BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Bài thi: TOÁN HỌC

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

MÃ ĐỀ 101

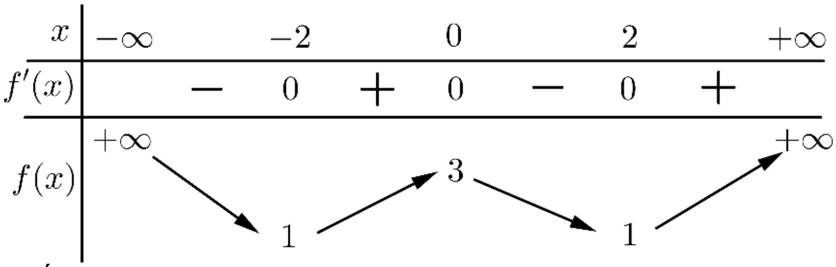
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. **B.** $2+\log_5 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_5 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

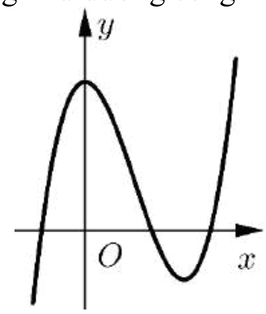
Câu 4. Nghiệm phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$.. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-3)$.. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$.. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$..

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.. **B.** $\pi r^2 h$.. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.. **D.** $2\pi r^2 h$..

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=3$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. $-5.$. **B.** $5.$. **C.** $-1.$. **D.** $1.$.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh.$. **B.** $Bh.$. **C.** $\frac{4}{3}Bh.$. **D.** $\frac{1}{3}Bh.$.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

A. $x^2+5x+C.$. **B.** $2x^2+5x+C.$. **C.** $2x^2+C.$. **D.** $x^2+C.$.

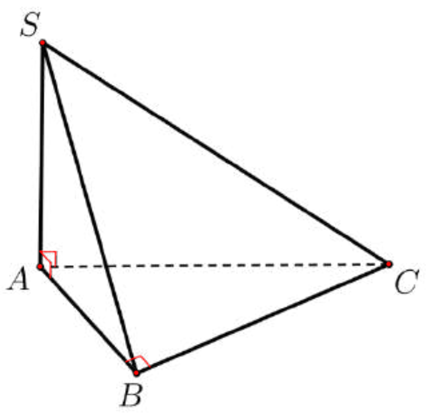
Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Câu 19. Cho hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$. **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

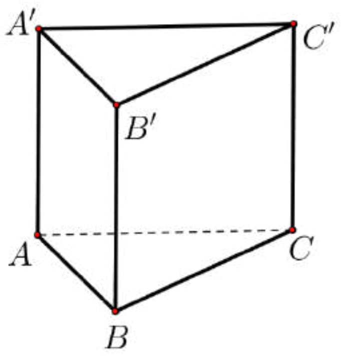
Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có toạ độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 27. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m$.. **B.** $1,4m$.. **C.** $2,2m$.. **D.** $1,6m$..

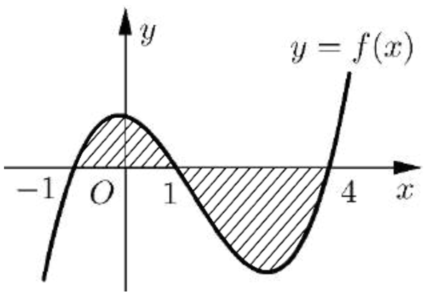
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2 ↘		-4 || $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.. **B.** 1.. **C.** 3.. **D.** 2..

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$. **B.** $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$. **C.** $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$. **D.** $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+4}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

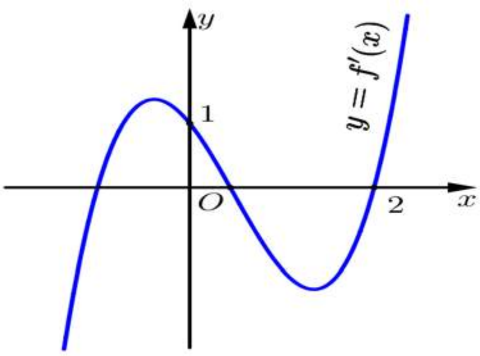
Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f(2)-2$. **B.** $m\ge f(0)$. **C.** $m>f(2)-2$. **D.** $m>f(0)$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{13}{25}$. **C.** $\dfrac{12}{25}$. **D.** $\dfrac{313}{625}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

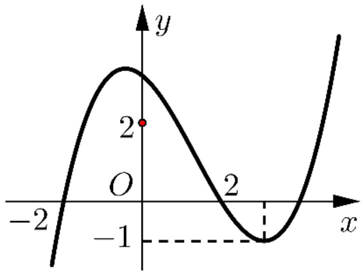
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)\,dx = 1$, khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)\,dx$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** -16. **C.** 8. **D.** 14.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



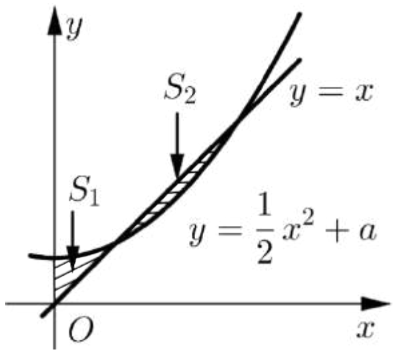
Số nghiệm thực của phương trình $\left|f(x^3-3x)\right| = \frac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $w = \frac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Câu 45. Cho đường thẳng $y=x$ và Parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - 2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng:

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + \left(z + \sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 49. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1}$ và $y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

-------- HẾT -------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO | **KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019**

Bài thi: TOÁN HỌC

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

MÃ ĐỀ 102

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là

A. x^2+6x+C. **B.** $2x^2+C$. **C.** $2x^2+6x+C$. **D.** x^2+C.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng (P): $2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}_4=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;3;1)$.

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5+3i$. **B.** $-3+5i$. **C.** $-5-3i$. **D.** $5+3i$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

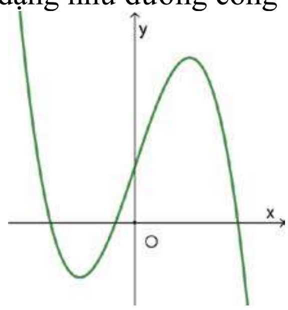
Câu 8. Biết $\int_0^1 f(x)dx=3$ và $\int_0^1 g(x)dx=-4$ khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_2=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(1;3;-2)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -16.

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,4$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kể quả nào dưới đây?

A. $1,7$ m. **B.** $1,5$ m. **C.** $1,9$ m. **D.** $2,4$ m.

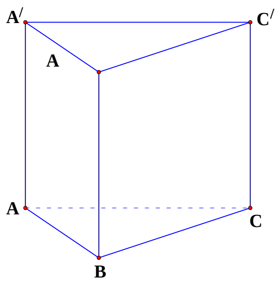
Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Câu 21. Cho khối chóp đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$ (minh hoạ như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ || 2	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 25. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Câu 26. Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}.\ln 3$. **C.** $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

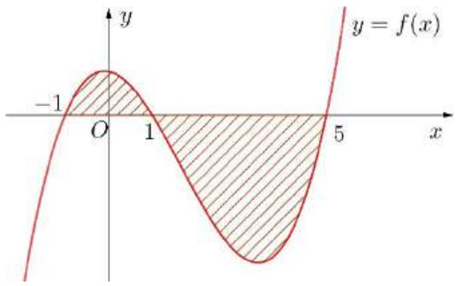
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là?

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(3;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $(-3;2)$.

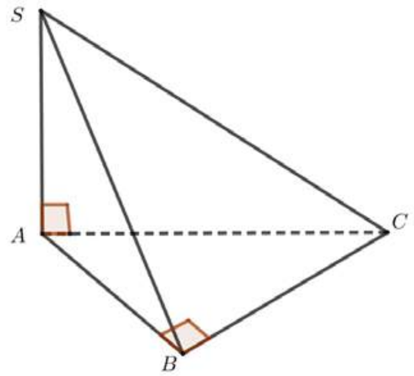
Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-1)-\frac{2}{x-1}+C$. **B.** $3\ln(x-1)+\frac{1}{x-1}+C$. **C.** $3\ln(x-1)-\frac{1}{x-1}+C$. **D.** $3\ln(x-1)+\frac{2}{x-1}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

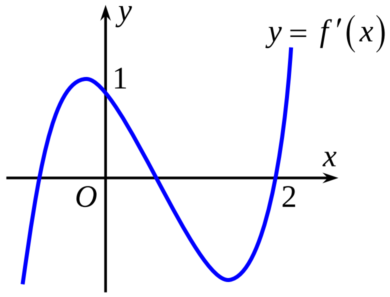
Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(6x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

