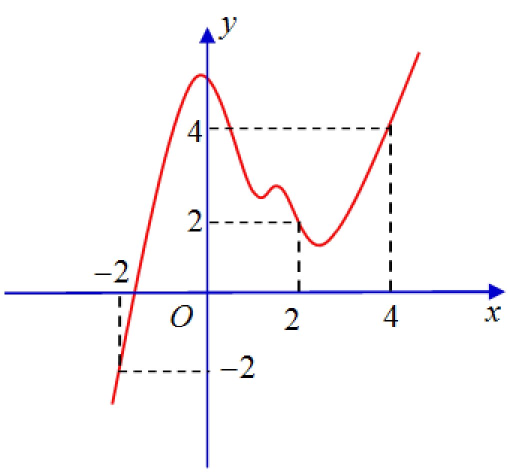


◆ Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, có $BO \perp AC \Rightarrow BO \perp (A'ACC')$ hay góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(A'ACC')$ là góc $BA'O = 30^0$.

◆ Có $\sin BA'O = \dfrac{BO}{A'B} \Leftrightarrow A'B = \dfrac{BO}{\sin 30^0} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$, và $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

Suy ra $V = S_{ABCD}.AA' = a^2.a = a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



Giá trị của biểu thức $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(4\sin x - 2)\cos x dx + \frac{1}{4}\int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Với $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(4\sin x - 2)\cos x dx$, đặt $t = 4\sin x - 2 \Rightarrow dt = 4\cos x dx$.

Suy ra $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(4\sin x-2)\cos xdx=\int\limits_{-2}^{2} f'(t)\frac{1}{4}dt=\frac{1}{4}f(t)|_{-2}^{2}=\frac{1}{4}(f(2)-f(-2))=\frac{1}{4}(2-(-2))=1.$

◆ Với $\int\limits_0^2 f'(x+2)dx$ đặt $t=x+2\Rightarrow dt=dx.$

Suy ra $\int\limits_0^2 f'(x+2)dx=\int\limits_2^4 f'(t)dt=f(t)|_2^4=f(4)-f(2)=4-2=2.$

◆ Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(4\sin x-2)\cos xdx+\frac{1}{4}\int\limits_0^2 f'(x+2)dx=1+\frac{1}{4}.2=\frac{3}{2}.$

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên

A. 65021. **B.** 65022. **C.** 65023. **D.** 65024.

Lời giải

Chọn D

◆ Có $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}3^{x^2-x}-9\ge 0\\2^{x^2}-m\le 0\end{cases}(I)\vee\begin{cases}3^{x^2-x}-9\le 0\\2^{x^2}-m\ge 0\end{cases}(II)$

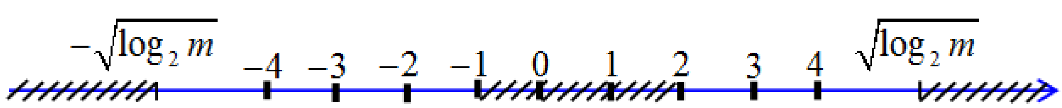
◆ Xét tuyển (I):

Có $3^{x^2-x}-9\ge 0\Leftrightarrow x^2-x-2\ge 0\Leftrightarrow x\le -1\vee x\ge 2$.

Có $2^{x^2}-m\le 0\Leftrightarrow 2^{x^2}\le m.$

Với $m\ge 1,$ khi đó $2^{x^2}\le 2^{\log_2 m}\Leftrightarrow x^2\le\log_2 m\Leftrightarrow -\sqrt{\log_2 m}\le x\le\sqrt{\log_2 m}$

Biểu diễn lên trục số ta có:



Xét hệ (II)

$$\begin{cases}3^{x^2-x}-9\le 0\\2^{x^2}-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-x\le 2\\2^{x^2}\ge m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 2\\\left[\begin{array}{l}x\ge\sqrt{\log_2 m}\\x\le-\sqrt{\log_2 m}\end{array}\right.\end{cases}(m\ge 1).$$

Ta thấy, để bất phương trình đã cho có 5 nghiệm thì chỉ xảy ra trường hợp Hệ (I) có 5 nghiệm và hệ (II) có 0 không nghiệm, tức là các nghiệm $-1;\pm 2;\pm 3$.

Tức là $3\le\sqrt{\log_2 m}<4\Leftrightarrow 9\le\log_2 m<16\Leftrightarrow 512\le m<65536.$

Do $m\in Z$ nên $m\in\{512;513;...;65535\}$. Vậy có $65535-512+1=65024$.

◆ Dễ thấy với các giá trị m trên thì tuyển (II) vô nghiệm.

Vậy có 65024 số nguyên thỏa mãn.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z đồng thời thỏa mãn các điều $|z+2-i|=2$ và số phức $(z-i)^2$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

◆ Gọi số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z+2-i|=2$ nên $|a+2+(b-1)i|=2\Leftrightarrow(a+2)^2+(b-1)^2=4$ (1).

◆ Mặt khác ta có $(z-i)^2=(a+(b-1)i)^2=a^2-(b-1)^2+2a(b-1)i$.

$(z-i)^2$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a^2-(b-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b-1\\a=1-b\end{array}\right.$.

Với $a=b-1$ từ (1) ta được $(a+2)^2+a^2=4\Leftrightarrow 2a^2+4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2\end{array}\right.$.

Với $a=1-b$ từ (1) ta được $(a+2)^2+a^2=4\Leftrightarrow 2a^2+4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2\end{array}\right.$.

Vậy có ba số phức thỏa mãn ycbt là: $z_1=i,z_2=-2-i,z_3=-2+3i$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-4z+1=0$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục

Oz có phương trình tham số

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+6t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+6t\\z=3+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Giả sử $\Delta\cap Oz=M$. Do $M\in Oz\Rightarrow M(0;0;t)$. Ta có $\overrightarrow{AM}=(-1;-2;t-3)$.

◆ Mặt phẳng $(P):2x+y-4z+1=0$ có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(2;1;-4)$.

Do Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{AM}\Leftrightarrow\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$

$\Leftrightarrow -2-2-4(t-3)=0\Leftrightarrow t=2$. Suy ra $M(0;0;1),\overrightarrow{AM}=(-1;-2;-1)$.

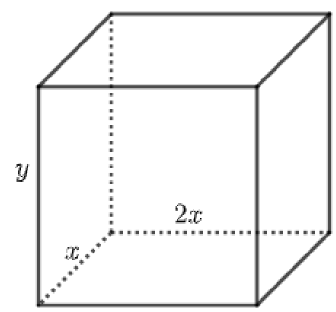
◆ Vậy đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;0;1)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=-\overrightarrow{AM}=(1;2;1)$ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 45. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288\,dm^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng$/m^2$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó phải trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 910000 đồng. **B.** 1680000 đồng. **C.** 1080000 đồng. **D.** 540000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Gọi x, $2x$, y lần lượt là chiều rộng, chiều dài của đáy bể và chiều cao của bể.

Thể tích của bể là $V = x.2x.y = 2x^2y = 288 \Leftrightarrow x^2y = 144 \Leftrightarrow y = \dfrac{144}{x^2}$.

Diện tích của bể không nắp là: $S = S_{xq} + S_d = 2.x.y + 2.2x.y + x.2x = 2x^2 + 6xy$

$= 2x^2 + 6x.\dfrac{144}{x^2} = 2x^2 + \dfrac{864}{x} = 2x^2 + \dfrac{432}{x} + \dfrac{432}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{432}{x}.\dfrac{432}{x}} = 216$.

Suy ra $S_{\min} = 216\ dm^2$.

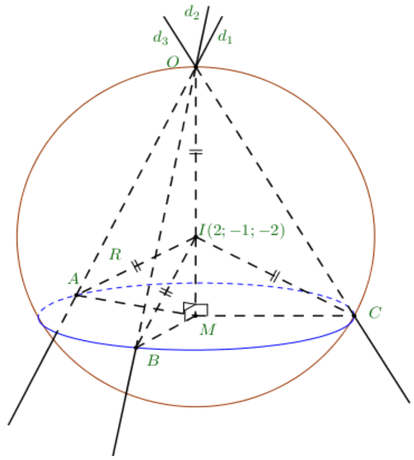
Vậy chi phí thấp nhất cần thuê nhân công là $T = 500000.\dfrac{S_{\min}}{100} = 1080000$ đồng.

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;-2)$ và đi qua gốc toạ độ O. Gọi d_1, d_2, d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua O và cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A, B, C. Khi thể tích của tứ diện $OABC$ đạt giá trị lớn nhất thì mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(1;-2;-6)$. **B.** $Q(2;-3;5)$. **C.** $F(1;-2;-8)$. **D.** $E(-1;2;-8)$.

Lời giải

Chọn D



(S) tâm $I(2;-1;-2)$ qua O $\Rightarrow R_{(S)}=IA=IB=IC=IO=3=R$

Đặt $IM=x \Rightarrow AM=BM=CM=\sqrt{R^2-x^2}$

$\Rightarrow V_{OABC}=\dfrac{1}{3}.OM.S_{\Delta ABC}\le\dfrac{1}{3}(R+x)\dfrac{\left(R^2-x^2\right)\sqrt{3}}{4}$ (ΔABC đều)

Mà $(R+x)\left(R^2-x^2\right)=(R+x)^2(R-x)$

$=4\left(\dfrac{R+x}{2}\right)\left(\dfrac{R+x}{2}\right)(R-x)\le 4\dfrac{\left(\dfrac{R+x}{2}+\dfrac{R+x}{2}+R-x\right)^3}{27}=\dfrac{32R^3}{27}$

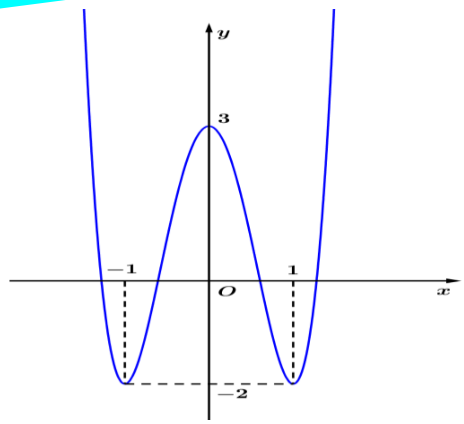
$V_{OABC}Max \Leftrightarrow \dfrac{R+x}{2}=R-x \Leftrightarrow 3+x=6-2x \Rightarrow x=1 \Rightarrow OM=4$

$\Rightarrow (ABC)$ qua M có $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=\overrightarrow{OM}\left(OM\perp(ABC)\right)$

$(OM):\begin{cases}x=2t\\ y=-t\\ z=-2t\end{cases}\Rightarrow M(2t;t;-2t)\Rightarrow\begin{cases}9t^2=16\\ OM^2=16\end{cases}\Rightarrow t=\pm\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M\left(\dfrac{8}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{8}{3}\right)\\ M\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(ABC):2x-y-2z-12=0\\ (ABC):2x-y-2z+12=0\end{array}\right.$ Chọn **D.**

Câu 47. Cho $f(x)$ là đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=e^{\frac{-1}{x^2}}\left(f(x+1)\right)^3$ là

A. 7 . **B.** 5 . **C.** 4 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn C

Ta có:

- $g'(x)=e^{\frac{-1}{x^2}}\left(f(x+1)\right)^2\left(\frac{2}{x^3}f(x+1)+3f'(x+1)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\left(f(x+1)\right)^2=0 & (1)\\ \frac{2}{x^3}f(x+1)+3f'(x+1)=0 & (2)\end{array}\right.$
- Ta thấy các nghiệm của (1) là nghiệm bội chẵn nên qua đó $g'(x)$ không đổi dấu.
- Xét phương trình $(2): \frac{2}{x^3}f(x+1)+3f'(x+1)=0$

đặt $t=x+1$ ta được $\frac{2}{(t-1)^3}f(t)+3f'(t)=0$

Do $f(t), f'(t)$ không đồng thời bằng không nên $\frac{2}{(t-1)^3}+3\frac{f'(t)}{f(t)}=0$ $(*)$

- Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(t)=a(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)$

Tính đạo hàm rồi thay vào (*) ta được: $(*) \Leftrightarrow \frac{2}{(t-1)^3}+\frac{3}{t-t_1}+\frac{3}{t-t_2}+\frac{3}{t-t_3}+\frac{3}{t-t_4}=0$

- Xét hàm số $h(t)=\frac{2}{(t-1)^3}+\frac{3}{t-t_1}+\frac{3}{t-t_2}+\frac{3}{t-t_3}+\frac{3}{t-t_4}$

$\Rightarrow h'(t)=\frac{-6}{(t-1)^4}+\frac{-3}{(t-t_1)^2}+\frac{-3}{(t-t_2)^2}+\frac{-3}{(t-t_3)^2}+\frac{-3}{(t-t_4)^2}$.

Ta có bảng biến thiên của $h(t)$:

t	$-\infty$		t_1		t_2		t_3		1		t_4		$+\infty$
$h'(t)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$h(t)$	0 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $h(t)=0$ luôn có 4 nghiệm đơn phân biệt do đó hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương $x, x \le 2021$ sao cho tồn tại số nguyên y thỏa mãn $x\left(2^y+y-1\right)=2-\log_2 x^x$

A. 11. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$x\left(2^y+y-1\right)=2-\log_2 x^x\,(1)$

Với $x\in(0;2021]$ thì $(1)\Rightarrow x\left(2^y+y-1\right)=2-x\log_2 x$

$\Leftrightarrow 2^y+y-1=\dfrac{2}{x}-\log_2 x \Leftrightarrow \log_2\left(2^y\right)+\left(2^y\right)=\log_2\left(\dfrac{2}{x}\right)+\left(\dfrac{2}{x}\right)$

Xét hàm $y=f(t)=\log_2(t)+t$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln(2)}+1>0\,(\forall t>0)$

$\Rightarrow f(t)$ trên $(0;+\infty)\Rightarrow f\left(2^y\right)=f\left(\dfrac{2}{x}\right)\Leftrightarrow 2^y=\dfrac{2}{x}(2)$

$(2)\Rightarrow y=1-\log_2(x); y\in\mathbb{Z}\Rightarrow \log_2(x)\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow\begin{cases}x=2^k; k\in\mathbb{N}^*\\ x\in(0;2021]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<2^k\le 2021\\ k\in\mathbb{N}^*\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k\le\log_2 2021\\ k\in\mathbb{N}^*\end{cases}$

$\Rightarrow k=2,3,4,5,6,7,8,9,10\Rightarrow 9$ giá trị thỏa mãn ycbt

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $(z+i)\left(\bar{z}+3i\right)$ là số thuần ảo. Biết rằng $\left|z_1-z_2\right|=3$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1+2z_2\right|$ bằng

A. $2\sqrt{2}+3$. **B.** $3+3\sqrt{2}$. **C.** $2+2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}+3$.

Lời giải

Chọn B

$z=a+bi$

$(z+i)\left(\bar{z}+3i\right)=\left(a+(b+1)i\right)\left(a-bi+3i\right)$

$= a^2 + \left(a(3-b) + a(b+1)\right)i - (b+1)(3-b)$

$(z+i)(\overline{z}+3i)$ thuần ảo $\Rightarrow a^2 - (b+1)(3-b) = 0 \Leftrightarrow a^2 - (3b - b^2 + 3 - b) = 0$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b - 3 = 0 \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 2^2\,(C)$