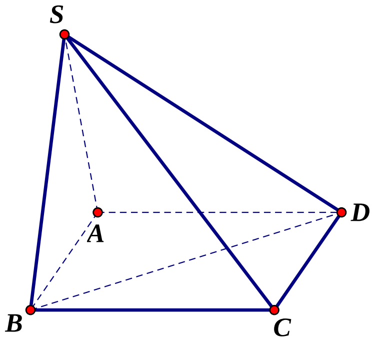
A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2)-2$. **B.** $m < f(2)-2$. **C.** $m \le f(0)$. **D.** $m < f(0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến (SBD) bằng? (minh họa như hình vẽ sau)

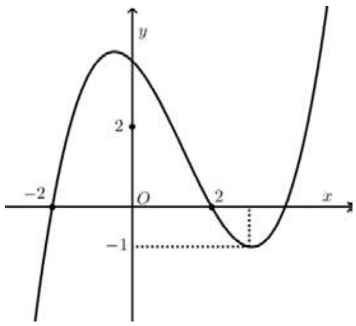


A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{13}{27}$. **B.** $\dfrac{14}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{365}{729}$.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là

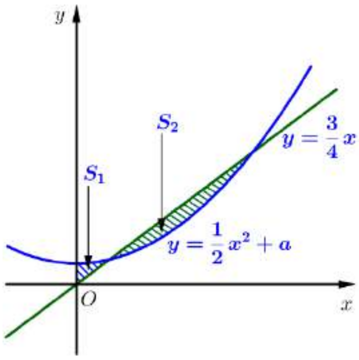


A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 23. **C.** $\dfrac{123}{5}$. **D.** -25.

Câu 43. Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}x$ và parbol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 12. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;-3;-5)$.

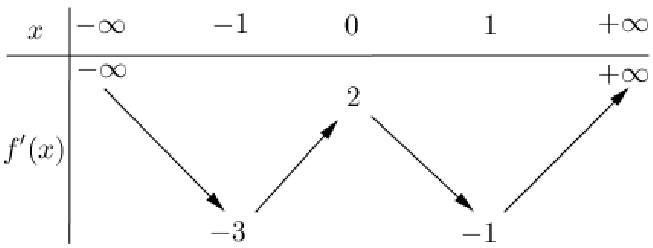
Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** Vô số. **D.** 81.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2+2x\right)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 49. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABA'B'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + \dfrac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

--------- **HẾT** ---------

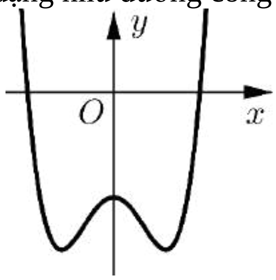
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019**
	Bài thi: TOÁN HỌC
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

MÃ ĐỀ 103

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-3;1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;-2)$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Câu 4. Biết $\int_1^2 f(x)\,dx=2$ và $\int_1^2 g(x)\,dx=6$, khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=1$.

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

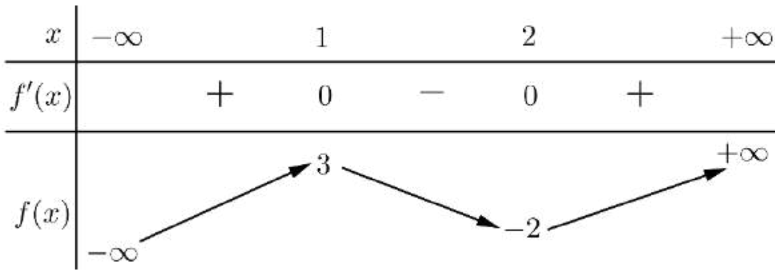
Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $-1+2i$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+3$ là

A. $2x^2+C$. **B.** x^2+3x+C. **C.** $2x^2+3x+C$. **D.** x^2+C.

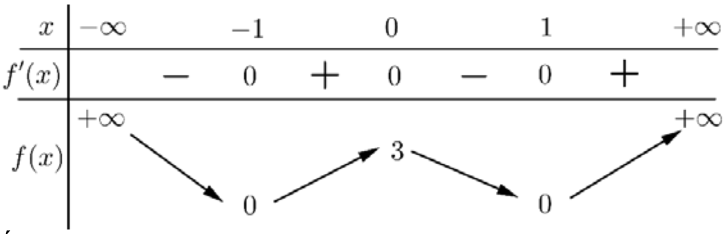
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(1;-3;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=\left(-2;1;3\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=\left(-2;1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;3;2\right)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

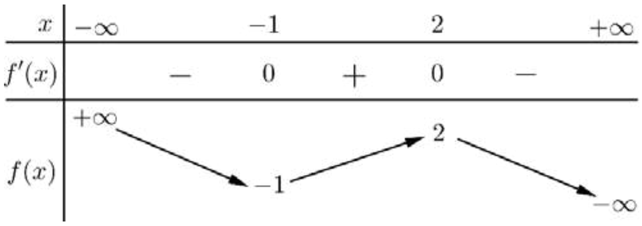
Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A. $\left(2;5\right)$. **B.** $\left(3;5\right)$. **C.** $\left(5;2\right)$. **D.** $\left(5;3\right)$.

Câu 18. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $\left(x^2-x\right)2^{x^2-x-1}$. **B.** $\left(2x-1\right).2^{x^2-x}$. **C.** $2^{x^2-x}.\ln 2$. **D.** $\left(2x-1\right).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

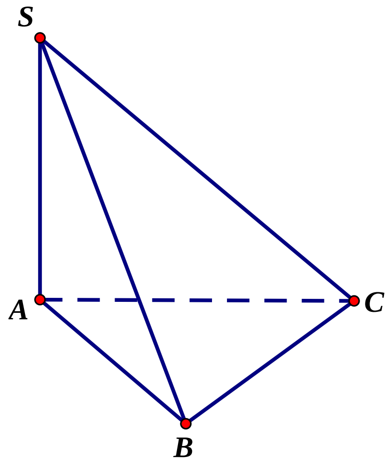
Câu 20. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 21. Cho a; b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

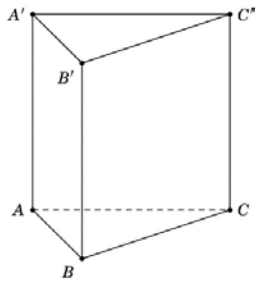
Câu 23. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. **B.** $2,6m$. **C.** $2,1m$. **D.** $2,3m$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$. **C.** $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

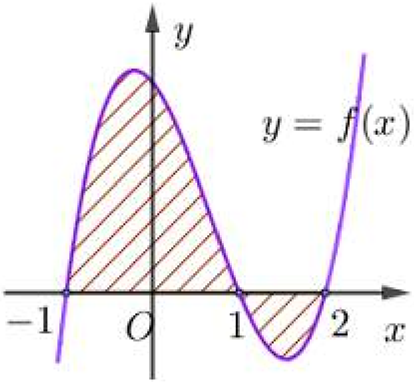
Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$1 \searrow -\infty$		||	$2 \searrow$	-3	$\nearrow 3$	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int_{-1}^{1} f(x)dx - \int_{1}^{2} f(x)dx$.

B. $S = -\int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx$.

C. $S = \int_{-1}^{1} f(x)dx - \int_{1}^{2} f(x)dx$.

D. $S = \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Gái trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa $(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i$. Môđun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+2) + \dfrac{1}{x+2} + C$. **B.** $2\ln(x+2) - \dfrac{1}{x+2} + C$. **C.** $2\ln(x+2) - \dfrac{3}{x+2} + C$. **D.** $2\ln(x+2) + \dfrac{3}{x+2} + C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2 - 4}{16}$.

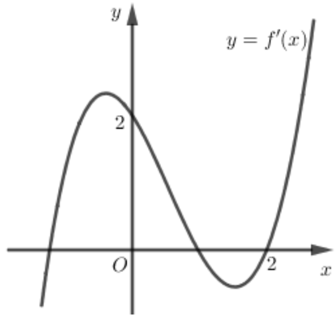
Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

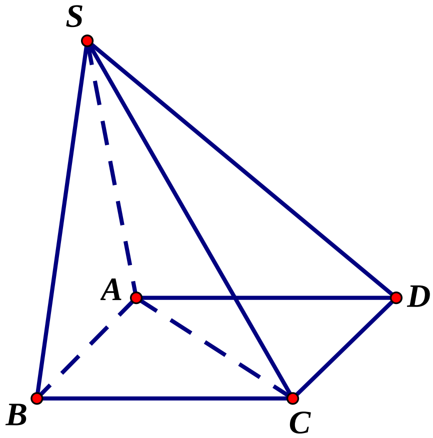
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\ge f(0)$. **D.** $m\ge f(2)-4$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

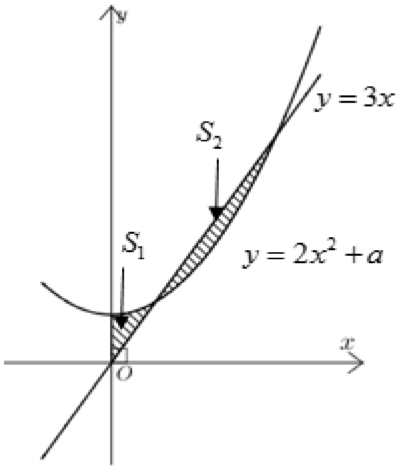


A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{21}$. **B.** $\dfrac{221}{441}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

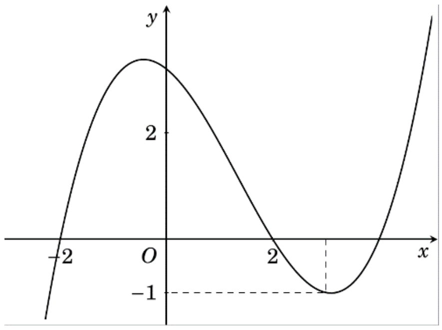
Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** -36.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}$ là



A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A. 123. **B.** 125. **C.** Vô số. **D.** 124.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(4x^2 - 4x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi *M*, *N*, *P* lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

-------- HẾT --------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019
	Bài thi: TOÁN HỌC
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

MÃ ĐỀ 104

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(4;3;1)$. **C.** $\vec{n}_2=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{17}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=2$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

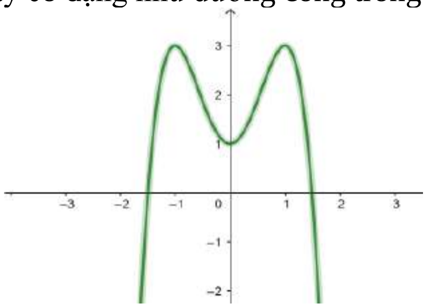
Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

A. $2x^2+4x+C$. **B.** x^2+4x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+C$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_1} = (3;-1;5)$.　　**B.** $\overrightarrow{u_3} = (2;6;-4)$.　　**C.** $\overrightarrow{u_4} = (-2;-4;6)$.　　**D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^2$ bằng?

A. $2\log_3 a$.　　**B.** $\frac{1}{2} + \log_3 a$.　　**C.** $\frac{1}{2}\log_3 a$.　　**D.** $2 + \log_3 a$.

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$.　　**B.** $\pi r^2 h$.　　**C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.　　**D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -2$.　　**B.** $x = 1$.　　**C.** $x = 3$.　　**D.** $x = 2$.

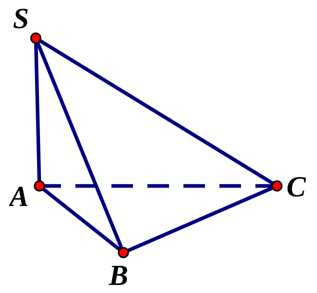
Câu 15. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_0^1 g(x)dx = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 6.　　**B.** -6.　　**C.** -2.　　**D.** 2.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i, z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là:

A. $(5;-1)$.　　**B.** $(-1;5)$.　　**C.** $(5;0)$.　　**D.** $(0;5)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$.　　**B.** $45°$.　　**C.** $30°$.　　**D.** $90°$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9.　　**B.** 3.　　**C.** 15.　　**D.** $\sqrt{7}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.　　**B.** $3x + y + z - 6 = 0$.　　**C.** $x + y + 2z - 6 = 0$.　　**D.** $3x - y - z = 0$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 10.　　**B.** 8.　　**C.** 16.　　**D.** 2.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18.　　**B.** -18.　　**C.** -2.　　**D.** 2.

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6m$. **B.** $2,5m$. **C.** $1,8m$. **D.** $2,1m$.

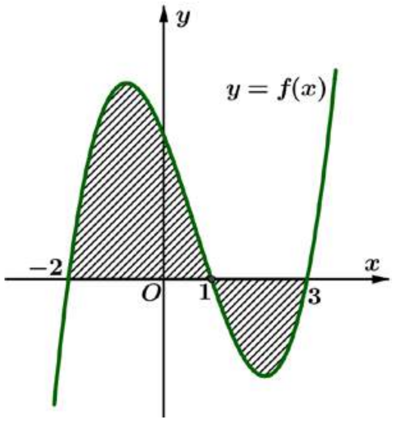
Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0			3		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$		$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$ -4	$\Vert$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int\limits_{-2}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)dx$.

B. $S=-\int\limits_{-2}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)dx$.

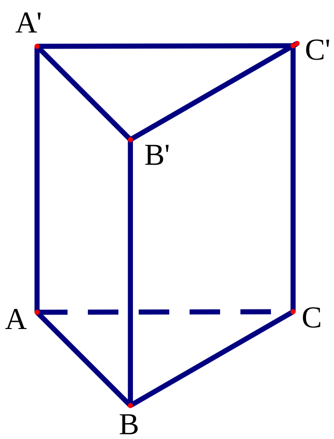
C. $S=\int\limits_{-2}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)dx$.

D. $S=-\int\limits_{-2}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)dx$.

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $3^{x^2-x}.\ln 3$. **B.** $(2x-1)3^{x^2-x}$. **C.** $\left(x^2-x\right).3^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1)3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

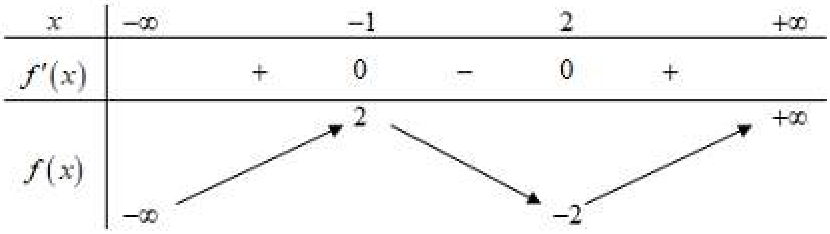
Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 28. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Cho số phức z thỏa $(2-i)z+3+16i=2(\overline{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

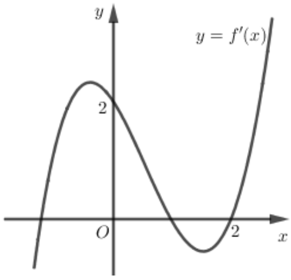
A. $3\ln(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+C$. **B.** $3\ln(x-2)+\dfrac{2}{x-2}+C$.

C. $3\ln(x-2)-\dfrac{2}{x-2}+C$. **D.** $3\ln(x-2)-\dfrac{4}{x-2}+C$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(4x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-4$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m<f(0)$. **D.** $m<f(2)-4$. .

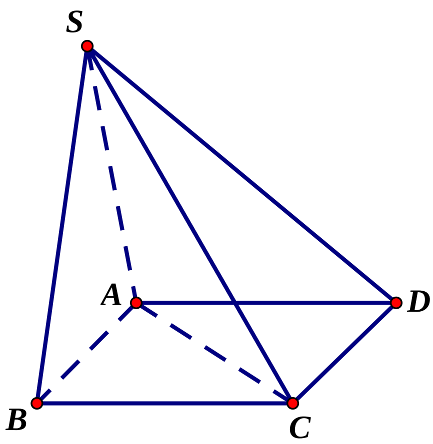
Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{265}{529}$. **D.** $\frac{12}{23}$.

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

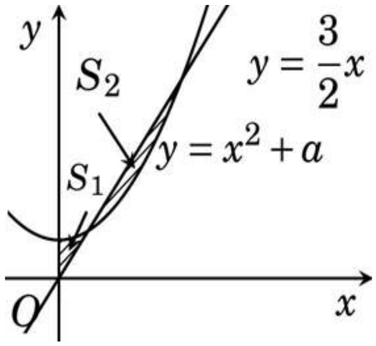
A. $6\pi\sqrt{3}$. **B.** $6\pi\sqrt{39}$. **C.** $3\pi\sqrt{39}$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



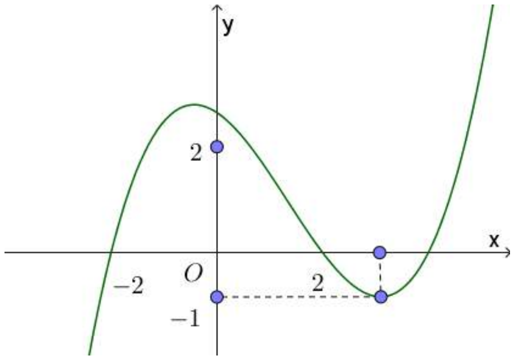
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây



A. $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$.　　**B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.　　**C.** $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$.　　**D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \frac{2}{3}$ là



A. 6.　　**B.** 10.　　**C.** 3.　　**D.** 9.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w = \frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52.　　**B.** $2\sqrt{13}$.　　**C.** $2\sqrt{11}$.　　**D.** 44.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3) = 1$ và $\int_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 3.　　**B.** 7.　　**C.** -9.　　**D.** $\frac{25}{3}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$.　　**B.** $M(0;8;-5)$.　　**C.** $N(0;2;-5)$.　　**D.** $P(0;-2;-5)$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$.　　**B.** $8\sqrt{3}$.　　**C.** $6\sqrt{3}$.　　**D.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất các các giải trịcủa m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

-------- HẾT --------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề 101

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. **B.** $2+\log_5 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_5 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow \forall x\in(0;2) \Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Nghiệm phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

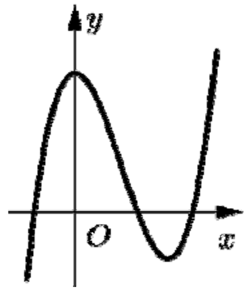
A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_2=u_1+d \Leftrightarrow 9=3+d \Rightarrow d=6$

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên loại C và D.