(C) tâm $I(0;1); R = 2$

$\Rightarrow z$ là số phức thỏa $|z - i| = 2$

Đặt $\begin{cases} \omega_1 = z_1 - i \\ \omega_2 = z_2 - i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |\omega_1| = |\omega_2| = 2; |\omega_1 - \omega_2| = |z_1 - z_2| = 3 \\ T = |z_1 + 2z_2| = |(\omega_1 + i) + 2(\omega_2 + i)| \end{cases}$

$T = |\omega_1 + 2i\omega_2 + 3i| \le |\omega_1 + 2\omega_2| + 3$

Ta có: $|\omega_1 - \omega_2| = 3 \Leftrightarrow |\omega_1 - \omega_2|^2 = |\omega_1|^2 + |\omega_2|^2 + 2|\omega_1\omega_2| = 9 \Rightarrow |\omega_1\omega_2| = \frac{-1}{2}$

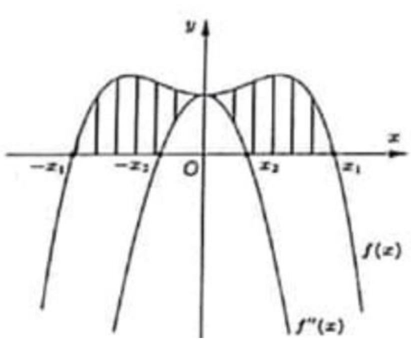
$|\omega_1 + 2\omega_2| = \sqrt{|\omega_1 + 2\omega_2|^2} = \sqrt{\left|(\omega_1 + 2\omega_2)^2\right|}$

$= \sqrt{|\omega_1|^2 + 4|\omega_2|^2 + 4|\omega_1\omega_2|} = \sqrt{5.4 + 4.\frac{-1}{2}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow |\omega_1 + 2\omega_2| = 3\sqrt{2}$

Như vậy $T \le |\omega_1 + 2\omega_2| + 3 = 3 + 3\sqrt{2} \Rightarrow T_{Max} = 3 + 3\sqrt{2}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + 1, (a \ne 0; a, b \in \mathbb{R})$ mà đồ thị hàm số $f''(x)$ và hàm số $f(x)$ có một điểm chung duy nhất và nằm trên trục Oy (hình vẽ), trong đó $\pm x_1$ là nghiệm của $f(x)$ và $\pm x_2$ là nghiệm của $f''(x), (x_1, x_2 > 0)$. Biết $x_1 = 3x_2$, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $f(x), f''(x)$ và trục Ox.



A. $\frac{73}{45}$. **B.** $\frac{73}{15}$. **C.** $\frac{152}{45}$. **D.** $\frac{152}{15}$.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = ax^4 + bx^2 + 1$

$\Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

$\Rightarrow f''(x) = 12ax^2 + 2b$

$f(x) = f''(x)$

$\Leftrightarrow ax^4 + bx^2 + 1 - 12ax^2 - 2b = 0 = g(x)$

Do $f(x) \cap f''(x) = A(0;a) \Rightarrow g(0) = 0 \Leftrightarrow -2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ f(x) = ax^4 + \frac{x^2}{2} + 1 \\ f''(x) = 12ax^2 + 1 \end{cases}$$

Cho $f(x) = 0 \Leftrightarrow ax^4 + \frac{x^2}{2} + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{4} - 4a$

Ẩn theo $x^2 \Rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1-16a}}{4a} = {x_1}^2$

Cho $f''(x) = 0 \Rightarrow x^2 = {x_2}^2 = \frac{-1}{12a}, {x_1}^2 = 9{x_2}^2$ nên

TH1: $\frac{-1 + \sqrt{1-16a}}{4a} = 9.\frac{-1}{12a} \Rightarrow \sqrt{1-16a} = -2$ (vô lý)

TH2: $\frac{-1 - \sqrt{1-16a}}{4a} = 9.\frac{-1}{12a} \Rightarrow \sqrt{1-16a} = 2 \Leftrightarrow 1 - 16a = 4$

$$\Rightarrow a = \frac{-3}{16} < 0 \text{ (nhận)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{-3}{16}x^4 + \frac{x^2}{2} + 1 \\ f''(x) = \frac{-9}{4}x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{x_1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_{-x_1}^{x_1} f(x)dx - \int_{-x_2}^{x_2} f''(x)dx = 2\left(\int_0^2 f(x)dx - \int_0^{\frac{2}{3}} f''(x)dx \right) = \frac{152}{45}$$

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 23

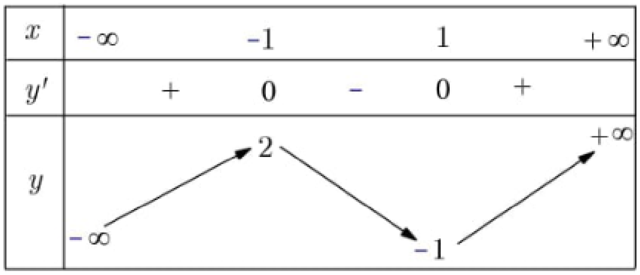
GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT THANH CHƯƠNG – NGHỆ AN

Câu 1. Một cấp số cộng có $u_1=-3, u_7=39$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$

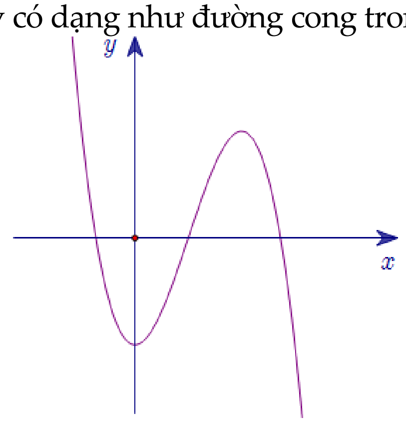
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(3;-4;1), C(2;0;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{OG}$ bằng

A. $(2;-2;1)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-2;2;-1)$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là

A. $y'=-2e^{1-2x}$. **B.** $y'=e^{1-2x}$. **C.** $y'=2e^{1-2x}$. **D.** $y'=-\dfrac{e^{1-2x}}{2}$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x-2$.

Câu 6. Thể tích của khối trụ có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. $\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là

A. $\cos 3x+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $-\cos 3x+C$. **D.** $-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{-2}$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}>\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2}$ là

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=(3;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;-3)$. **D.** $S=(-\infty;3)$.

Câu 10. Một tổ học sinh có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần chọn một nhóm 4 học sinh để vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. A_{10}^4. **B.** C_{10}^4. **C.** $C_4^4+C_6^4$. **D.** $4!$.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1)<2$ là

A. $S=\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$. **B.** $S=\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $S=\left(0;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{1}$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}_3=(-3;-2;-1)$. **B.** $\vec{u}_4=(3;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}_1=(3;2;1)$. **D.** $\vec{u}_2=(-6;4;-2)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=-1-i$ và $z_2=4-i$. Môđun của số phức z_1+z_2 bằng

A. $|z_1+z_2|=3$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. **C.** $|z_1+z_2|=5$. **D.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+x+4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 18. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 9$ thì $\int_0^1 f(3x+1)dx$ bằng:

A. 6. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;-2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-z+4=0$. **B.** $2x-2y-z=0$. **C.** $2x-2y-z+4=0$. **D.** $2x+2y-z=0$

Câu 20. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{1-2x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\ln|2x-1|+C$. **B.** $\ln|1-2x|+C$. **C.** $-2\ln|2x-1|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|1-2x|+C$

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+10=0$. Phần ảo của số phức z_0+2i bằng

A. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 5

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là

A. $x^2+2y^2+3z^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2-(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 23. Cho $\log_a b=3$. Giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b^3)$ bằng

A. 16. **B.** 23. **C.** 13. **D.** 11.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=\frac{25}{3-4i}$ là

A. $N(-3;-4)$. **B.** $P(3;-2)$. **C.** $Q(3;4)$. **D.** $M(3;-4)$.

Câu 25. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$.

C. $f(x)=x^2+2x+5$. **D.** $f(x)=x^4+2x^2+1$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $12a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Độ dài đường cao h
của hình nón đó bằng

A. $h=4a\sqrt{6}$. **B.** $h=a$. **C.** $h=5a$. **D.** $h=8a$.

Câu 27. Số giao điểm của đường cong $(C): y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 28. Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a+b.e$. Tổng $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 29. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$ bằng

A. $\frac{13}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;-2;3)$ và $B(-1;0;-1)$. Đường thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1;1)$. **B.** $P(0;-1;1)$. **C.** $Q(0;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;1)$.

Câu 31. Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ bằng

A. $\frac{97}{492}$. **B.** $\frac{245}{792}$. **C.** $\frac{547}{792}$. **D.** $\frac{35}{132}$.

Câu 32. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 3$ thì $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

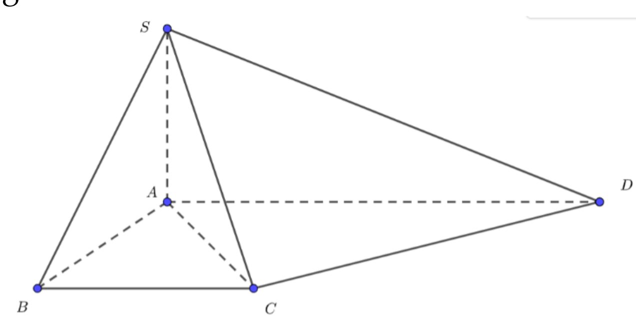
Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34. Cho khối lăng trụ tam giác, đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông bằng $3a$ và $4a$, chiều cao khối lăng trụ bằng $5a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $V = 12a^3$. **B.** $V = 60a^3$. **C.** $V = 30a^3$. **D.** $V = 27a^3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; biết $AB = BC = a; AD = 2a, SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 36. Cho hình nón S có thiết diện qua trục là tam giác có chu vi bằng 10. Khi thể tích của khối nón lớn nhất thì diện tích đáy của hình nón đó bằng

A. 3π. **B.** 6π. **C.** 5π. **D.** 4π.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z + (2+i)\bar{z} = 3 + 5i$. Phần thực của số phức z bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ và $\frac{z-1}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$; $d':\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $M(1;2;3)$. Gọi Δ là đường thẳng qua M và cắt hai đường thẳng d và d'. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a}=(7;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(7;-1;1)$. **C.** $\vec{v}=(7;1;-1)$. **D.** $\vec{v}=(7;-3;-1)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1), B(2;-2;1), C(4;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d đi qua điểm $M(a;b;-1)$, tổng $a+b$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Điều kiện của tham số m để bất phương trình $f(x)-\dfrac{1}{2}x^2<m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x\in[1;2]$ là

A. $m\ge f(1)-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m>f(2)-2$. **C.** $m>f(1)-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\ge f(2)-2$.

Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA'D=BA'C=DA'C=60^\circ$ và $A'B=2, A'D=3, A'C=7$. Thể tích V của khối hộp bằng

A. $V=12\sqrt{2}$. **B.** $V=21\sqrt{2}$. **C.** $V=14\sqrt{2}$. **D.** $V=24\sqrt{2}$.

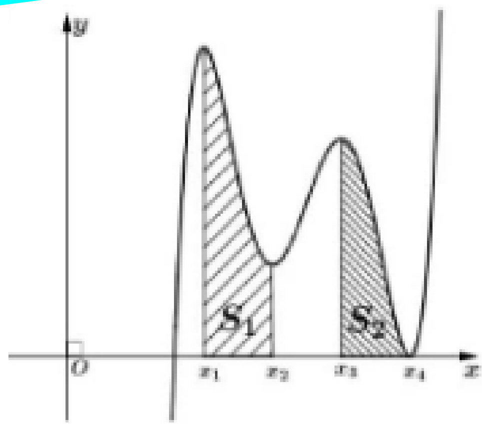
Câu 43. Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; cạnh bên SA vuông góc đáy, góc giữa SC và đáy bằng 45^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 45. Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Biết x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành cấp số cộng có công sai $d = 1$. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{16}{9}$. **B.** $\dfrac{8}{5}$. **C.** $\dfrac{11}{7}$. **D.** $\dfrac{17}{11}$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3 - 3i| = 1$ và $|z_2 + 1 - 2i| = |z_2 - 2 + i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 + 1 - i| + |z_2 - z_1|$ bằng.

A. $4\sqrt{3} - 1$. **B.** $4\sqrt{2} - 1$. **C.** $2\sqrt{2} - 1$. **D.** $\sqrt{10} - 1$.

Câu 47. Trong không gian., cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 25$ và các điểm $A(1;2;3)$, $B(1;-2;1)$. Gọi $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Tổng $T = a + b + c$ bằng:

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên dương thỏa mãn $2^{(x-1)(x+1)} \ln\left[(x+1)^2 + 1\right] = 2^{y-x-3} \ln\sqrt{x + y - 1}$ và $x; y \le 2021$?

A. 12. **B.** 45. **C.** 2020. **D.** 44.

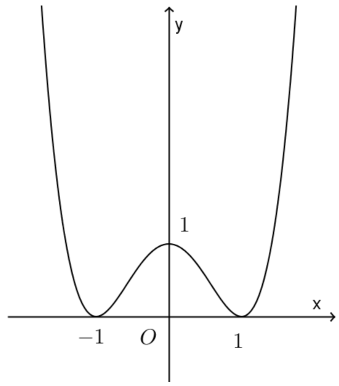
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{f(x)-m} + 3^{f(x)-m} - 5f(x) + 5m - 2 = 0$ có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 50. Cho $f(x)$ là một hàm đa thức bậc năm thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số $g(x)=\left|f(\sin x)+\frac{1}{3}\sin^3 x-\sin^2 x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;3\pi)$?

A. 15. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 13.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.A	5.C	6.D	7.D	8.B	9.B	10.B
11.D	12.D	13.D	14.D	15.B	16.A	17.A	18.C	19.B	20.A
21.A	22.C	23.D	24.C	25.B	26.C	27.A	28.B	29.C	30.B
31.B	32.D	33.B	34.C	35.B	36.D	37.C	38.A	39.C	40.D
41.C	42.B	43.C	44.A	45.D	46.B	47.D	48.D	49.D	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Một cấp số cộng có $u_1=-3, u_7=39$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} u_1=-3 \\ u_7=u_1+6d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=-3 \\ d=7 \end{cases}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $x_{CT}=1, y_{CT}=-1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3), B(3;-4;1), C(2;0;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{OG}$ bằng

A. $(2;-2;1)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-2;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $G(2;-2;1) \Rightarrow \overrightarrow{OG}=(2;-2;1)$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là

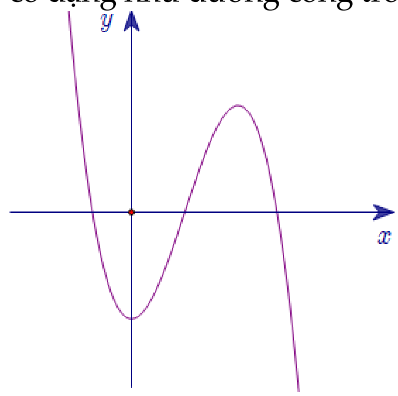
A. $y'=-2e^{1-2x}$. **B.** $y'=e^{1-2x}$. **C.** $y'=2e^{1-2x}$. **D.** $y'=-\dfrac{e^{1-2x}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(e^u)'=u'.e^u$ ta có $y'=\left(e^{1-2x}\right)'=(1-2x)'.e^{1-2x}=-2.e^{1-2x}$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x-2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a<0$. Do đó ta loại đáp án $y=x^3-3x^2+2$ và $y=x^4-3x-2$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên nhận đáp án $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 6. Thể tích của khối trụ có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối trụ là $V=Bh$.