Khi $x \to -\infty$ thì $y \to -\infty$ nên hệ số $a > 0$. Vậy chọn A.

Câu 7. Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của *d*?

A. $\overrightarrow{u_2} = (2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao *h* và bán kính *r* là

A. $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx = -2 - 3 = -5$.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Lời giải

Chọn C

$z=3-4i \Rightarrow \overline{z}=3+4i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

A. x^2+5x+C. **B.** $2x^2+5x+C$. **C.** $2x^2+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2x+5)\mathrm{d}x=x^2+5x+C$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

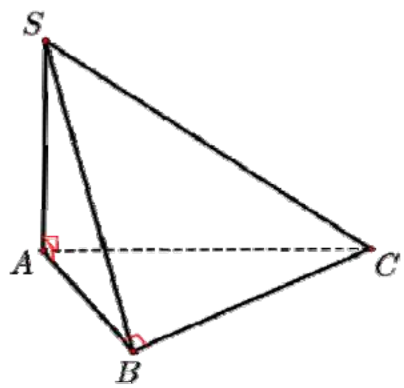
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ tại ba điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x)-3=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

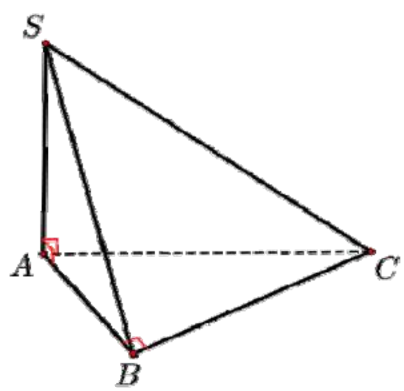
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn B



Ta thấy hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) là AC nên $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$.

Mà $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$ nên $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=1$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1+z_2=6, z_1.z_2=10$.

Suy ra $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=6^2-20=16$.

Câu 19. Cho hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$. **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=x^3-3x+2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Mặt khác : $f(-3)=-16, f(-1)=4, f(1)=0, f(3)=20$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=20$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

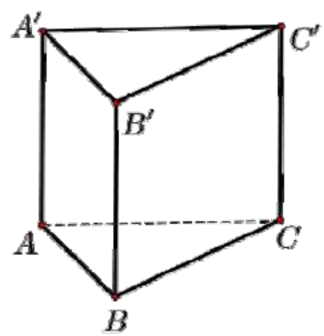
Chọn C

Ta có:

$(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3^2$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R=3$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a$ (hình minh họa như hình vẽ). Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: ABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta lại có $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA'=\sqrt{3}a$ là đường cao của khối lăng trụ.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét $f'(x)=x(x+2)^2$. Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\log_2 a+\log_2 b=\log_2 a^4+\log_2 b=\log_2 a^4b=\log_2 16=4$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có toạ độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn A

- $3z_1+z_2=3(1-i)+(1+2i)=4-i$.
- Vậy số phức $z=3z_1+z_2$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ Oxy là $M(4;-1)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

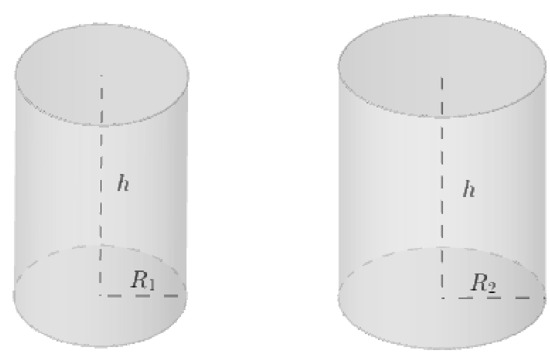
- $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ (1)
- (1) $\Leftrightarrow \log_3[3.(x+1)]=\log_3(4x+1)\Leftrightarrow 3x+3=4x+1>0\Leftrightarrow x=2$.
- Vậy (1) có một nghiệm $x=2$.

Câu 27. Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m.$ **B.** $1,4m.$ **C.** $2,2m.$ **D.** $1,6m.$

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$V_1=\pi R_1^2h=\pi h$ và $V_2=\pi R_2^2h=\dfrac{36\pi}{25}h.$

Theo đề bài ta lại có: $V=V_1+V_2=V_1=\pi h+\dfrac{36\pi}{25}h=\dfrac{61\pi}{25}h=\pi R^2h.$

$\Leftrightarrow R^2=\dfrac{61}{25}\Leftrightarrow R=1,56$ (V,R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

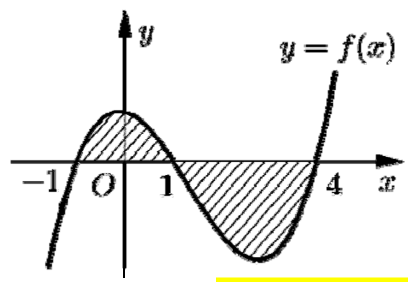
Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 29. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

D. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=\int\limits_{-1}^{4}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int\limits_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|dx+\int\limits_{1}^{4}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;3;0\right)$ và $B\left(5;1;-2\right)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I\left(3;2;-1\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(4;-2;-2\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $4\left(x-3\right)-2\left(y-2\right)-2\left(z+1\right)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{\left(x+1\right)^2}$ trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$ là

A. $2\ln\left(x+1\right)+\dfrac{2}{x+1}+C$.

B. $2\ln\left(x+1\right)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

C. $2\ln(x+1)-\frac{2}{x+1}+C$.　　**D.** $2\ln(x+1)-\frac{3}{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{2x-1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\int\frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=2\int\frac{\mathrm{d}x}{x+1}-3\int\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=2\ln|x+1|+\frac{3}{x+1}+C$.

Vì $x\in(-1;+\infty)$ nên $\int f(x)dx=2\ln(x+1)+\frac{3}{x+1}+C$

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+4}{16}$.　　**B.** $\frac{\pi^2+14\pi}{16}$.　　**C.** $\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.　　**D.** $\frac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\int f'(x)dx=\int(2\cos^2 x+1)dx=\int(2+\cos 2x)dx=2x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Theo bài: $f(0)=4\Leftrightarrow 2.0+\frac{1}{2}.\sin 0+C=4\Leftrightarrow C=4$. Suy ra $f(x)=2x+\frac{1}{2}\sin 2x+4$.

Vậy:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x+\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(x^2-\frac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\left(\frac{\pi^2}{16}+\pi\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$.　　**B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.　　**C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.　　**D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. 3.　　**B.** 5.　　**C.** $\sqrt{5}$.　　**D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$ $(x,\ y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i\Leftrightarrow 3(x-yi)-(2-i)(x+yi)=3+7i$

$\Leftrightarrow x-y+(x-5y)i=3+7i\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=3\\x-5y=7\end{cases}\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$.

Suy ra $z = 2 - i$.
Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

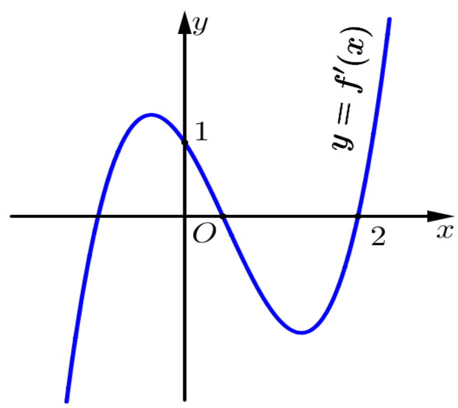
Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 < 3-2x < -1 \\ 3-2x > 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < 3 \\ x < 1 \end{array}\right.$.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

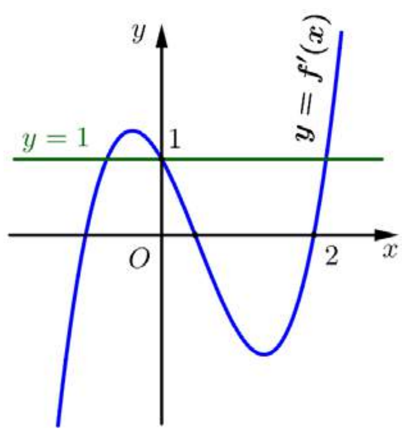


Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge f(2) - 2$. **B.** $m \ge f(0)$. **C.** $m > f(2) - 2$. **D.** $m > f(0)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $f(x) < x + m \Leftrightarrow g(x) = f(x) - x < m$.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy: $g'(x) = f'(x) - 1 < 0 \Rightarrow \max\limits_{(0;2)} g(x) = g(0) = f(0)$.

Do đó: bất phương trình $f(x) < x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

$\max_{(0;2)} g(x) \le m \Rightarrow f(0) \le m$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{25}$. **C.** $\frac{12}{25}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{25}^2 = 300$ (kết quả đồng khả năng xảy ra).

Gọi biến cố A là biến cố cần tìm.

Nhận xét: tổng của hai số là một số chẵn có 2 trường hợp:

+ TH1: tổng của hai số chẵn

Từ số 1 đến số 25 có 13 số chẵn, chọn 2 trong 13 số chẵn có: $C_{13}^2 = 78$ (cách)

+ TH2: tổng của hai số chẵn

Từ số 1 đến số 25 có 12 số chẵn, chọn 2 trong 12 số chẵn có: $C_{12}^2 = 66$ (cách)

Suy ra: $n(A) = 78 + 66 = 144$

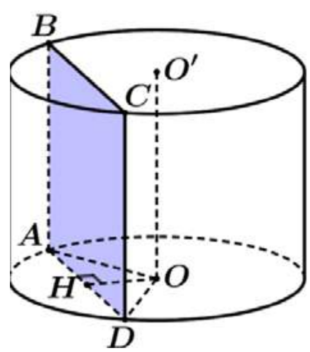
Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{144}{300} = \frac{12}{25}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Goi hình trụ có hai đáy là O, O' và bán kính R.

Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ với AB là chiều cao khi đó $AB = CD = 5\sqrt{3}$ suy ra $AD = BC = \frac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của AD ta có $OH = 1$ suy ra $R = \sqrt{OH^2 + \frac{AD^2}{4}} = \sqrt{1 + \frac{(2\sqrt{3})^2}{4}} = 2$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2.5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>\dfrac{1}{3}$

Phương trình tương đương với:

$$\log_3 x-\log_3\left(3x-1\right)=-\log_3 m\Leftrightarrow \log_3\frac{3x-1}{x}=\log_3 m\Leftrightarrow m=\frac{3x-1}{x}=f\left(x\right)$$

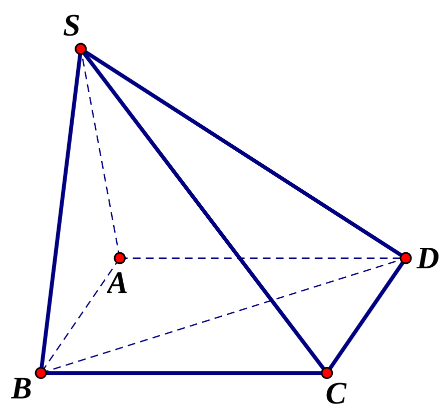
Xét $f\left(x\right)=\dfrac{3x-1}{x};x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$; $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}>0;\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	3

Để phương trình có nghiệm thì $m\in\left(0;3\right)$, suy ra có 2 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBD\right)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

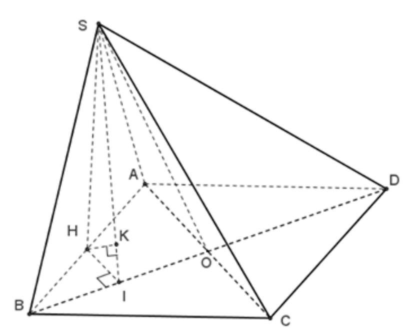
B. $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB. Suy ra $SH\perp\left(ABCD\right)$.

Ta có $\dfrac{d\left(H,\left(SBD\right)\right)}{d\left(A,\left(SBD\right)\right)}=\dfrac{BH}{BA}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(A,\left(SBD\right)\right)=2d\left(H,\left(SBD\right)\right)$.

Gọi I là trung điểm OB, suy ra $HI \parallel OA$ (với O là tâm của đáy hình vuông).

Suy ra $HI = \frac{1}{2}OA = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lại có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Vẽ $HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SBD)$. Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d\left(A,(SBD)\right) = 2d\left(H,(SBD)\right) = 2HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4) = 1$ và $\int_0^1 xf(4x)\,dx = 1$, khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)\,dx$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** -16. **C.** 8. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 4x \Rightarrow dt = 4dx$

Khi đó: $\int_0^1 xf(4x)\,dx = \int_0^4 \frac{t.f(t)}{16}\,dt = 1 \Rightarrow \int_0^4 xf(x)\,dx = 16$

Xét: $\int_0^4 x^2 f'(x)\,dx$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có:

$\int_0^4 x^2 f'(x)\,dx = x^2 f(x)\Big|_0^4 - \int_0^4 2x.f(x)\,dx = 16.f(4) - 2\int_0^4 x.f(x)\,dx = 16 - 2.16 = -16$

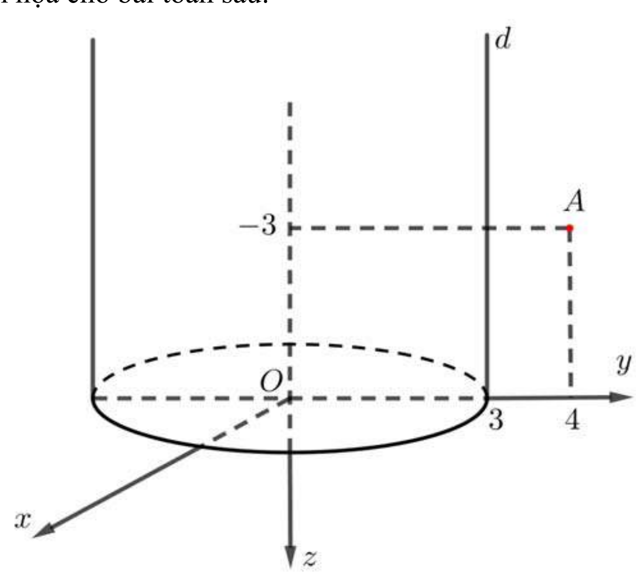
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d(A;d)_{\min} = |d(A;Oz) - d(d;Oz)| = 1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $(0;3;0)$ và do $d // Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương của $d \Rightarrow d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn đáp án C. $N(0;3;-5)$.

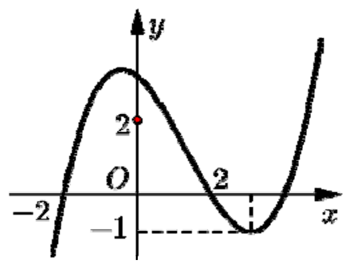
Cách 2: Điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) và có tung độ dương.

Đường thẳng d thuộc mặt trụ có trục là Oz và có bán kính bằng 3 (phương trình: $x^2 + y^2 = 9$).

Do đó khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d phải nằm trong mặt phẳng (Oyz) và cách Oz một khoảng bằng 3, đồng thời đi qua điểm có tung độ dương.

Vậy d đi qua điểm $N(0;3;-5)$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{4}{3}$ (1).

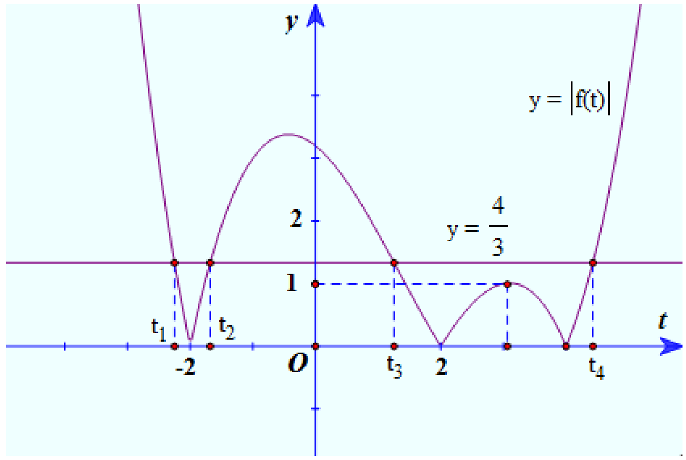
Đặt $t = x^3 - 3x$, ta có: $t' = 3x^2 - 3$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình (1) trở thành $|f(t)| = \dfrac{4}{3}$ với $t \in \mathbb{R}$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ như sau:



Suy ra phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4$.

Từ bảng biến thiên ban đầu ta có:

+) $x^3-3x=t_1$ có 1 nghiệm x_1.

+) $x^3-3x=t_4$ có 1 nghiệm x_2.

+) $x^3-3x=t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_3, x_5.