Câu 7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là

A. $\cos 3x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $-\cos 3x+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int \sin 3x\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{-2}$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=(x-2)^{-2}=\dfrac{1}{(x-2)^2}$

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x}>\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2}$ là

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=(3;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;-3)$. **D.** $S=(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} > \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x-1} > \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2} \Leftrightarrow 3x-1 > 2x+2 \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 10. Một tổ học sinh có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần chọn một nhóm 4 học sinh để vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. A_{10}^4. **B.** C_{10}^4. **C.** $C_4^4 + C_6^4$. **D.** $4!$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 4 học sinh để vệ sinh lớp học là một tổ hợp chập 4 của 10. Vậy có C_{10}^4 cách chọn.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1) < 2$ là

A. $S = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$. **B.** $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **C.** $S = \left(0; \frac{5}{2}\right)$. **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(2x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x+2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x \to (-2)^-} y = \lim\limits_{x \to (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to (-2)^+} y = \lim\limits_{x \to (-2)^+} \frac{1}{x+2} = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}_3 = (-3; -2; -1)$. **B.** $\vec{u}_4 = (3; -2; -1)$. **C.** $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$. **D.** $\vec{u}_2 = (-6; 4; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;-2;1)$.

Ta có $\vec{u}_2=-2\vec{u}=(-6;4;-2)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng d.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thầy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$; hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=-1-i$ và $z_2=4-i$. Môđun của số phức z_1+z_2 bằng

A. $|z_1+z_2|=3$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. **C.** $|z_1+z_2|=5$. **D.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1+z_2=-1-i+4-i=3-2i$.

Do đó $|z_1+z_2|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}$

$$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\in[-3;-1] \\ x=2\notin[-3;-1] \end{array}\right.$$

$y(-3)=-\dfrac{10}{3}$; $y(-2)=-3$; $y(-1)=-4$

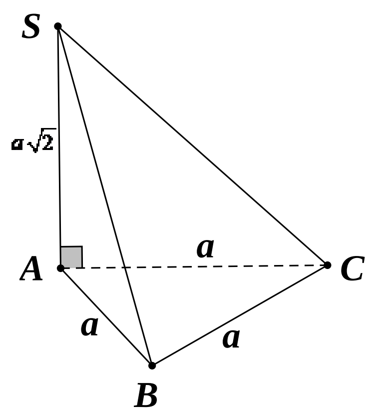
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ là -4.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$S_d = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; h = SA = a\sqrt{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\cdot S_d \cdot h = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 18. Nếu $\int_1^4 f(x)\,dx = 9$ thì $\int_0^1 f(3x+1)\,dx$ bằng:

A. 6. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 f(3x+1)\,dx = \frac{1}{3}\int_0^1 f(3x+1)\,d(3x+1) = \frac{1}{3}\int_1^4 f(t)\,dt = \frac{1}{3}\cdot 9 = 3.$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;-2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-z+4=0$. **B.** $2x-2y-z=0$. **C.** $2x-2y-z+4=0$. **D.** $2x+2y-z=0$

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;0;2)$.

$\overrightarrow{AB} = (4;-4;-2) = 2(2;-2;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(1;0;2)$ và nhận $\vec{n} = (2;-2;-1)$ là một VTPT có phương trình là: $2(x-1)-2(y-0)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-z=0$.

Câu 20. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{1-2x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\ln|2x-1|+C$. **B.** $\ln|1-2x|+C$. **C.** $-2\ln|2x-1|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|1-2x|+C$

Lời giải

Chọn A

$\int \frac{dx}{1-2x} = -\frac{1}{2}\int \frac{d(1-2x)}{1-2x} = -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C = -\frac{1}{2}\ln|2x-1| + C$.

Câu 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+10=0$. Phần ảo của số phức z_0+2i bằng

A. .. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 5

Lời giải

Chọn A

$z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1-3i \\ z_2=-1+3i \end{array}\right.$.

Do đó: $z_0=-1-3i$.

$z_0+2i=-1-3i+2i=-1-i$.

Vậy phần ảo của số phức z_0+2i bằng -1.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là

A. $x^2+2y^2+3z^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2-(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

- Mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$

Câu 23. Cho $\log_a b=3$. Giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b^3)$ bằng

A. 16. **B.** 23. **C.** 13. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $\log_a(a^2b^3)=\log_a a^2+\log_a b^3=2+3\log_a b=2+9=11$.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=\frac{25}{3-4i}$ là

A. $N(-3;-4)$. **B.** $P(3;-2)$. **C.** $Q(3;4)$. **D.** $M(3;-4)$.

Lời giải

Chọn C

- $z=\frac{25}{3-4i}=3+4i \Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức z là $Q(3;4)$.

Câu 25. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$.

C. $f(x)=x^2+2x+5$. **D.** $f(x)=x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

- Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

- Ta có $f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $12a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Độ dài đường cao h của hình nón đó bằng

A. $h=4a\sqrt{6}$. **B.** $h=a$. **C.** $h=5a$. **D.** $h=8a$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có $h=\sqrt{(13a)^2-(12a)^2}=5a$.

Câu 27. Số giao điểm của đường cong $(C): y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

- Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $(C): y=x^3-2x+1$ và đường thẳng $d: y=x-1$ là: $x^3-2x+1=x-1\Leftrightarrow x^3-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$.
- Vậy đường cong (C) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt.

Câu 28. Biết rằng tích phân $\int_0^1(2x+1)e^x\mathrm{d}x=a+b.e$. Tổng $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\begin{cases}u=2x+1\\ \mathrm{d}v=e^x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$.

$\int_0^1(2x+1)e^x\mathrm{d}x=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 2e^x\mathrm{d}x=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2e^x\Big|_0^1=e+1$.

Suy ra: $a=1$ và $b=1$, nên $a+b=2$.

Câu 29. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$ bằng

A. $\frac{13}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Chia cả 2 vế của phương trình cho 4^x. Ta được:

$$4.\left(\frac{9}{4}\right)^x-13.\left(\frac{6}{4}\right)^x+9=0\Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-13.\left(\frac{3}{2}\right)^x+9=0\quad(1).$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t \quad (t > 0)$. Phương trình (1) trở thành: $4t^2 - 13t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{9}{4} \\ t = 1 \end{array}\right.$.

Với $t = \frac{9}{4} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = 2$.

Với $t = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Tổng các nghiệm là $2 + 0 = 2$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;-2;3)$ và $B(-1;0;-1)$. Đường thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1;1)$. **B.** $P(0;-1;1)$. **C.** $Q(0;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-4)$

$\overrightarrow{AM} = (-1;3;-2)$, $\overrightarrow{AP} = (-1;1;-2)$, $\overrightarrow{AQ} = (-1;1;-4)$, $\overrightarrow{AN} = (0;1;-2)$.

Trong 4 vecto $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ và $\overrightarrow{AN}$ ta thấy chỉ có $\overrightarrow{AB} = 2.\overrightarrow{AP}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AP}$ cùng phương $\Rightarrow A, B, P$ thẳng hàng $\Rightarrow$ đường thẳng AB đi qua điểm P.

Câu 31. Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ bằng

A. $\frac{97}{492}$. **B.** $\frac{245}{792}$. **C.** $\frac{547}{792}$. **D.** $\frac{35}{132}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $n_\Omega = C_{12}^5 = 792$.

Gọi A là biến cố " chọn được 5 bạn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ".

TH1: Chọn được 4 nam, 1 nữ là $C_5^4.C_7^1 = 35$

TH2: Chọn đươc 3 nam, 2 nữ là $C_5^3.C_7^2 = 210$

Suy ra xác suất cần tính là $P = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{35 + 210}{792} = \frac{245}{792}$.

Câu 32. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 3$ thì $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = 2\int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = 2.2 - 3 = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

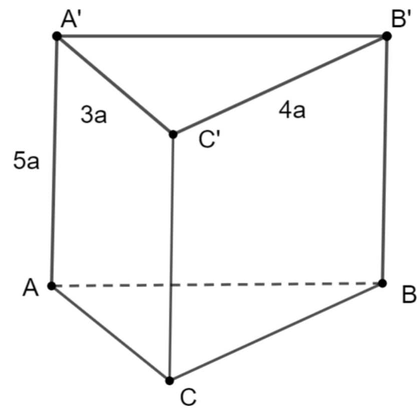
Dựa theo BBT thì hàm số đổi dấu 4 lần nên có 4 điểm cực trị.

Câu 34. Cho khối lăng trụ tam giác, đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông bằng $3a$ và $4a$, chiều cao khối lăng trụ bằng $5a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $V = 12a^3$. **B.** $V = 60a^3$. **C.** $V = 30a^3$. **D.** $V = 27a^3$.

Lời giải

Chọn C

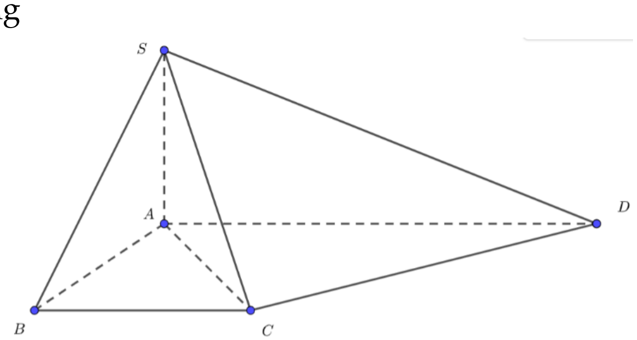


Giả sử, khối lăng trụ đứng là $ABC.A'B'C'$ có $AC = 3a, BC = 4a, AA' = 5a$

Theo đề, ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC.CB = \frac{1}{2}.3a.4a = 6a^2$

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ, ta có $V = S_{ABC}.AA' = 5a.6a^2 = 30a^3$

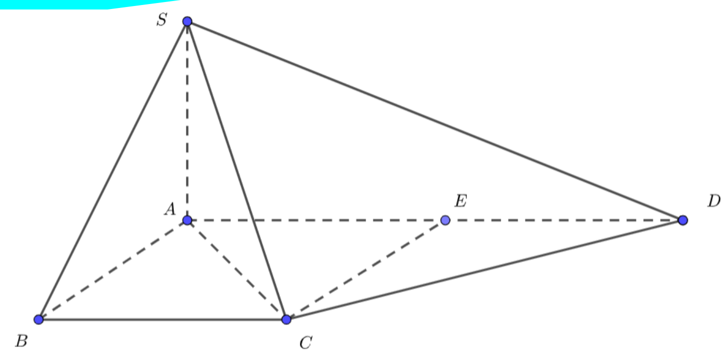
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; biết $AB = BC = a; AD = 2a, SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của $AD \Rightarrow ABCE\ hv \Rightarrow CE = ED = EA \Rightarrow ACD = 90^\circ \Rightarrow CD \perp CA$.

Lại có $CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow (SCD) \perp (SAC) \Rightarrow (SCD),(ABCD) = SCA$.

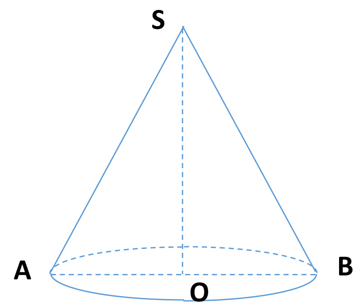
Ta có $SA = a\sqrt{2}; AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SAC$ là tam giác vuông cân tại A, vậy $SCA = 45^\circ$.

Câu 36. Cho hình nón S có thiết diện qua trục là tam giác có chu vi bằng 10. Khi thể tích của khối nón lớn nhất thì diện tích đáy của hình nón đó bằng

A. 3π. **B.** 6π. **C.** 5π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn D



Chu vi của thiết diện qua trục là $C_{SAB} = SA + SB + AB = 2l + 2r = 2\left(l + r\right) = 10 \Leftrightarrow l = 5 - r$

Với l, r lần lượt là độ dài đường sinh và bán kính của đáy hình nón.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{l^2 - r^2} = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{\left(5 - r\right)^2 - r^2} = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{25 - 10r}$.

Đặt $f\left(r\right) = \frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{25 - 10r}$, ĐK: $0 \le r \le \frac{5}{2}$

Ta có: $f'\left(r\right) = \frac{1}{3}\pi\left(2r.\sqrt{25 - 10r} + r^2.\frac{-5}{\sqrt{25 - 10r}}\right) = \frac{1}{3}\pi\frac{50r - 20r^2 - 5r^2}{\sqrt{25 - 10r}} = \frac{1}{3}\pi\frac{50r - 25r^2}{\sqrt{25 - 10r}}$

Ta có $f'\left(r\right) = \frac{\pi}{3}\frac{50r - 25r^2}{\sqrt{25 - 10r}} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 0 \\ r = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

r	0		2		$5/2$
$f'(r)$	0	$+$	0	$-$	
$f(r)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{3}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\max\limits_{x\in\left(0;\frac{5}{2}\right)} f\left(r\right)=\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{3}$ khi $r=2$.

Vậy diện tích đáy khi đó là $S=\pi r^2=\pi 2^2=4\pi$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z+(2+i)\overline{z}=3+5i$. Phần thực của số phức z bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi$, với $a,b\in\mathbb{R}$.

Xét: $z+(2+i)\overline{z}=3+5i\Leftrightarrow(a+bi)+(2+i)(a-bi)=3+5i$

$\Leftrightarrow a+bi+2a+b+ai-2bi=3+5i\Leftrightarrow(3a+b)+(a-b)i=3+5i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3a+b=3\\a-b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-3\end{cases}$.

Vậy: Phần thực của số phức z bằng 2.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ và $\dfrac{z-1}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $z\neq 4$.

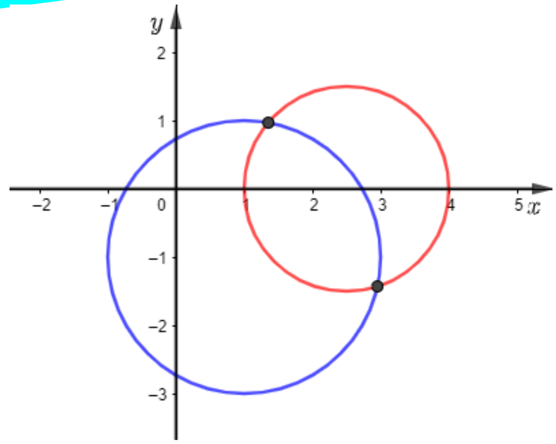
Đặt $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Xét: $|z-1+i|=2\Leftrightarrow|(x-1)+(y+1)i|=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2=4$ (1).

Xét: $\dfrac{z-1}{z-4}=\dfrac{(x-1)+yi}{(x-4)+yi}=\dfrac{[(x-1)+yi][(x-4)-yi]}{(x-4)^2+y^2}=\dfrac{(x-1)(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2}+\dfrac{(x-4)y-(x-1)y}{(x-4)^2+y^2}i$.

Do $\dfrac{z-1}{z-4}$ là số thuần ảo nên $\dfrac{(x-1)(x-4)+y^2}{(x-4)^2+y^2}=0\Rightarrow\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+y^2=\dfrac{9}{4}$ (2)

Nhận xét: (1) và (2) lần lượt là các phương trình đường tròn.



Hai đường tròn có 2 giao điểm thỏa điều kiện đề bài nên có 2 số phức z thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-1}$; $d':\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $M(1;2;3)$. Gọi Δ là đường thẳng qua M và cắt hai đường thẳng d và d'. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a}=(7;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(7;-1;1)$. **C.** $\vec{v}=(7;1;-1)$. **D.** $\vec{v}=(7;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+t\\ y=3+t\\ z=2-t\end{cases}$.