+) $x^3-3x=t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $\mathrm{w}=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=\dfrac{4+iz}{1+z}\Rightarrow \mathrm{w}(1+z)=4+iz\Leftrightarrow z\left(\mathrm{w}-i\right)=4-\mathrm{w}\Rightarrow\sqrt{2}\left|\mathrm{w}-i\right|=\left|4-\mathrm{w}\right|$

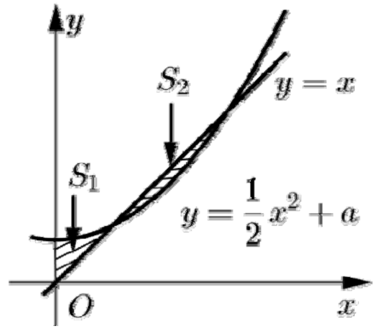
Đặt $\mathrm{w}=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

Ta có $\sqrt{2}.\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{\left(x-4\right)^2+y^2}\Leftrightarrow 2\left(x^2+y^2-2y+1\right)=x^2-8x+16+y^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow\left(x+4\right)^2+\left(y-2\right)^2=34$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của các số phức w là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$

Câu 45. Cho đường thẳng $y=x$ và Parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$.　　**B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$.　　**C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$.　　**D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét phương trình tương giao: $\frac{1}{2}x^2 + a = x$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 2a = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 - \sqrt{1-2a} \\ x_1 = 1 + \sqrt{1-2a} \end{array}\right.$, với điều kiện $0 < a < \frac{1}{2}$.

Đặt $t = \sqrt{1-2a}, (t \ge 0) \Rightarrow a = \frac{1-t^2}{2}$.

Xét $g(x) = x^2 - x + a$ và $\int g(x)dx = G(x) + C$.

Theo giả thiết ta có $S_1 = \int_0^{x_1} g(x)dx = G(x_1) - G(0)$.

$S_2 = -\int_{x_1}^{x_2} g(x)dx = G(x_1) - G(x_2)$.

Do $S_1 = S_2 \Rightarrow G(x_2) = G(0) \Rightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{1}{2}x_2^2 + ax_2 = 0$

$\Rightarrow x_2^2 - 3x_2 + 6a = 0 \Rightarrow (1+t)^2 - 3(1+t) + 6\left(\frac{1-t^2}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow -2t^2 - t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$ và $t = -1$ (loại).

Khi $t = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{8}$.

Cách 2:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x$ và $y = \frac{1}{2}x^2 + a$:

$x = \frac{1}{2}x^2 + a \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - x + a = 0$ (có $\Delta = 1 - 2a$)

Theo hình, ta có: $0 < a < \frac{1}{2}$.

Gọi $x_1, x_2\ (0 < x_1 < x_2)$ là hai hoành độ giao điểm: $x_1 = 1 - \sqrt{1-2a}$, $x_2 = 1 + \sqrt{1-2a}$ (1).

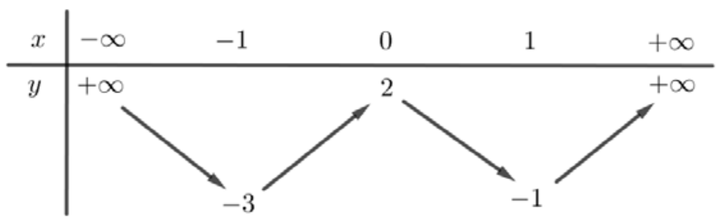
$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2 + a - x\right)dx = \int_{x_1}^{x_2}\left(x - \frac{1}{2}x^2 - a\right)dx.$$

Khi $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}x^3 + ax - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^{x_1} = \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 - ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}$.

$$\Leftrightarrow \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_2^3}{6} - ax_2 = 0 \Leftrightarrow 3x_2 - x_2^2 - 6a = 0. \ (2)$$

Từ $(1),(2) \Leftrightarrow \sqrt{1-2a} = 4a - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \frac{1}{4} \\ 16a^2 - 6a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{3}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



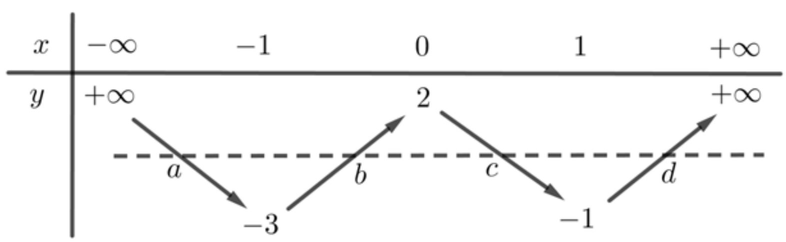
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Từ bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f'(x) = 0$ có các nghiệm tương ứng là $\left[\begin{array}{l} x = a, a \in (-\infty; -1) \\ x = b, b \in (-1; 0) \\ x = c, c \in (0; 1) \\ x = d, d \in (1; +\infty) \end{array}\right.$.

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2x) \Rightarrow y' = 2(x-1) f'(x^2 - 2x)$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 2(x-1) f'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & \\ x^2 - 2x = a & (1) \\ x^2 - 2x = b & (2) \\ x^2 - 2x = c & (3) \\ x^2 - 2x = d & (4) \end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x) = x^2 - 2x$ ta có $h(x) = x^2 - 2x = -1 + (x-1)^2 \ge -1, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó

Phương trình $x^2 - 2x = a, (a < -1)$ vô nghiệm.

Phương trình $x^2-2x=b,(-1<b<0)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ không trùng với nghiệm của phương trình (1).

Phương trình $x^2-2x=c,(0<c<1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_3;x_4$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Phương trình $x^2-2x=d,(d>1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_5;x_6$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2) và phương trình (3).

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Cách 2

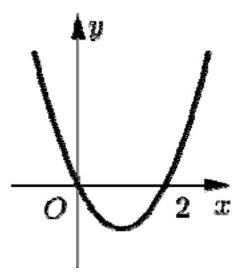
Từ bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng là $\left[\begin{array}{l} x=a,a\in(-\infty;-1) \\ x=b,b\in(-1;0) \\ x=c,c\in(0;1) \\ x=d,d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow 2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=1 & \\ x^2-2x=a & (1) \\ x^2-2x=b & (2) \\ x^2-2x=c & (3) \\ x^2-2x=d & (4) \end{array}\right..$$

Vẽ đồ thị hàm số $h(x)=x^2-2x$



Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2);(3);(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm. Các nghiệm đều phân biệt nhau.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

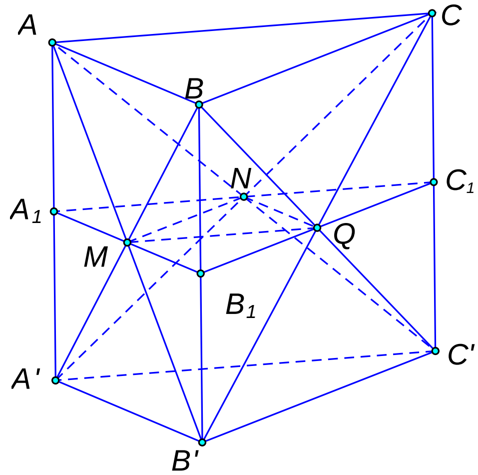
Câu 47. Cho lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng:

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=\dfrac{8.6^2\sqrt{3}}{4}=72\sqrt{3}$.

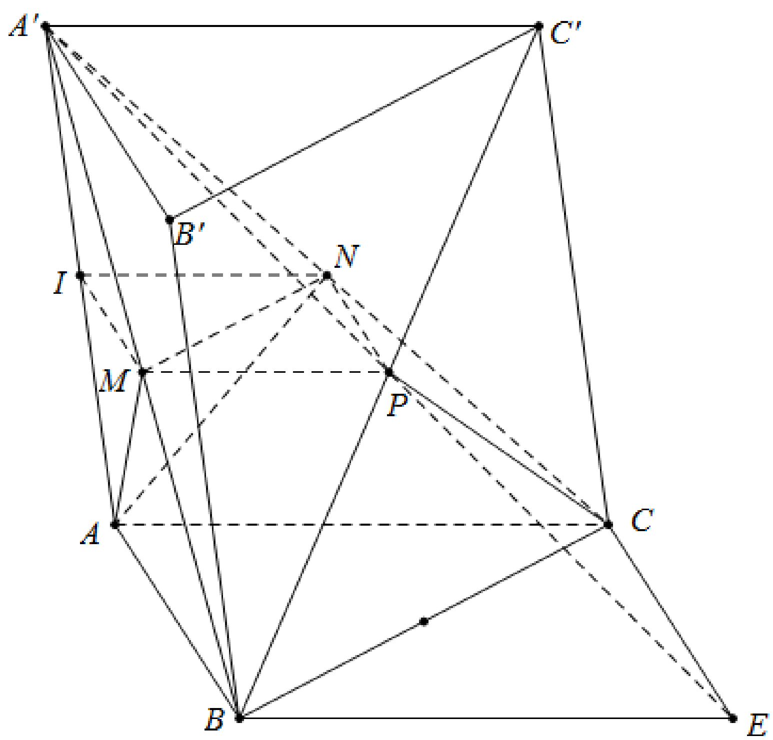
Gọi A_1,B_1,C_1 là trung điểm của AA',BB',CC'.

Thể tích khối đa diện cần tính là thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$, trừ đi thể tích các khối chóp $AA_1MN;BB_1MP;CC_1NP$.

Thể tích khối chóp AA_1MN bằng $\dfrac{1}{3}.\dfrac{8}{2}.\dfrac{\frac{6^2\sqrt{3}}{4}}{4}=\dfrac{V}{24}$.

Vậy thể tích khối đa diện cần tính là $V_{ABCMNP}=\dfrac{V}{2}-3\dfrac{V}{24}=\dfrac{3V}{8}=27\sqrt{3}.$

Cách 2:



Diện tích của đáy $S=6^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$, chiều cao lăng trụ $h=8$.

Gọi I là trung điểm AA'. Ta có $(MINP)//(ABC)$.

Gọi E là giao điểm của $A'P$ và (ABC), suy ra $BE//AC$ và $BE=2MP=AC$, hay E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABEC$.

Ta có $V=V_{A'.ABEC}-V_{P.BEC}-V_{A'.IMPN}-V_{A.IMN}$.

Trong đó:

$V_{A'.ABEC}=\frac{1}{3}.2S.h=\frac{2}{3}Sh$.

$V_{P.BEC}=\frac{1}{3}.S_{BEC}.d\left(P,(ABC)\right)=\frac{1}{3}S.\frac{1}{2}h=\frac{1}{6}Sh$.

$V_{A'.IMPN}=\frac{1}{3}S_{IMPN}.d\left(A',(IMPN)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}S.\frac{1}{2}h=\frac{1}{12}Sh$.

$V_{A.IMN}=\frac{1}{3}S_{IMN}.d\left(A,(IMN)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}S.\frac{1}{2}h=\frac{1}{24}Sh$.

Vậy $V=V_{A'.ABEC}-V_{P.BEC}-V_{A'.IMPN}-V_{A.IMN}=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{24}\right)Sh=\frac{3}{8}Sh=27\sqrt{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

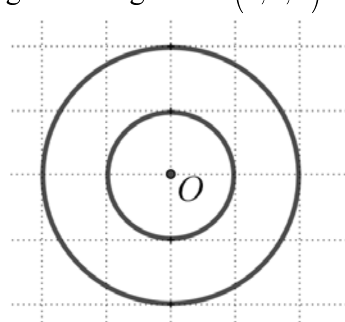
Lời giải

Chọn A

Do $A(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $A(a;b;0)$.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi $R\le IA\le R\sqrt{2}\Leftrightarrow 3\le a^2+b^2+2\le 6\Leftrightarrow 1\le a^2+b^2\le 4$.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn (kể cả biên), nằm trong mặt phẳng (Oxy), tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O(0;0;0)$ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Xét phương trình $\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}=|x+2|-x+m$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x=m \qquad (1)$

Hàm số

$$p(x)=\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x=\begin{cases}\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-2 & \text{khi } x\ge -2\\ \dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+2x+2 & \text{khi } x<-2\end{cases}$$

Ta có $p'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-2)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in(-2;+\infty)\setminus\{-1;0;1;2\}\\ \dfrac{1}{(x-2)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+2>0,\forall x<-2\end{cases}$ nên hàm số

$y=p(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$.

Mặt khác ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}p(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}p(x)=-\infty$.

Bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$ $\quad$ -2 $\quad$ -1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$ ‖	$+$ ‖	$+$ ‖	$+$ ‖	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow \frac{49}{12} \nearrow +\infty$ ‖	$-\infty \nearrow +\infty$ ‖	$-\infty \nearrow +\infty$ ‖	$-\infty \nearrow +\infty$ ‖	$-\infty \nearrow 2$

Do đó để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=p(x)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m\ge 2$.

Cách 2:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2):

$\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}=|x+2|-x+m$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x-m=0 \ (1).$

Đặt $f(x)=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x-m$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1;2\}$.

$$f'(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x+2}{|x+2|}+1$$

$$=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{|x+2|-(x+2)}{|x+2|}$$

$\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in D, x\ne -2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \parallel -\infty$	$\nearrow$	$2-m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2-m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 2$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x\ge \log_7 m \end{cases}$

Với $m=1$, phương trình trở thành $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-1}=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ 7^x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \\ \log_2 x=-\dfrac{5}{4} \\ x=0 \quad (loai) \end{array}\right..$$

Phương trình này có hai nghiệm (thỏa)

Với $m\ge 2$, điều kiện phương trình là $x\ge \log_7 m$

$$\text{Pt}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ 7^x-m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \\ \log_2 x=-\dfrac{5}{4} \\ 7^x=m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{\frac{-5}{4}} \\ 7^x=m \end{array}\right.$$

Do $x=2^{-\frac{5}{4}}\approx 2,26$ không là số nguyên, nên phương trình có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m\ge 3 \\ m<7^2 \end{cases}$ (nghiệm $x=2^{\frac{-5}{4}}$ không thỏa điều kiện và nghiệm $x=2$ thỏa điều kiện và khác $\log_7 m$)

Vậy $m\in\{3;4;5;...;48\}$. Suy ra có 46 giá trị của m.

Do đó có tất cả 47 giá trị của m

Cách 2:

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 7^x-m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 7^x\ge m \end{cases}$.

* Trường hợp $m\le 0$ thì $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0$

$$\Leftrightarrow \left(\log_2 x-1\right)\left(4\log_2 x+5\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \\ \log_2 x=-\dfrac{5}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{-\frac{5}{4}} \end{array}\right..$$

Trường hợp này không thỏa điều kiện m nguyên dương.

* Trường hợp $m > 0$, ta có $\begin{cases} x > 0 \\ 7^x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \log_7 m$ nếu $m > 1$ và $x > 0$ nếu $0 < m \leq 1$.

Khi đó $\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ \sqrt{7^x - m} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{5}{4}} \\ x = \log_7 m \end{array}\right.$.

+ Xét $0 < m \leq 1$ thì nghiệm $x = \log_7 m \leq 0$ nên trường hợp này phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x = 2; x = 2^{-\frac{5}{4}}$ thỏa mãn điều kiện.

+ Xét $m > 1$, khi đó điều kiện của phương trình là $x \geq \log_7 m$.

Vì $2 > 2^{-\frac{5}{4}}$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $2 > \log_7 m \geq 2^{-\frac{5}{4}}$

$\Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}} \leq m < 7^2$.

Trường hợp này $m \in \{3; 4; 5; ...; 48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của m.

Tóm lại có 47 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

---HẾT---

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề 102

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+6$ là

A. x^2+6x+C. **B.** $2x^2+C$. **C.** $2x^2+6x+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Chọn A.

$f\left(x\right)=2x+6$ có họ tất cả các nguyên hàm là $F\left(x\right)=x^2+6x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $\left(P\right)$: $2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$

A. $\vec{n}_1=\left(2;-1;-3\right)$. **B.** $\vec{n}_4=\left(2;1;3\right)$. **C.** $\vec{n}_2=\left(2;-1;3\right)$. **D.** $\vec{n}_3=\left(2;3;1\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$\left(P\right)$: $2x-y+3z+1=0$ có một vtpt là $\vec{n}_2=\left(2;-1;3\right)$.

Câu 3: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5+3i$. **B.** $-3+5i$. **C.** $-5-3i$. **D.** $5+3i$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_5 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_5 a$. **C.** $3+\log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_5 a^3=3\log_5 a$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(3;-1;1\right)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $\left(3;0;0\right)$. **B.** $\left(3;-1;0\right)$. **C.** $\left(0;0;1\right)$. **D.** $\left(0;-1;0\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(3;-1;1\right)$ trên trục Oz có tọa độ là $\left(0;0;1\right)$.

Câu 7: Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Lời giải

Chọn C.

Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là C_5^2.

Câu 8: Biết $\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=3$ và $\int\limits_0^1 g\left(x\right)dx=-4$ khi đó $\int\limits_0^1\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^1 \left[f(x) + g(x) \right] dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 3 - 4 = -1$.

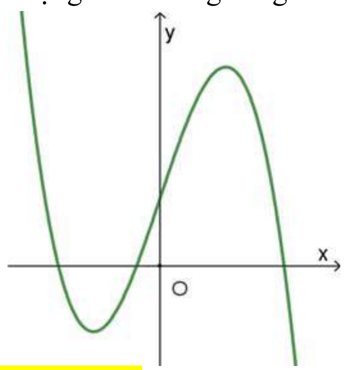
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1 = (2;5;3)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_2 = (1;3;2)$. **D.** $\vec{u}_3 = (1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị trên là của hàm số bậc ba (loại **A** và **D**).

Nhánh cuối cùng đi xuống nên $a < 0$, nên **Chọn B.**

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Công sai của cấp số cộng này là: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Câu 12: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là.

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta xét phương trình $3^{2x+1} = 27$

$\Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $(-2;0)$ thì y' mang dấu dương.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)\Leftrightarrow \log_2(x+1)=\log_2\left[2(x-1)\right]\Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x+1=2x-2 \end{cases}\Leftrightarrow x=3.$$

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -16.

Lời giải

Chọn D.

$f'(x)=3x^2-3$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-3;3] \\ x=-1\in[-3;3] \end{array}\right.$$

$f(-3)=-16$; $f(3)=20$; $f(-1)=4$; $f(1)=0$.

Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-16$.

Câu 18: Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,4\text{ m}$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kế quả nào dưới đây?