Phương trình tham số của $d':\begin{cases}x=2-2t'\\ y=t'\\ z=2t'\end{cases}$.

Gọi $A=d\cap\Delta$, khi đó tọa độ $A(-2+t;3+t;2-t)$.

Gọi $B=d'\cap\Delta$, khi đó tọa độ $B(2-2t';t';2t')$.

Do A, B, M đều thuộc Δ nên $\overrightarrow{MA}$ cùng phương $\overrightarrow{MB}$ hay $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t-3=k(-2t'+1)\\ t+1=k(t'-2)\\ -t-1=k(2t'-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{-5}{3}\\ t'=\frac{5}{3}\\ k=2\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MA}=\left(\frac{-14}{3};\frac{-2}{3};\frac{2}{3}\right)=\frac{-2}{3}(7;1;-1).$$

Vậy: Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là $(7;1;-1)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1),B(2;-2;1),C(4;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d đi qua điểm $M(a;b;-1)$, tổng $a+b$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Vì d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

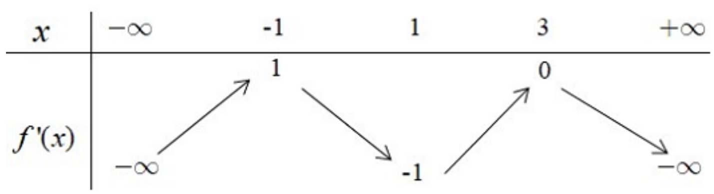
Mà $M \in d$ nên $MA = MB = MC \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases}$, (*).

Ta có $\begin{cases} MA^2 = (a-2)^2 + b^2 + 4 \\ MB^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + 4 \\ MC^2 = (a-4)^2 + (b-2)^2 + 16 \end{cases}$.

Từ (*) suy ra hệ $\begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + 4 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + 4 \\ (a-2)^2 + b^2 + 4 = (a-4)^2 + (b-2)^2 + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=7 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-1 \end{cases}$.

Vậy $a+b=7$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điều kiện của tham số m để bất phương trình $f(x) - \frac{1}{2}x^2 < m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in [1;2]$ là

A. $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. **B.** $m > f(2) - 2$. **C.** $m > f(1) - \frac{1}{2}$. **D.** $m \geq f(2) - 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) - \frac{1}{2}x^2 < m, \forall x \in [1;2] \Leftrightarrow m > f(x) - \frac{1}{2}x^2, \forall x \in [1;2]$, (1).

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2, \forall x \in [1;2]$ có $g'(x) = f'(x) - x$.

Từ bảng biến thiên suy ra $f'(x) < 0, \forall x \in [1;2] \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x < 0, \forall x \in [1;2]$ nên hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

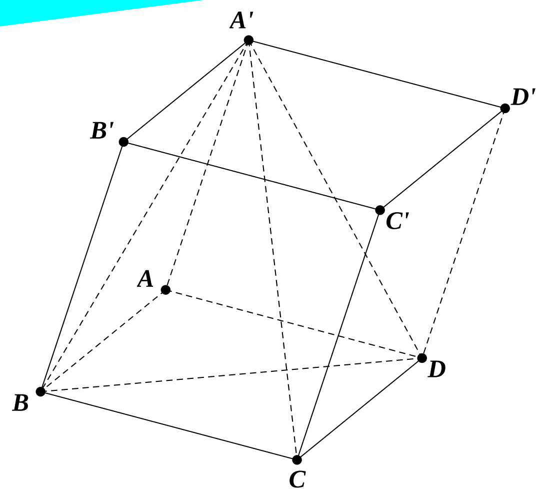
Vậy $(1) \Leftrightarrow m > g(1) \Leftrightarrow m > f(1) - \frac{1}{2}$.

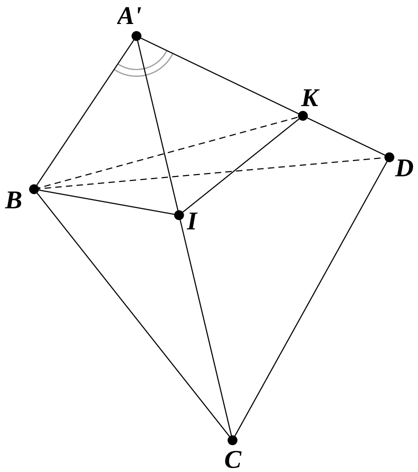
Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA'D = BA'C = DA'C = 60^\circ$ và $A'B = 2, A'D = 3, A'C = 7$. Thể tích V của khối hộp bằng

A. $V = 12\sqrt{2}$. **B.** $V = 21\sqrt{2}$. **C.** $V = 14\sqrt{2}$. **D.** $V = 24\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B





Gọi $h=d\left(A',\left(ABCD\right)\right)=d\left(A',\left(BCD\right)\right)\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=h.S_{ABCD}$.

Mà $V_{A'.BCD}=\frac{1}{3}.h.S_{BCD}=\frac{1}{3}.h.\frac{S_{ABCD}}{2}=\frac{1}{6}h.S_{ABCD}=\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=6V_{A'.BCD}$

Cách 1.

Gọi I,K lần lượt là các điểm trên các đoạn $A'C$ và $A'D$ sao cho $A'I=A'K=2$.

Suy ra tứ diện $A'BIK$ là tứ diện đều cạnh bằng 2 nên $V_{A'BIK}=\frac{2^3\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lại có $\frac{V_{A'BIK}}{V_{A'.BCD}}=\frac{A'B}{A'B}.\frac{A'I}{A'C}.\frac{A'K}{A'D}=\frac{4}{21}\Rightarrow V_{A'.BCD}=\frac{21}{4}V_{A'BIK}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=6V_{A'.BCD}=6.\frac{7\sqrt{2}}{2}=21\sqrt{2}$.

Cách 2.

<u>Chú ý:</u> Ta có thể sử dụng công thức tính nhanh khối chóp sau.

Khối chóp $S.ABC$ có $SA=a,SB=b,SC=c,BSC=\alpha,CSA=\beta,ASB=\gamma$.

Khi đó $V_{A'.BCD}=\frac{abc}{6}\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma+2\cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma}$

Áp dụng công thức, ta có

$V_{A'.BCD}=\frac{A'B.A'C.A'D}{6}\sqrt{1-\cos^2 BA'C-\cos^2 BA'D-\cos^2 CA'D+2\cos BA'C.\cos BA'D.\cos CA'D}$

$=\frac{2.3.7}{6}\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+2.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=6V_{A'.BCD}=6.\frac{7\sqrt{2}}{2}=21\sqrt{2}$.

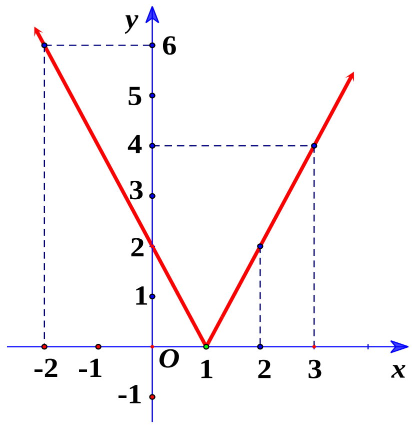
Câu 43. Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **<u>C</u>.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- Có đồ thị hàm số $f(x)=2|x-1|$



- Ta có: $P-5=F(3)+F(-2)-F(2)-F(0)=[F(3)-F(2)]-[F(0)-F(-2)]$

$=\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_2^3(2x-2)\mathrm{d}x+\int\limits_{-2}^0(2-2x)\mathrm{d}x$

$=\left(x^2-2x\right)\Big|_2^3-\left(2x-x^2\right)\Big|_{-2}^0=3-8=5$. Vậy $P=0$.

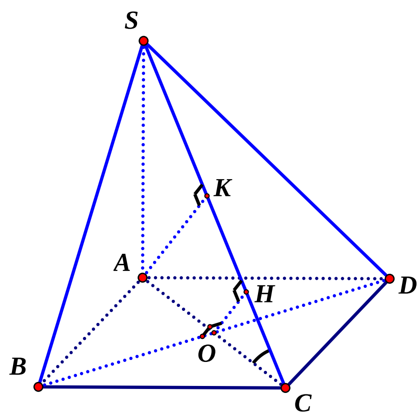
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; cạnh bên SA vuông góc đáy, góc giữa SC và đáy bằng 45^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

- Do $SA\perp(ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $SCA=45°$.



- Ta có $\left.\begin{array}{l}BD\perp AC\\BD\perp SA\end{array}\right\}\Rightarrow BD\perp(SAC)$.

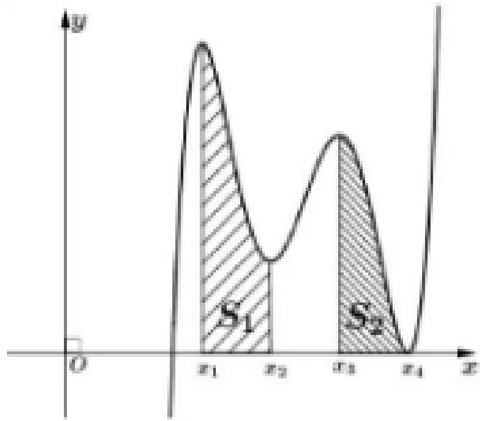
Gọi $BD\cap(SAC)=O$. Từ O kẻ $OH\perp SC$, suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SC và BD và $d(SC,BD)=OH$.

- Kẻ $AK\perp SC\Rightarrow AK//OH$ và $OH=\frac{1}{2}AK$.

Có $SA = AC = a\sqrt{2}$ và $AK = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\left(a\sqrt{2}\right)\sqrt{2} = a$.

Suy ra $d(SC, BD) = OH = \frac{1}{2}AK = \frac{a}{2}$.

Câu 45. Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Biết x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành cấp số cộng có công sai $d = 1$. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{16}{9}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{11}{7}$. **D.** $\frac{17}{11}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Đặt $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$. Khi đó:

$f'(x) = 5ax^4 + 4bx^3 + 3cx^2 + 2dx + e = 5a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$.

Vì x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành cấp số cộng có công sai $d = 1$

Nên $f'(x + x_1) = 5a.x(x-1)(x-2)(x-3) = 5a(x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x)$.

Suy ra: $f(x + x_1) = 5a\left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{11}{3}x^3 - 3x^2\right) + C$

Do $f(x_4) = f(x_4 - x_1 + x_1) = f(3 + x_1) = 5a\left(\frac{1}{5}3^5 - \frac{3}{2}3^4 + \frac{11}{3}3^3 - 33^2\right) + C = 0 \Rightarrow C = \frac{9}{2}a$.

Vậy $f(x + x_1) = 5a\left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{11}{3}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{10}\right)$

Suy ra $F(x + x_1) = 5a\left(\frac{1}{30}x^6 - \frac{3}{10}x^5 + \frac{11}{12}x^4 - x^3 + \frac{9}{10}x\right) + C$; với $F(x + x_1) = \int f(x + x_1)\,dx$.

◆ Có $S_1 = F(x_2) - F(x_1) = F(x_2 - x_1 + x_1) - F(0 + x_1) = F(1 + x_1) - F(0 + x_1) = \frac{11}{20}.5a$.

Có $S_2 = F(x_4) - F(x_3) = F(x_4 - x_1 + x_1) - F(x_3 - x_1 + x_1) = F(3 + x_1) - F(2 + x_1) = \frac{7}{20}.5a$.

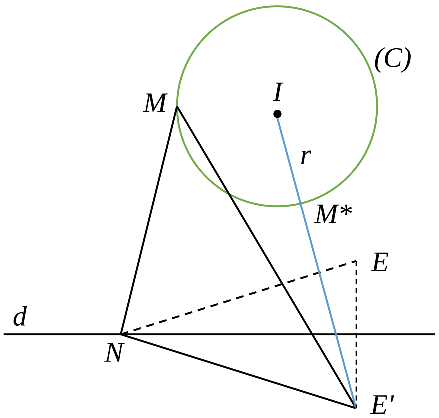
Suy ra $\frac{S_1}{S_2} = \frac{11}{7}$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3-3i|=1$ và $|z_2+1-2i|=|z_2-2+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2+1-i|+|z_2-z_1|$ bằng.

A. $4\sqrt{3}-1$. **B.** $4\sqrt{2}-1$. **C.** $2\sqrt{2}-1$. **D.** $\sqrt{10}-1$.

Lời giải

Chọn B



◆ Đặt: $z_1=x_1+y_1i$ và $z_2=x_2+y_2i$

$|z_1+3-3i|=1 \Leftrightarrow |x_1+3+(y_1-3)i|=1 \Leftrightarrow (x_1+3)^2+(y_1-3)^2=1$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x_1;y_1)$ biểu diễn số phức z_1 là đường tròn (C) tâm $I(-3;3)$ và bán kính $r=1$.

◆ $|z_2+1-2i|=|z_2-2+i| \Leftrightarrow |x_2+1+(y_2-2)i|=|x_2-2+(y_2+1)i|$

$\Leftrightarrow (x_2+1)^2+(y_2-2)^2=(x_2-2)^2+(y_2+1)^2 \Leftrightarrow x_2-y_2=0$

Suy ra tập hợp các điểm $N(x_2;y_2)$ biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng $d: x-y=0$

Nhận xét: $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{|-6|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}>1=r \Rightarrow$ đường thẳng d nằm ngoài đường tròn (C).

◆ Gọi $E(-1;1)$. Ta thấy: E và M cùng phía so với đường thẳng d.

Gọi $E'(1;-1)$ đối xứng với $E(-1;1)$ qua đường thẳng d. Khi đó:

$P=|z_2+1-i|+|z_2-z_1|=EN+NM=E'N+NM\ge E'M\ge EM^*=EI-r=4\sqrt{2}-1$

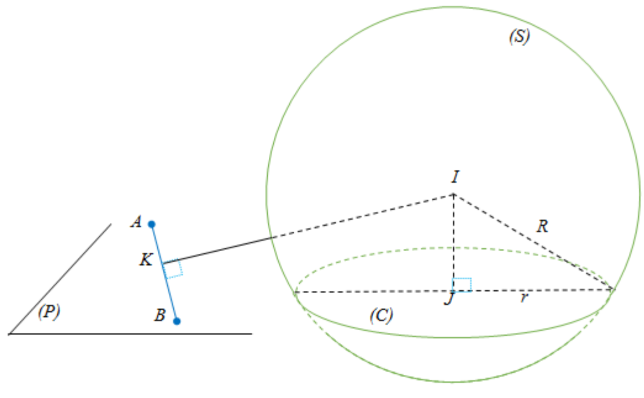
Vậy: $\min P=4\sqrt{2}-1$ đạt được khi: $M\equiv M^*$ hay: $z_1=-3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\left(3-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)i$.

Câu 47. Trong không gian , cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$ và các điểm $A(1;2;3)$, $B(1;-2;1)$. Gọi $(P): ax+by+cz-1=0$ là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Tổng $T=a+b+c$ bằng:

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D



• (S): tâm $I(-1;-2;2)$, bán kính $R=5$

$(P)\cap(S)=(C)$: đường tròn (C) tâm có J, bán kính r và có diện tích là: $S=\pi r^2$

$\Rightarrow$ Giá trị $\min S$ đạt được khi $\min r$

Mặt khác: $r=\sqrt{R^2-IJ^2}=\sqrt{25-\mathrm{d}^2\left(I,(P)\right)}$ $\Rightarrow$ Giá trị $\min r$ đạt được khi $\max \mathrm{d}\left(I,(P)\right)$.

• Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có: $\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}=(0;-4;-2)=-2(0;2;1)\equiv(0;2;1)$

và $A(1;2;3)\in d$ $\Rightarrow$ $d:\begin{cases}x=1\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên d: $K(1;2+2t;3+t)$; $\overrightarrow{IK}=(2;4+2t;1+t)$

$\overrightarrow{IK}\cdot\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow 8+4t+1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{9}{5} \Rightarrow \overrightarrow{IK}=\left(2;\dfrac{2}{5};-\dfrac{4}{5}\right)=\dfrac{2}{5}(5;1;-2)\equiv(5;1;-2)$

Ta có: $\mathrm{d}\left(I,(P)\right)=IJ\le IK \Rightarrow \max\mathrm{d}\left(I,(P)\right)=IK$ khi: $J\equiv K$.

Khi đó: mặt phẳng (P) chứa d và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IK}=(5;1;-2)$

$\Rightarrow (P)=5(x-1)+1(y-2)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow (P)=5x+y-2z-1$

Do đó: $a=5$, $b=1$, $\Rightarrow T=a+b+c=4$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn $2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$ và $x;y\le 2021$?

A. 12. **B.** 45. **C.** 2020. **D.** 44.

Lời giải

Chọn D

• Điều kiện xác định của phương trình luôn được thỏa mãn với $x;y\in\mathbb{N}^*$. Khi đó:

$2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$

$\Leftrightarrow 2^{2x}.2^{x^2-1}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{2x}.\dfrac{2^{y-x-1}}{2^2}.\dfrac{1}{2}\ln(x+y-1)$

$\Leftrightarrow 2^{x^2+2x+2}\ln\left[x^2+2x+2\right]=2^{x+y-1}.\ln(x+y-1)$ (1)

Xét: $f(t)=2^t\ln t$ với $t>0$;

$f'(t)=2^t\ln 2+\frac{1}{t}>0$ với $\forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến với $\forall t>0$

$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow f\left(x^2+2x+2\right)=f(x+y-1)$

$\Leftrightarrow x^2+2x+2=x+y-1 \Leftrightarrow y=x^2+x+3\le 2021$

$\Leftrightarrow -45,42\approx \frac{-1-3\sqrt{897}}{2}\le x\le \frac{-1+3\sqrt{897}}{2}\approx 44.42$; $x\in\mathbb{N}^* \Rightarrow x\in\{1;2;...;43;44\}$

Dễ dàng nhận thấy: với mỗi giá trị x nguyên luôn có một giá trị y nguyên tương ứng.

Vậy có 44 cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	1	↘	-1	↗	0

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{f(x)-m}+3^{f(x)-m}-5f(x)+5m-2=0$ có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(t)=4^t+3^t-5t-2$ trên $\mathbb{R}$

$g'(t)=4^t.\ln 4+3^t.\ln 3-5$; $g''(t)=4^t.\ln^2 4+3^t.\ln^2 3>0\,\forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$Phương trình $g(t)=0$ có tối đa 2 nghiệm.

Mà $g(0)=g(1)=0$.

Do đó phương trình $4^{f(x)-m}+3^{f(x)-m}-5f(x)+5m-2=0 \Leftrightarrow g\left(f(x)-m\right)=0$

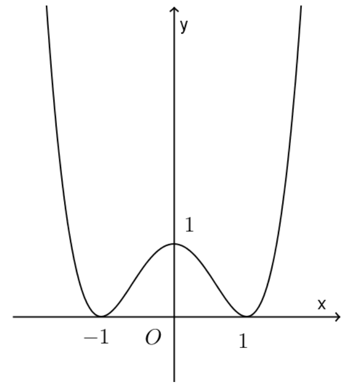
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-m=0 \\ f(x)-m=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=m \\ f(x)=m+1 \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1\le m\le 1 \\ -1\le m+1\le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow -2\le m\le 1$

Do m nguyên nên $m\in\{-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho $f(x)$ là một hàm đa thức bậc năm thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số $g(x)=\left|f(\sin x)+\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\sin^2 x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;3\pi)$?

A. 15. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Từ gt $\Rightarrow f'(x)=x^4-2x^2+1\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{5}x^5-\dfrac{2}{3}x^3+x$

Xét hàm số $h(x)=f(\sin x)+\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\sin^2 x$ trên $(0;3\pi)$

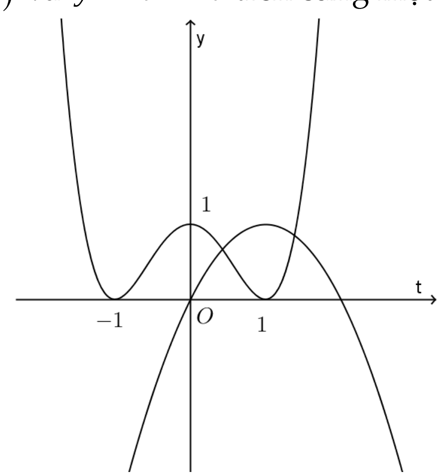
$h'(x)=\cos x\left[f'(\sin x)+\sin^2 x-2\sin x\right]$

$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ f'(\sin x)=-\sin^2 x+2\sin x\end{array}\right.$

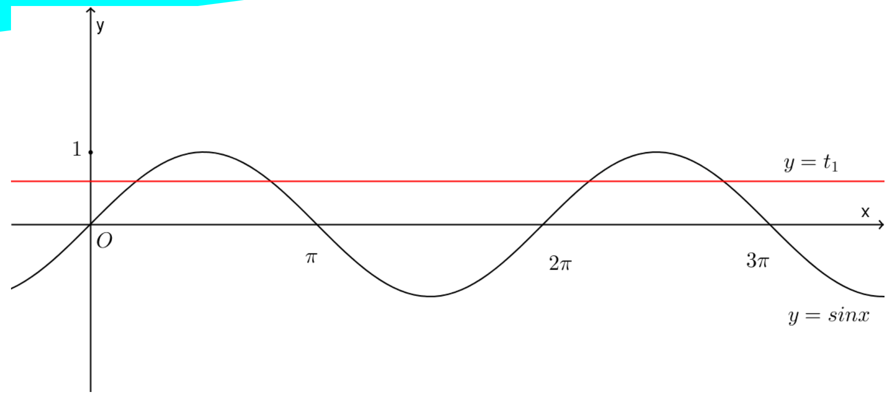
Trên khoảng $(0;3\pi)$ phương trình $\cos x=0$ có ba nghiệm $x=\dfrac{\pi}{2}$; $x=\dfrac{3\pi}{2}$; $x=\dfrac{5\pi}{2}$.

Đặt $\sin x=t$. Với $x\in(0;3\pi)$ thì $t\in[-1;1]$

Vẽ đồ thị hai hàm số $y=f'(t)$ và $y=-t^2+2t$ trên cùng một hệ trục tọa độ



Do đó trên $[-1;1]$ phương trình $f'(t)=-t^2+2t$ có nghiệm duy nhất $t_1\in(0;1)$ nên phương trình $f'(\sin x)=-\sin^2 x+2\sin x\Leftrightarrow\sin x=t_1$

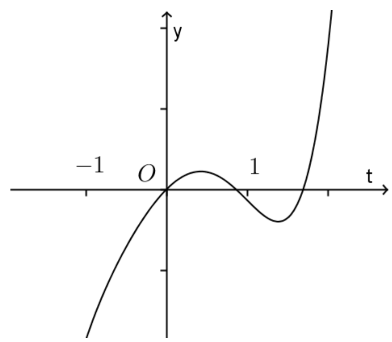


$\Rightarrow$Phương trình $f'(\sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;3\pi)$ không trùng với các nghiệm của phương trình $\cos x = 0$

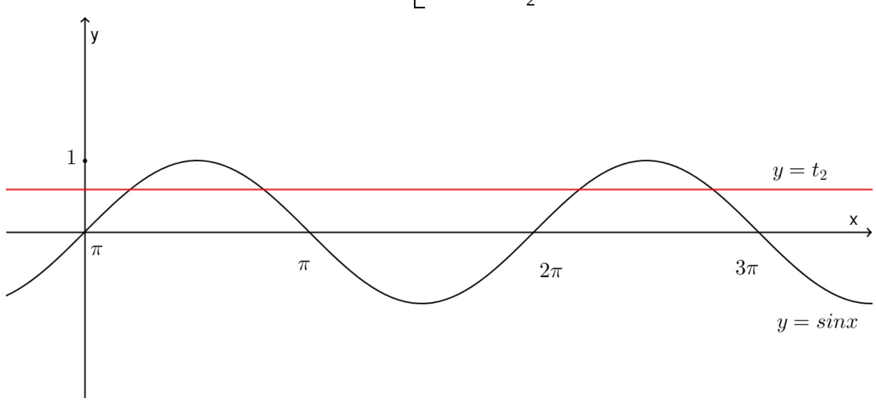
$\Rightarrow$Phương trình $h'(x) = 0$ có 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;3\pi)$ và đều là nghiệm đơn.

Xét phương trình $f(t) + \frac{1}{3}t^3 - t^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t = 0$

Vẽ đồ thị hàm số $k(t) = \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t$



Từ đồ thị hàm số $y = k(t)$ suy ra trên $[-1;1]$ phương trình $k(t) = 0$ có hai nghiệm $t = 0$ và $t_2 \in (0;1)$. Do đó phương trình $h(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = t_2 \end{array}\right.$



Trên khoảng $(0;3\pi)$ phương trình $\sin x = 0$ có hai nghiệm $x = \pi$; $x = 2\pi$.

Trên khoảng $(0;3\pi)$ phương trình $\sin x = t_2$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;3\pi)$ không trùng với các nghiệm của phương trình $\sin x = 0$.

$\Rightarrow$Phương trình $h\left(x\right)=0$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;3\pi\right)$

Vậy hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(\sin x\right)+\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\sin^2 x\right|$ có 13 điểm cực trị trên khoảng $\left(0;3\pi\right)$.

--------------------HẾT--------------------

ĐỀ 24

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT THUẬN THÀNH – BẮC NINH

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vecto $\vec{a}$ là

A. $\vec{a}(-1;-3;0)$. **B.** $\vec{a}(0;-3;-1)$. **C.** $\vec{a}(-3;0;-1)$. **D.** $\vec{a}(-1;0;-3)$.

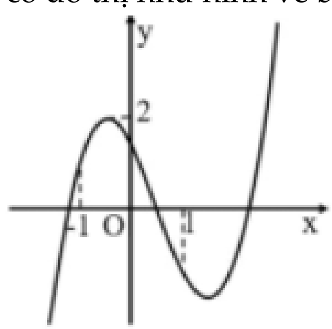
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vecto sau, đâu không phải là vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1} = (-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (-2;4;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (3;-6;-9)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 6. Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\dfrac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo. **B.** $z.\bar{z}$ là số thực. **C.** $z + \bar{z}$ là số thực. **D.** $z - \bar{z}$ là số ảo.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $ABCD$, $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S):

A. $I(4;-1;0)$, $R=2$. **B.** $I(4;-1;0)$, $R=4$.

C. $I(-4;1;0)$, $R=4$. **D.** $I(-4;1;0)$, $R=2$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)<1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{8};3\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{8};1\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{8};+\infty\right)$.

Câu 11. Tìm m để hàm số sau xác định trên $\mathbb{R}$: $y=\sqrt{4^x-(m+1).2^x-m}$.

A. $\left(-\infty;-3+2\sqrt{2}\right]$. **B.** $m>-1$.

C. $m<0$. **D.** $-3-2\sqrt{2}\le m\le -3+2\sqrt{2}$.

Câu 12. Nếu $F'(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ và $F(1)=1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

A. $\ln 7$. **B.** $1+\dfrac{1}{2}\ln 7$. **C.** $\ln 3$. **D.** $1+\ln 7$.

Câu 13. Cho khối nón có góc ở đỉnh là $120°$ và cạnh bên bằng a. Tính thể tích khối nón

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 14. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R=1$, thể tích $V=5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

A. $S=10\pi$. **B.** $S=7\pi$. **C.** $S=11\pi$. **D.** $S=12\pi$.

Câu 15. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính giá trị của $P=\left|z_1^{2017}-z_2^{2017}\right|$.

A. $P=2\sqrt{3}$. **B.** $P=0$. **C.** $P=3$. **D.** $P=\sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{2019}\left(4-x^2\right)+(2x-3)^{-2019}$.

A. $D=\left(-2;\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $D=\left[-2;\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{3}{2};2\right]$.

C. $D=\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $D=(-2;2)$.

Câu 17. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, 3 điểm A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn của ba số phức $z_1=3-7i$, $z_2=9-5i$, $z_3=-5+9i$. Khi đó trọng tâm G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z=1-9i$. **B.** $z=3+3i$. **C.** $z=\frac{7}{3}-i$. **D.** $z=2+2i$.

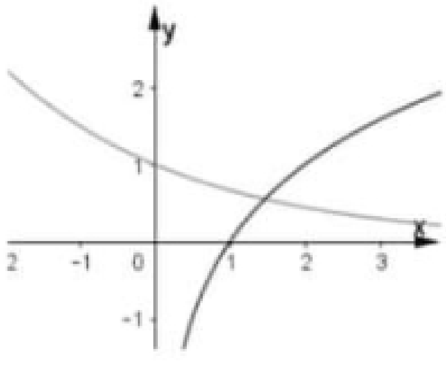
Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2

Câu 20. Một hộp đựng 9 viên bi kích thước giống nhau đánh số từ 1 đến 9. Trong đó có 4 viên bi màu xanh, 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Xác suất để chọn hai viên bi cùng màu là

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{6}$

Câu 21. Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ



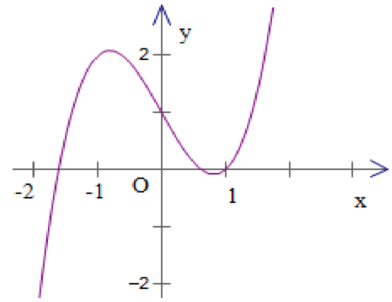
Khẳng định nào sau đâu đúng?

A. $0<a<1, 0<b<\frac{1}{2}$. **B.** $0<a<\frac{1}{2}<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1<b$

Câu 22. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=5^{x^2}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 23. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm nào?



A. $y=-x^3+2x+1$. **B.** $y=x^3+2x+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-2x+1$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 25. Hàm số nào dưới dây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $y=x^4+3x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^3-5x+1$. **D.** $y=3x^3+3x-2$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

A. $2x+y-2z+1=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x-y-2z=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-1;\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ Tính $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$.

Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng - 4.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

Câu 30. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$		$-$	||	$+$	
y	-4	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z.

A. $|z| = \sqrt{17}$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = 17$. **D.** $|z| = 4$.

Câu 32. Số nghiệm của phương trình $(x+3)\log_2(5-x^2) = 0$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 33. Cho số phức $z = 3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.
A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Câu 34. Cho cấp số nhân $(u_n); u_1 = 1, q = 2$. Hỏi 512 là số hạng thứ mấy?

A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 35. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là
A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 3×10. **D.** 10^3.

Câu 36. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^3 + x + C$. **B.** $x^4 + x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $3x^2 + 1 + C$.

Câu 37. Cho $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2c^3)$.

A. $P = 13$. **B.** $P = 36$. **C.** $P = 108$. **D.** $P = 31$.

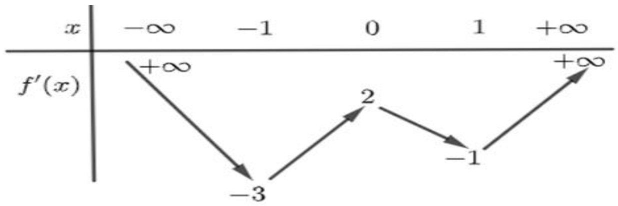
Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy (ABC) là tam giác cân, với $AB = AC = a$ và góc $BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\frac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác (ABC). Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{48}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$



Hàm số $g(x)=f\left(\left|e^{2x}-2x-2\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 11

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA=SB=SC=11$, góc $SAB=30°$, $SBC=60°$, $SCA=45°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD.

A. $2\sqrt{22}$. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\frac{\sqrt{22}}{2}$. **D.** $4\sqrt{11}$.

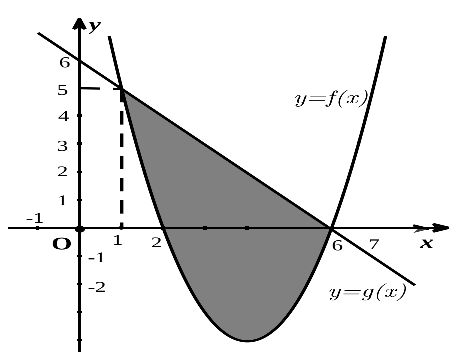
Câu 42. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(0;0;-1), B(-1;1;0), C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2};-1\right)$.

Câu 43. Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là $2,3,3,2$ (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Câu 44. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y=f(x)=x^2-8x+12$ và $y=g(x)=-x+6$ (phần tô đậm trong hình). Khối tròn xoay tạo thành khi quay H xung quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{949\pi}{15}$. **B.** $\frac{817\pi}{15}$. **C.** $\frac{836\pi}{15}$. **D.** $\frac{216\pi}{5}$.

Câu 45. Cho phương trình $4^{-|x-m|}.\log_{\sqrt{2}}\left(x^2-2x+3\right)+2^{2x-x^2}.\log_{\frac{1}{2}}\left(2|x-m|+2\right)=0$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương tình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{4}{x^2-4}$; $f(-3)+f(3)=f(-1)+f(1)=2$. Giá trị biểu thức $f(-4)+f(0)+f(4)$ bằng:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

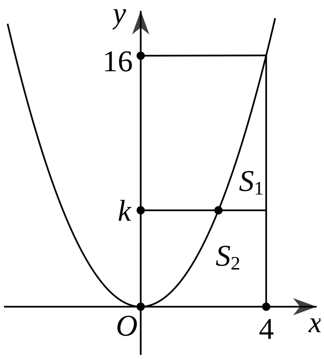
Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)-2018f(x)=2018x^{2017}.\mathrm{e}^{2018x}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2018$. Tính giá trị $f(1)$:

A. $f(1)=2018\mathrm{e}^{2018}$. **B.** $f(1)=2019\mathrm{e}^{2018}$. **C.** $f(1)=2018\mathrm{e}^{-2018}$. **D.** $f(1)=2017\mathrm{e}^{2018}$.

Câu 48. Cho hai số phức u; v thỏa mãn $3|u-6i|+3|u-1-3i|=5\sqrt{10}$; $|v-1+2i|=|\bar{v}+i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|u-v|$ là:

A. $\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 49. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2, y=0, x=0, x=4$. Đường thẳng $y=k$ chia hình phẳng (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$.



A. $k=5$. **B.** $k=8$. **C.** $k=3$. **D.** $k=4$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^{12}+(m-5)x^6+\left(m^2-25\right)x^4+1$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 9. **B.** Vô số. **C.** 11. **D.** 10.

--------------------HẾT--------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.C	5.C	6.A	7.B	8.B	9.B	10.C
11.A	12.B	13.C	14.D	15.D	16.A	17.D	18.C	19.B	20.C
21.D	22.C	23.D	24.B	25.D	26.B	27.A	28.A	29.C	30.D
31.A	32.D	33.C	34.D	35.B	36.C	37.A	38.D	39.A	40.A
41.B	42.C	43.C	44.C	45.B	46.A	47.B	48.C	49.D	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;1)$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vecto $\vec{a}$ là

A. $\vec{a}(-1;-3;0)$. **B.** $\vec{a}(0;-3;-1)$. **C.** $\vec{a}(-3;0;-1)$. **D.** $\vec{a}(-1;0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vecto sau, đâu không phải là vecto chỉ phương của d?

A. $\vec{u_1} = (-1;2;3)$. **B.** $\vec{u_2} = (-2;4;3)$. **C.** $\vec{u_3} = (1;-2;-3)$. **D.** $\vec{u_4} = (3;-6;-9)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

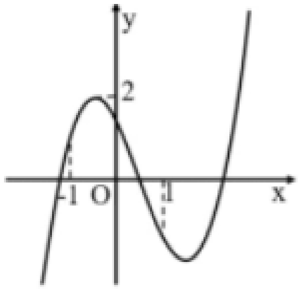
Chọn C

Gọi phương trình mặt cầu (S) là: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cx + d = 0$ với tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Mặt cầu (S) đi qua 4 điểm O, A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d=0 \\ 2a+d=-1 \\ -4c+d=-4 \\ 6b+d=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ a=-\dfrac{1}{2} \\ c=1 \\ b=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$. Vậy bán kính $R=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c<0,d>0$.
B. $a<0,b>0,c<0,d<0$.
C. $a>0,b<0,c<0,d>0$.
D. $a>0,b>0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy

- $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \end{cases} \Rightarrow a>0$.

- Với $x=0$ thì $y=d>0$.

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $y'=0$ với $y'=3ax^2+2bx+c$. Dễ thấy:

- $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0$ mà $a>0 \Rightarrow b<0$.

- $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0$ mà $a>0 \Rightarrow c<0$.

Câu 6. Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\dfrac{z}{\overline{z}}$ là số thuần ảo.
B. $z.\overline{z}$ là số thực.
C. $z+\overline{z}$ là số thực.
D. $z-\overline{z}$ là số ảo.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có:

- $z.\overline{z}=a^2+b^2$ là số thực

- $z+\overline{z}=2a$ là số thực

- $z-\overline{z}=2bi$ là số ảo.

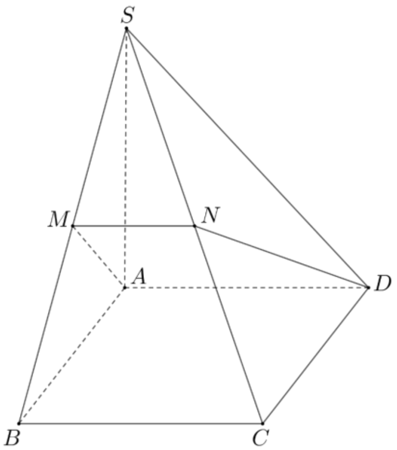
Vậy khẳng định sai là $\dfrac{z}{\overline{z}}$ là số thuần ảo. Ví dụ $\dfrac{5-3i}{5+3i}=\dfrac{8}{17}-\dfrac{15}{17}i$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $ABCD$, $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC nên ta có: $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{2}$.

Ta có: $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}\cdot\dfrac{SM}{SB}\cdot\dfrac{SN}{SC}=1\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$ và $\dfrac{V_{S.AND}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA}{SA}\cdot\dfrac{SN}{SC}\cdot\dfrac{SD}{SD}=1\cdot\dfrac{1}{2}\cdot1=\dfrac{1}{2}$.

Do đó: $V_{S.ADMN}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}\cdot\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{8}V_{S.ABCD}=\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S):

A. $I(4;-1;0)$, $R=2$. **B.** $I(4;-1;0)$, $R=4$. **C.** $I(-4;1;0)$, $R=4$. **D.** $I(-4;1;0)$, $R=2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y+1)^2+z^2=4^2$.

Vậy $I(4;-1;0)$, $R=4$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\int f(x)\,dx = \int \sqrt{2x-1}\,dx = \frac{1}{2}\int (2x-1)^{\frac{1}{2}}\,d(2x-1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{(2x-1)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$$

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8};3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{8};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{8} < x < 1.$$

Câu 11. Tìm m để hàm số sau xác định trên $\mathbb{R}$: $y = \sqrt{4^x - (m+1).2^x - m}$.

A. $\left(-\infty;-3+2\sqrt{2}\right]$. **B.** $m > -1$.

C. $m < 0$. **D.** $-3-2\sqrt{2} \le m \le -3+2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ thì $4^x - (m+1).2^x - m \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m \le \dfrac{2^{2x} - 2^x}{2^x + 1}\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$.

Xét hàm số $g(t) = \dfrac{t^2 - t}{t+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có: $g'(t) = \dfrac{t^2 + 2t - 1}{(t+1)^2}$.

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 + 2t - 1}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1+\sqrt{2} \\ t = -1-\sqrt{2}\ (l) \end{array}\right..$$

Với $t = -1+\sqrt{2} \Rightarrow g\left(-1+\sqrt{2}\right) = -3+2\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\sqrt{2}-1$		$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	0	$\searrow$	$-3+2\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ thì $m \le \min\limits_{(0;+\infty)} g(t) = g\left(\sqrt{2}-1\right) = -3+2\sqrt{2}$.

Câu 12. Nếu $F'(x) = \dfrac{1}{2x-1}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

A. $\ln 7$. **B.** $1+\frac{1}{2}\ln 7$. **C.** $\ln 3$. **D.** $1+\ln 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(4)-F(1)=\int_1^4 F'(x)\mathrm{d}x=\int_1^4 \frac{1}{2x-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_1^4=\frac{1}{2}\ln 7$.

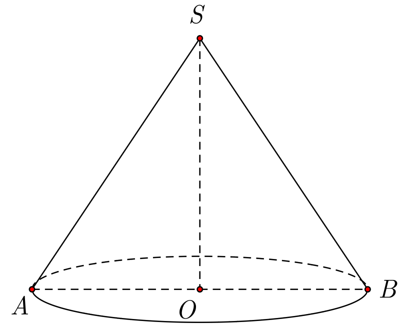
Suy ra: $F(4)=\frac{1}{2}\ln 7+F(1)=\frac{1}{2}\ln 7+1$.

Câu 13. Cho khối nón có góc ở đỉnh là $120°$ và cạnh bên bằng a. Tính thể tích khối nón

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3\pi a^3}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\widehat{ASB}=120°\Rightarrow \widehat{ASO}=60°$.

Xét tam giác ASO có $OA=SA.\sin \widehat{ASO}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SO=SA.\cos \widehat{ASO}=\frac{a}{2}$.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}SO.\pi.OA^2=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{\pi a^3}{8}$.

Câu 14. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R=1$, thể tích $V=5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

A. $S=10\pi$. **B.** $S=7\pi$. **C.** $S=11\pi$. **D.** $S=12\pi$.

Lời giải

Chọn D

Gọi chiều cao của khối trụ là h.

Ta có $V=\pi R^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}=5$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi.1.5+2\pi.1^2=12\pi$.

Câu 15. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính giá trị của $P=\left|z_1^{2017}-z_2^{2017}\right|$.

A. $P=2\sqrt{3}$. **B.** $P=0$. **C.** $P=3$. **D.** $P=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết $z^2 - z + 1 = 0$ ta có $z^2 = z - 1$ và $z^3 + 1 = (z+1)(z^2 - z + 1) = 0$ hay $z^3 = -1$.

Khi đó $z^{2017} = z.(z^3)^{672} = z$.

Với z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ thì ta có $z_1^{2017} = z_1$; $z_2^{2017} = z_2$.

Ta có $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó $P = \left|z_1^{2017} - z_2^{2017}\right| = \left|z_1 - z_2\right| = \left|\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2} - \dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\right| = \left|\sqrt{3}i\right| = \sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019}(4 - x^2) + (2x-3)^{-2019}$.

A. $D = \left(-2; \dfrac{3}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$. **B.** $D = \left[-2; \dfrac{3}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}; 2\right]$.

C. $D = \left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$. **D.** $D = (-2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định là: $D = \left(-2; \dfrac{3}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$

Câu 17. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp là: $V = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{3}$

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của ba số phức $z_1 = 3 - 7i$, $z_2 = 9 - 5i$, $z_3 = -5 + 9i$. Khi đó trọng tâm G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z = 1 - 9i$. **B.** $z = 3 + 3i$. **C.** $z = \dfrac{7}{3} - i$. **D.** $z = 2 + 2i$.

Lời giải

Chọn C

Vì 3 điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của ba số phức $z_1 = 3 - 7i$, $z_2 = 9 - 5i$, $z_3 = -5 + 9i$

Nên $A(3;-7), B(9;-5), C(-5;9)$.

G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G\left(\frac{7}{3};-1\right)$

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x + m^2}{x + 4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$

$y' = \frac{4 - m^2}{(x+4)^2}$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Các giá trị nguyên của tham số m: $m \in \{-1;0;1\}$.

Câu 20. Một hộp đựng 9 viên bi kích thước giống nhau đánh số từ 1 đến 9. Trong đó có 4 viên bi màu xanh, 3 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Xác suất để chọn hai viên bi cùng màu là

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{6}$

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = C_9^2 = 36$

Gọi A là biến cố lấy được 2 viên bi cùng màu:

Để lấy được 2 bi cùng màu ta có các trường hợp sau:

Hai bi cùng màu xanh

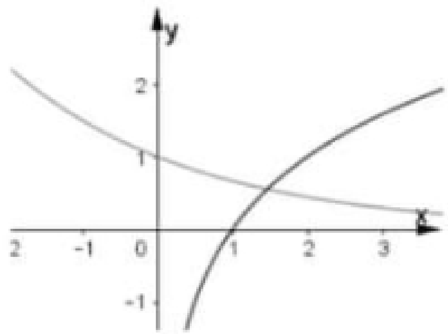
Hai bi cùng màu đỏ

Hai bi cùng màu vàng

Khi đó: $n(A) = C_4^2 + C_3^2 + C_2^2 = 10$.

Xác suất: $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Câu 21. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ



Khẳng định nào sau đâu đúng?

A. $0<a<1,0<b<\dfrac{1}{2}$. **B.** $0<a<\dfrac{1}{2}<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1<b$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=a^x$ đi xuống từ trái qua phải nên $0<a<1$.

Đồ thị hàm số $y=\log_b x$ đi lên từ trái qua phải nên $b>1$.

Câu 22. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=5^{x^2}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

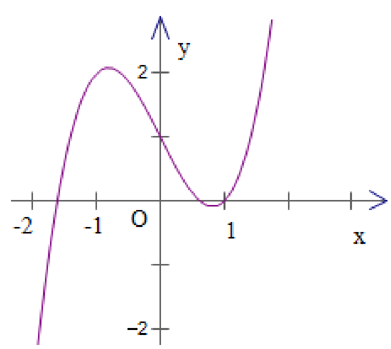
Lời giải

Chọn C

Ta có: $5^{3x-2}=5^{x^2} \Leftrightarrow 3x-2=x^2 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Khi đó: $1^2+2^2=5$.

Câu 23. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm nào?



A. $y=-x^3+2x+1$. **B.** $y=x^3+2x+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-2x+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ Loại phương án **A.**

Từ đồ thị ta thấy hàm số có hai điểm cực trị $x_1<0$; $x_2>0$.

Loại phương án B: Do $y'=3x^2+2>0, \forall x$.

Loại phương án C: Do $y' = 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy, hàm số đổi dấu khi qua $x = -1$ và $x = 1$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 25. Hàm số nào dưới dây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $y = x^4 + 3x^2$. **B.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y = x^3 - 5x + 1$. **D.** $y = 3x^3 + 3x - 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = 3x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 9x^2 + 3 > 0\ \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

A. $2x + y - 2z + 1 = 0$. **B.** $2x + y - 2z = 0$. **C.** $2x - y - 2z = 0$. **D.** $2x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm và (P) có VTPT $\vec{n}$.

Mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0 \Rightarrow VTPT\, \overrightarrow{n_\beta} = (5; -4; 3)$.

Do $\begin{cases} (P) \perp (\alpha) \\ (P) \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{n} \perp \vec{n}_\beta \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta\right] = (2; 1; -2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm O và có VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$ suy ra phương trình của (P) là:

$2(x-0) + 1(y-0) - 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z = 0$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -1; \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 5$ Tính $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 5+1=6$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. $\Delta \cap Ox = \{A\} \Rightarrow A(a;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{MA}(a-1;0;-1)$

Đường thẳng d có vtcp là $\vec{u}_d(1;2;3)$

$\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MA} \perp \vec{u}_d \Rightarrow \overrightarrow{MA}.\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow a-1+0-3=0 \Leftrightarrow a=4 \Rightarrow \overrightarrow{MA}(3;0;-1)$

Đường thẳng Δ có vtcp là $\overrightarrow{MA}(2;0;-1)$ và đi qua điểm $M(1;0;1)$ suy ra phương trình có dạng: $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗		↗	2	↘	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng - 4.

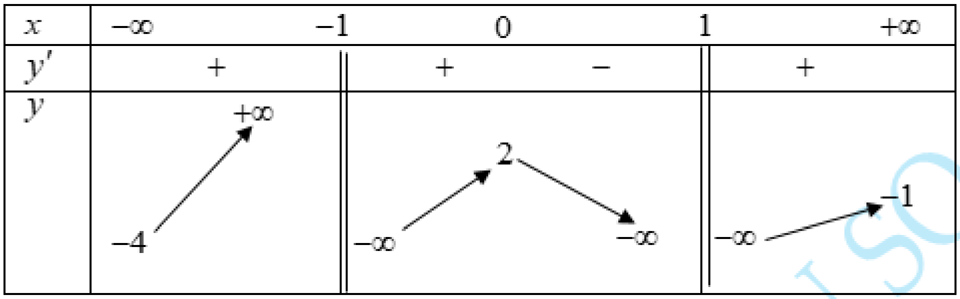
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} y = -4 \end{cases}$ suy ra kết luận hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng – 4 là **sai**.

Câu 30. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = -4 \Rightarrow \text{TCN}: y = -4.$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-1^-} y = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-1^+} y = -\infty\end{array}\right\} \Rightarrow$ TCĐ: $x = -1$.

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty \\ \lim\limits_{x\to1^+} y = -\infty\end{array}\right\} \Rightarrow$ TCĐ: $x = 1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = -1 \Rightarrow \text{TCN}: y = -1.$

Suy ra tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 4.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z.

A. $|z| = \sqrt{17}$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = 17$. **D.** $|z| = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = -1-4i$.

Vậy $|z| = \sqrt{17}$.

Câu 32. Số nghiệm của phương trình $(x+3)\log_2(5-x^2) = 0$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$.

Ta có $(x+3)\log_2(5-x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+3=0 \\ \log_2(5-x^2) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3 \\ 5-x^2 = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\,(l) \\ x=-2\,(n) \\ x = 2\quad(n)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 33. Cho số phức $z = 3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=3+2i \Rightarrow \bar{z}=3-2i$.

Vậy phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

Câu 34. Cho cấp số nhân $(u_n); u_1=1, q=2$. Hỏi 512 là số hạng thứ mấy?

A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát $u_n=u_1.q^{n-1} \Leftrightarrow 512=2^{n-1} \Leftrightarrow 2^9=2^{n-1} \Rightarrow n=10$.

Câu 35. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 3×10. **D.** 10^3.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc là A_{10}^3.

Câu 36. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là

A. x^3+x+C. **B.** x^4+x^2+C. **C.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$. **D.** $3x^2+1+C$.

Lời giải

Chọn C

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x)=\int (x^3+x)\,dx=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 37. Cho $\log_a b=2$, $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

A. $P=13$. **B.** $P=36$. **C.** $P=108$. **D.** $P=31$.

Lời giải

Chọn A

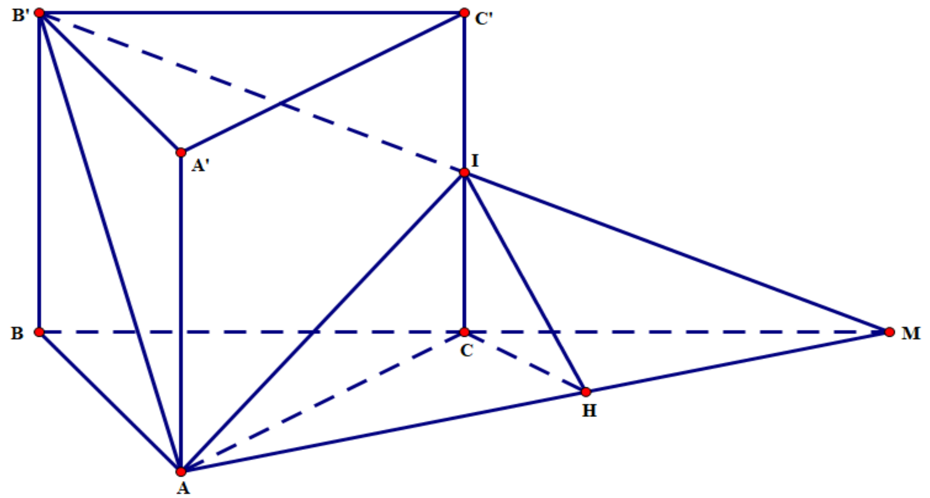
Xét: $P=\log_a\left(b^2c^3\right)=2\log_a b+3\log_a c=2.2+3.3=13$.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy (ABC) là tam giác cân, với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120^\circ$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\frac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Xét ΔABC, ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos BAC \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng $(BB'C'C)$, gọi $M = BC \cap B'I$.

Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $CH \perp AM$ tại H.

Xét ΔACM, ta có: $ACM = 150° \Rightarrow AM^2 = CM^2 + AC^2 - 2.CM.AC.\cos ACM \Rightarrow AM = a\sqrt{7}$.

Khi đó: $\frac{1}{2}CA.CM.\sin ACM = \frac{1}{2}.CH.AM \Rightarrow CH = \frac{a.a\sqrt{3}.\sin 150°}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Xét ΔCHI vuông tại C, ta có: $IH^2 = IC^2 + CH^2 \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{70}}{14}$.

Ta có: $CC' \perp (ABC) \supset AM \Rightarrow CC' \perp AM$ mà $CH \perp AM$, $CH \cap CI = C$.

Khi đó: $AM \perp (CIH) \supset IH \Rightarrow AM \perp IH$.

Mặt khác: $AM = (ABC) \cap (AB'I)$.

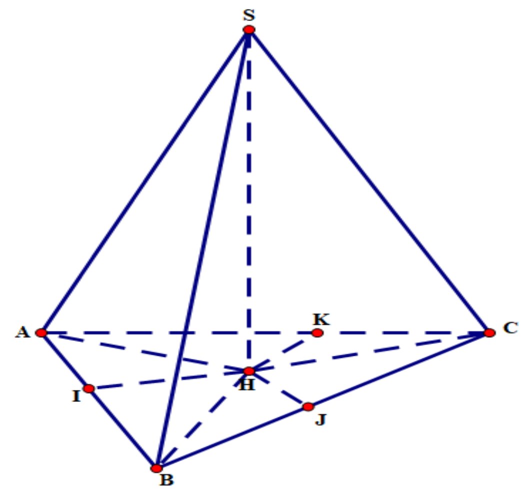
Suy ra: $\cos((ABC),(AB'I)) = \cos(HC, HI) = \cos CHI = \frac{CH}{IH} = \frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác (ABC). Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{48}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), khi đó: $V = V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{h\sqrt{3}}{12}$.

Mặt khác, gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, BC, CA trong mặt phẳng (ABC).

Khi đó: $\begin{cases} V = \frac{1}{3}.d\left(A,(SBC)\right).S_{SBC} \quad (1) \\ V = \frac{1}{3}.d\left(B,(SCA)\right).S_{SCA} \quad (2) \\ V = \frac{1}{3}.d\left(C,(SAB)\right).S_{SAB} \quad (3) \end{cases}$.

Xét: $(1) \Leftrightarrow \frac{h\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{4}.\frac{1}{2}.SJ.1 \Leftrightarrow SJ = h\sqrt{2} \Rightarrow HJ = h.$

Xét: $(2) \Leftrightarrow \frac{h\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{15}}{10}.\frac{1}{2}.SK.1 \Leftrightarrow SK = h\sqrt{5} \Rightarrow HK = 2h$.

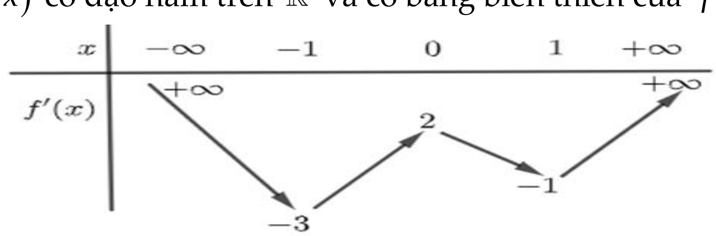
Xét: $(3) \Leftrightarrow \frac{h\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{30}}{20}.\frac{1}{2}.SI.1 \Leftrightarrow SI = h\sqrt{10} \Rightarrow HI = 3h$.

Mặt khác: $S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HBC} + S_{HCA} = \frac{1}{2}.HI.AB + \frac{1}{2}.HJ.BC + \frac{1}{2}.HK.AC$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}(3h.1 + h.1 + 2h.1) \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Vậy: $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12}.\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{48}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$



Hàm số $g(x) = f\left(\left|e^{2x} - 2x - 2\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 11

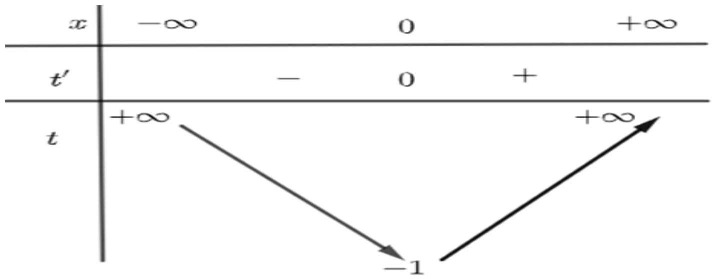
Lời giải

Chọn A

Đặt $t = e^{2x} - 2x - 2$.

Suy ra $t' = 2e^{2x} - 2$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

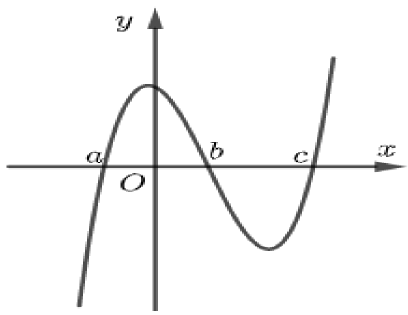
Bảng biến thiên của t:



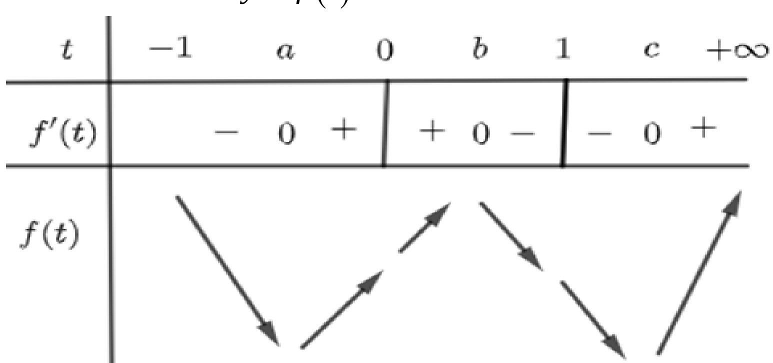
Vậy $t \geq -1$.

Khi đó: $g(t) = f(|t|)$.

Ta có đồ thị hàm số $y = f'(t)$ với $t \geq -1$.



Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(t)$ với $t \geq -1$.



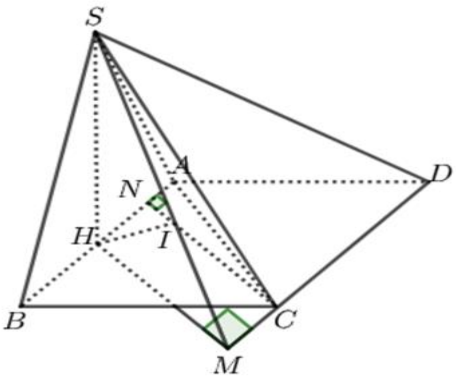
Hàm số $y = f(t)$ có hai điểm cực trị dương nên hàm số $g(t) = f(|t|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, góc $SAB = 30°$, $SBC = 60°$, $SCA = 45°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD.

A. $2\sqrt{22}$. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{22}}{2}$. **D.** $4\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B



Do $SB = SC = 11$ và $\widehat{SBC} = 60^\circ$ nên ΔSBC đều, do đó $BC = 11$.

Ta lại có, $SA = SC = 11$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$ nên ΔSCA vuông cân tại S, hay $AC = 11\sqrt{2}$.

Mặt khác, $SA = SB = 11$ và $\widehat{SAB} = 30^\circ$ nên $AB = 2.SA.\cos 30^\circ = 11\sqrt{3}$.

Từ đó, ta có $AB^2 = BC^2 + AC^2$ suy ra ΔABC vuông tại C.

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó, H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Vì $SA = SB = SC = 11$ nên $SH \perp (ABC)$.

Gọi M là điểm trên CD sao cho $HM \perp AB$, suy ra $HM \perp CD$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ C xuống AB. Khi đó $HM // CN$ và $HM = CN$. Do ΔABC vuông tại C nên theo công thức tính diện tích ta có: $HM = CN = \dfrac{CA.CB}{\sqrt{CA^2 + CB^2}} = \dfrac{11\sqrt{6}}{3}$.

Ta lại có, $CH = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{11\sqrt{3}}{2}$ nên $SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \dfrac{11}{2}$.

Trong tam giác vuông SHM, dựng đường cao HI (I thuộc SM) suy ra HI vuông góc với (SCD).

$$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI = \frac{SH.HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \sqrt{22}.$$

Vậy $d(AB, SD) = \sqrt{22}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1), B(-1;1;0), C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{2};-1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm I thỏa mãn điều kiện $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Lúc này

$$T = 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$$

$$T = 4MI^2 + 3\left(2.\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB} - 2.\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IC}\right) + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2$$

$$T = 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}) + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2 = 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2$$

Chú ý $3IA^2 + 2IB^2 - IC^2$ là hằng số do I, A, B, C cho trước.

T nhỏ nhất khi MI min $\Leftrightarrow I \equiv M \Leftrightarrow M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Câu 43. Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là $2, 3, 3, 2$ (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Gọi A, B, C, D là tâm bốn mặt cầu, không mất tính tổng quát ta giả sử $AB = 4$, $AC = BD = AD = BC = 5$.

Gọi M ,N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Dễ dàng tính được $MN = 2\sqrt{3}$.

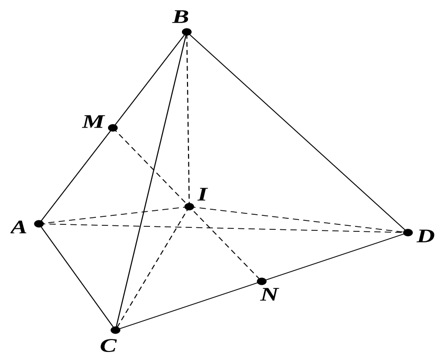
Gọi I là tâm mặt cầu nhỏ nhất với bàn kính r tiếp xúc với bốn mặt cầu trên.

Vì $IA = IB$, $IC = ID$ nên I nằm trên đoạn MN.

Đặt $IN = x$, ta có $IC = \sqrt{3^2 + x^2} = 3 + r, IA = \sqrt{2^2 + \left(2\sqrt{3} - x\right)^2} = 2 + r$.

Từ đó suy ra $\sqrt{3^2 + x^2} - \sqrt{2^2 + \left(2\sqrt{3} - x\right)^2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{12\sqrt{3}}{11}$, suy ra $r = \sqrt{3^2 + \left(\frac{12\sqrt{3}}{11}\right)^2} - 3 = \frac{6}{11}$.

Cách 2:



Gọi A, B là tâm quả cầu bán kính bằng 2. C, D là tâm quả cầu bán kính bằng 3, I là tâm quả cầu bán kính x.

Mặt cầu (I) tiếp xúc ngoài với 4 mặt cầu tâm A, B, C, D nên $IA = IB = x + 2$, $IC = ID = x + 3$.

Gọi (P), (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực đoạn AB và CD.

$$\begin{cases} IA = IB \Rightarrow I \in (P) \\ IC = ID \Rightarrow I \in (Q) \end{cases} \Rightarrow I \in (P) \cap (Q) \qquad (1)$$

Tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = CA = CB = 5$ suy ra MN là đường vuông góc chung của AB và CD, suy ra $MN = (P) \cap (Q)$ $\qquad (2)$

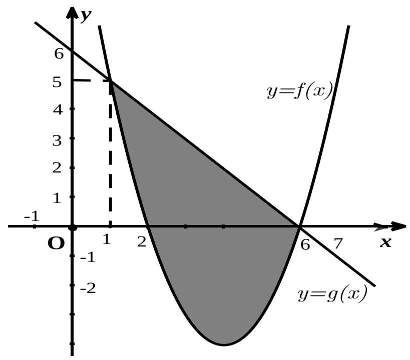
Từ (1) và (2) suy ra $I \in MN$.

Tam giác IAM có $IM=\sqrt{IA^2-AM^2}=\sqrt{(x+2)^2-4}$.

Tam giác CIN có $IN=\sqrt{IC^2-CN^2}=\sqrt{(x+3)^2-9}$.

Tam giác ABN có $MN=\sqrt{NA^2-AM^2}=\sqrt{12}$.

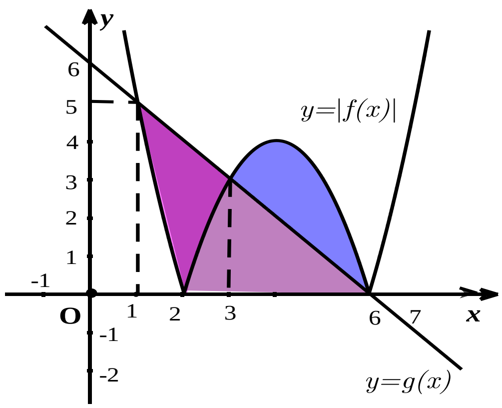
Câu 44. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y=f(x)=x^2-8x+12$ và $y=g(x)=-x+6$ (phần tô đậm trong hình). Khối tròn xoay tạo thành khi quay H xung quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\dfrac{949\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{817\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{836\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{216\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Xét phương trình $x^2-8x+12=-x+6 \Leftrightarrow x^2-7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=6 \end{array}\right.$.

Và $-x^2+8x-12=-x+6 \Leftrightarrow x^2-9x+18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=6 \end{array}\right.$.

Thể tích của hình H quay xung quanh trục hoành là

$$V=\pi\int_1^3(-x+6)^2\,dx-\pi\int_1^2\left(x^2-8x+12\right)^2dx+\pi\int_3^6\left(-x^2+8x-12\right)^2dx=\frac{836\pi}{15} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 45. Cho phương trình $4^{-|x-m|}.\log_{\sqrt{2}}\left(x^2-2x+3\right)+2^{2x-x^2}.\log_{\frac{1}{2}}\left(2|x-m|+2\right)=0$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương tình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^{-|x-m|}.\log_{\sqrt{2}}\left(x^2-2x+3\right)+2^{2x-x^2}.\log_{\frac{1}{2}}\left(2|x-m|+2\right)=0$

$\Leftrightarrow 4^{-|x-m|}.\log_{2^{\frac{1}{2}}}\left(x^2-2x+3\right)+2^{2x-x^2}.\log_{2^{-1}}\left(2|x-m|+2\right)=0$

$\Leftrightarrow 2.4^{-|x-m|}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)-2^{2x-x^2}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)=0$

$\Leftrightarrow 2.4^{-|x-m|}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=2^{2x-x^2}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{2.\log_2\left(x^2-2x+3\right)}{2^{2x-x^2}}=\dfrac{\log_2\left(2|x-m|+2\right)}{4^{-|x-m|}}$

$\Leftrightarrow 2.2^{x^2-2x}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=2^{2|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$

$\Leftrightarrow 2^3.2^{x^2-2x}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=2^2.2^{2|x-m|}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3}.\log_2\left(x^2-2x+3\right)=2^{2|x-m|+2}.\log_2\left(2|x-m|+2\right)$ (1)

Xét hàm số $y=f\left(t\right)=2^t.\log_2 t$ với $t\geq 2$, có $f'\left(t\right)=2^t.\ln 2.\log_2 t+2^t.\dfrac{1}{t\ln 2}>0,\forall t\geq 2$.

Suy ra hàm số $y=f\left(t\right)=2^t.\log_2 t$ đồng biến trên nửa khoảng $\left[2;+\infty\right)$.

Từ

$(1)\Leftrightarrow f\left(x^2-2x+3\right)=f\left(2|x-m|+2\right)$

$\Leftrightarrow x^2-2x+3=2|x-m|+2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x+1=2\left(x-m\right) \\ x^2-2x+1=2\left(m-x\right) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \left(x-2\right)^2=-2m+3 & (2) \\ x^2=2m-1 & (3) \end{array}\right.$

Trường hợp 1: Phương trình (3) có 1 nghiệm kép và phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=0 \\ -2m+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ m<\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Trường hợp 2: Phương trình (2) có 1 nghiệm kép và phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1>0 \\ 2m-1\neq 4 \\ -2m+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m\neq\dfrac{5}{2} \\ m=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương tình đã cho có ba nghiệm phân biệt là $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}=2$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{4}{x^2-4}$; $f(-3)+f(3)=f(-1)+f(1)=2$. Giá trị biểu thức $f(-4)+f(0)+f(4)$ bằng:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\int\dfrac{4}{x^2-4}\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\ln|x-2|-\ln|x+2|+C=$

$$=\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+C=\begin{cases}\ln\dfrac{x-2}{x+2}+C_1 & \text{khi } x\in(-\infty;-2)\\ \ln\dfrac{2-x}{x+2}+C_2 & \text{khi } x\in(-2;2)\\ \ln\dfrac{x-2}{x+2}+C_3 & \text{khi } x\in(2;+\infty)\end{cases}.$$

Do $f(-3)+f(3)=f(-1)+f(1)=2$ nên $\begin{cases}\ln 5+C_1+\ln\dfrac{1}{5}+C_3=2\\ \ln 3+C_2+\ln\dfrac{1}{3}+C_2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_1+C_3=2\\ C_2=1\end{cases}$.

Vậy $f(-4)+f(0)+f(4)=\ln 3+C_1+\ln 1+C_2+\ln\dfrac{1}{3}+C_3=C_1+C_2+C_3=3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)-2018f(x)=2018x^{2017}.\mathrm{e}^{2018x}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2018$. Tính giá trị $f(1)$:

A. $f(1)=2018\mathrm{e}^{2018}$. **B.** $f(1)=2019\mathrm{e}^{2018}$. **C.** $f(1)=2018\mathrm{e}^{-2018}$. **D.** $f(1)=2017\mathrm{e}^{2018}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)-2018f(x)=2018x^{2017}.\mathrm{e}^{2018x}\Rightarrow\mathrm{e}^{-2018x}f'(x)-2018\mathrm{e}^{-2018x}f(x)=2018x^{2017}$

$\Rightarrow\left[\mathrm{e}^{-2018x}f(x)\right]'=2018x^{2017}\Rightarrow\mathrm{e}^{-2018x}f(x)=x^{2018}+C$

Do $f(0)=2018$ nên $C=2018$.

$\Rightarrow\mathrm{e}^{-2018x}f(x)=x^{2018}+2018\Rightarrow f(x)=\left(x^{2018}+2018\right).\mathrm{e}^{2018x}$.

Vậy $f(1)=2019\mathrm{e}^{2018}$.

Câu 48. Cho hai số phức u; v thỏa mãn $3|u-6i|+3|u-1-3i|=5\sqrt{10}$; $|v-1+2i|=|\bar{v}+i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|u-v|$ là:

A. $\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y)$; $N(c;d)$ lần lượt biểu diễn hai số phức $u=x+yi$ và $v=c+di$ $(x;y;c;d\in\mathbb{R})$

Gọi $A(0;6)$; $B(1;3) \Rightarrow AB=\sqrt{10}$.

Trung điểm I của AB có tọa độ là $I\left(\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Ta có: $3|u-6i|+3|u-1-3i|=5\sqrt{10} \Leftrightarrow |u-6i|+|u-1-3i|=\frac{5\sqrt{10}}{3} \Leftrightarrow MA+MB=\frac{5\sqrt{10}}{3}$.

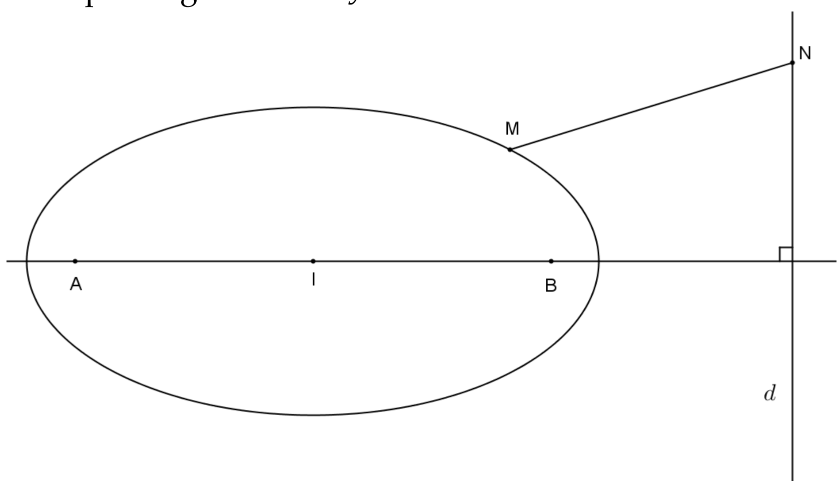
Do đó điểm M nằm trên elip nhận A; B là hai tiêu điểm, tâm I và có độ dài trục lớn $a=\frac{5\sqrt{10}}{6}$.

Lại có: $|v-1+2i|=|\bar{v}+i| \Leftrightarrow |c-1+(d+2)i|=|c+(1-d)i|$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(c-1)^2+(d+2)^2}=\sqrt{c^2+(1-d)^2} \Leftrightarrow c-3d-2=0$.

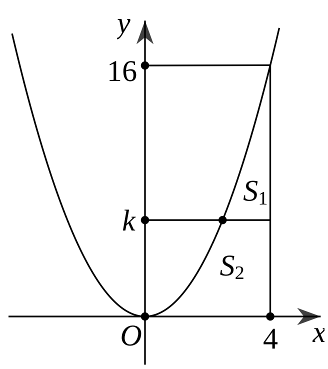
Do đó điểm N nằm trên đường thẳng d: $x-3y-2=0$.

Đường thẳng AB có phương trình $3x+y-6=0 \Rightarrow AB\perp d$.



Vậy $|u-v|=MN\geq d(I;d)-a=\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 49. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2, y=0, x=0, x=4$. Đường thẳng $y=k$ chiahình phẳng (H) thành hai phần có diện tích S_1,S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$.



A. $k=5$. **B.** $k=8$. **C.** $k=3$. **D.** $k=4$.

Lời giải

Chọn D

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=x^2$ và $y=k$ với $k>0$ là

$x^2 = k \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{k} \\ x = -\sqrt{k} \end{array}\right. \Rightarrow x = \sqrt{k}$ (vì $x \in (0;4)$).

◆ Do đó diện tích $S_1 = \int\limits_{\sqrt{k}}^{4} \left(x^2 - k\right)\mathrm{d}x$, diện tích $S_2 = \int\limits_0^4 x^2\mathrm{d}x - S_1$.

Ta có $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int\limits_{\sqrt{k}}^{4} \left(x^2 - k\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_0^4 x^2\mathrm{d}x \Leftrightarrow \left.\left(\frac{x^3}{3} - kx\right)\right|_{\sqrt{k}}^{4} = \frac{32}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{64}{3} - 4k - \frac{\sqrt{k^3}}{3} + \sqrt{k^3} = \frac{32}{3}$

$\Leftrightarrow 16 = 6k - \sqrt{k^3} \Leftrightarrow \left(\sqrt{k}\right)^3 - 6\left(\sqrt{k}\right)^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{k} = 2 + 2\sqrt{3} \\ \sqrt{k} = 2 - 2\sqrt{3} \\ \sqrt{k} = 2 \end{array}\right.$.

◆ Do $0 < \sqrt{k} < 4$ nên $\sqrt{k} = 2 \Leftrightarrow k = 4$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{12} + (m-5)x^6 + \left(m^2 - 25\right)x^4 + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$?

A. 9. **B.** Vô số. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

◆ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

◆ Ta có $y' = 12x^{11} + 6(m-5)x^5 + 4\left(m^2 - 25\right)x^3$.

TH1: $m = 5 \Rightarrow y' = 12x^{11}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ là nghiệm bội lẻ, đồng thời dấu của y' đổi từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 0$, nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số, do đó không thỏa mãn yêu cầu bài toán, nên trường hợp $m = 5$ loại.

TH2: $m = -5 \Rightarrow y' = x^5\left(12x^6 - 60\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt[6]{5} \\ x = -\sqrt[6]{5} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt[6]{5}$		0		$\sqrt[6]{5}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$, nên trường hợp $m = -5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH3: $m \neq \pm 5 \Rightarrow y' = x^3\left[12x^8 + 6(m-5)x^2 + 4\left(m^2 - 25\right)\right] = x^3.g(x)$

với $g(x) = 12x^8 + 6(m-5)x^2 + 4\left(m^2 - 25\right)$, ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của $g(x)$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x=0$ thì y' phải đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=0$, điều này chỉ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)<0 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} g(x)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 4\left(m^2-25\right)<0 \Leftrightarrow -5<m<5$.

Kết hợp các trường hợp ta có $-5\le m<5$.

Vì m nguyên nên $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$, vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

--------------------HẾT--------------------