A. $1,7\text{ m}$. **B.** $1,5\text{ m}$. **C.** $1,9\text{ m}$. **D.** $2,4\text{ m}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $R_1 = 1$ m, $R_2 = 1,4$ m, R_3 lần lượt là bán kính của các bể nước hình trụ thứ nhất, thứ hai và bể nước mới.

Ta có $V_1 + V_2 = V_3 \Leftrightarrow \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h = \pi R_3^2 h \Leftrightarrow R_3 = \sqrt{1 + 1,4^2} = 1,7$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f'(x) = x(x-2)^2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$, trong đó $x = 0$ là nghiệm đơn; $x = 2$ là nghiệm bội chẵn

Vậy hàm số có một cực trị là $x = 0$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Lời giải

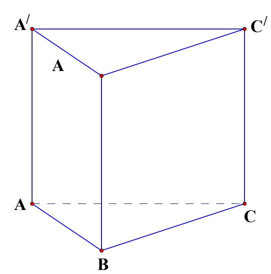
Chọn B.

Cách 1: Ta có: $z^2 - 6z + 14 = 0$ có 2 nghiệm $z_{1,2} = 3 \pm \sqrt{5}i$

Do đó $z_1^2 + z_2^2 = \left(3 - \sqrt{5}i\right)^2 + \left(3 + \sqrt{5}i\right)^2 = 8$.

Cách 2: Áp dụng định lý Vi ét ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 6^2 - 2.14 = 8$.

Câu 21: Cho khối chóp đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh hoạ như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = 2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2+z^2=9$

Vậy bán kính mặt cầu là $R=3$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 0

Lời giải

Chọn C.

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{3}\ (*)$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $(*)$ có bốn nghiệm.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert 2$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty \to x=0$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=0 \to y=0$ là tiệm cận ngang.

Tổng số tiệm cận là 2

Câu 25: Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $3\log_2 a+2\log_2 b=\log_2\left(a^3b^2\right)=\log_2 32=5$.

Câu 26: Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}.\ln 3$. **C.** $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$ ta được $y' = (2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là?

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(1;1;1)$ là trung điểm của AB.

$\overrightarrow{AB} = (4;-2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm I và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB} = (4;-2;2)$ làm một véc tơ pháp tuyến có phương trình là: $2(x-1)-(y-1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-2=0$.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(3;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $(-3;2)$.

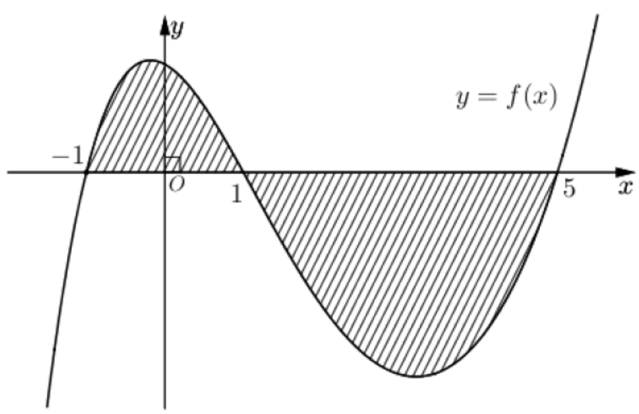
Lời giải

Chọn C.

$2z_1+z_2 = 2(-2+i)+1+i = -3+3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(-3;3)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$.

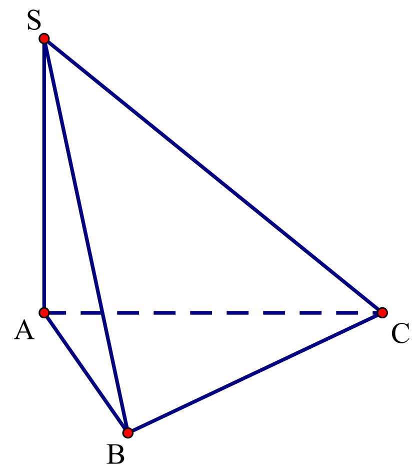
Lời giải

Chọn B.

Ta có diện tích hình phẳng cần tìm

$$S=\int_{-1}^{5}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{5}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{5}f(x)\mathrm{d}x.$$

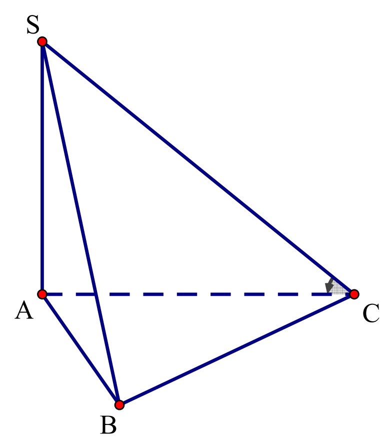
Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}=2a$

A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), C là hình chiếu của C lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow\left(\widehat{SC;(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC;AC}\right)=\widehat{SCA}$.

$\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2a}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45°$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z = x + yi \ \left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$.

Ta có $3\left(\overline{z} - i\right) - \left(2 + 3i\right)z = 7 - 16i \Leftrightarrow 3\left(x - yi - i\right) - \left(2 + 3i\right)\left(x + yi\right) = 7 - 16i$

$\Leftrightarrow 3x - 3yi - 3i - 2x - 2yi - 3xi + 3y = 7 - 16i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 7 \\ -5y - 3 - 3x = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy $z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

$\overrightarrow{BC} = (2;0;-1), \overrightarrow{BD} = (-2;-1;3)$

Mặt phẳng (BCD) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1;-4;-2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$. Do đó loại đáp án A, **B.**

Thay tọa độ của điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình ở đáp án C và D thì thấy đáp án C thỏa mãn.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2 + 2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(x) = 2\cos^2 x + 3 = 4 + \cos 2x$

$\Rightarrow f(x) = 4x + \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$

$f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x + \frac{1}{2}\sin 2x + 4\right)\mathrm{d}x = \left(2x^2 - \frac{1}{4}\cos 2x + 4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}.$$

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x - 1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-1) - \dfrac{2}{x-1} + C$. **B.** $3\ln(x-1) + \dfrac{1}{x-1} + C$.

C. $3\ln(x-1) - \dfrac{1}{x-1} + C$. **D.** $3\ln(x-1) + \dfrac{2}{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = x - 1$

$$\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{3(t+1)-1}{t^2}\mathrm{d}t = \int \frac{3t+2}{t^2}\mathrm{d}t = \int \frac{3}{t}\mathrm{d}t + \int \frac{2}{t^2}\mathrm{d}t = 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = f(5-2x) \Rightarrow y' = -2f'(5-2x)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' \le 0 \Rightarrow -2f'(5-2x) \le 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \ge 0$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $f'(5-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x \ge 1 \\ -3 \le 5-2x \le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 2 \\ 3 \le x \le 4 \end{array}\right.$.

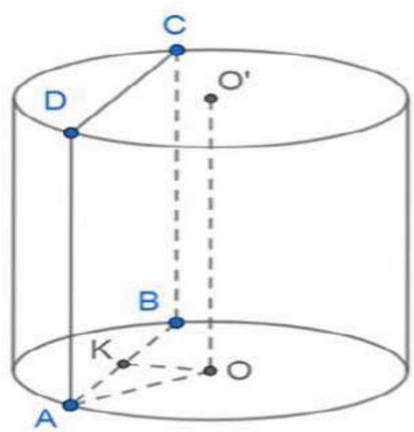
Vậy hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(3;4), (-\infty;2)$.

Câu 36: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

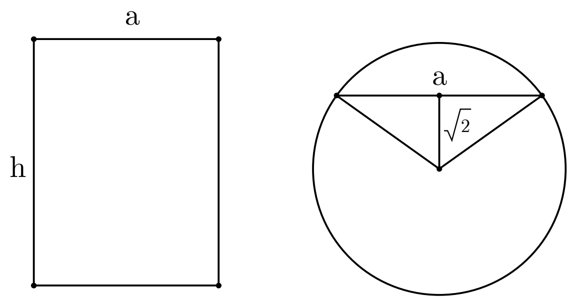
Chọn D.



Ta có $AB = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, $OK = \sqrt{2}$ nên $r = OA = OB = 2$.

Do đó diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.2.4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$.

Cách 2:



Ta có thiết diện và đáy của hình trụ như hình vẽ trên.

Theo đề ta có $a.h = 16 \Rightarrow a.4\sqrt{2} = 16 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$.

Mà $R^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = 2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 4 \Rightarrow R = 2$.

Vậy ta tính được diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi Rh = 2.\pi.2.4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3\left(6x-1\right) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B.

ĐK: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases}$.

$\log_9 x^2 - \log_3\left(6x-1\right) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3|x| - \log_3\left(6x-1\right) = -\log_3 m$

$\Leftrightarrow \log_3 m = \log_3 \dfrac{\left(6x-1\right)}{|x|} \Leftrightarrow m = \dfrac{6x-1}{|x|}$ (1).

Với điều kiện trên (1) trở thành: $m = \dfrac{6x-1}{x}$ (*).

Xét hàm $f\left(x\right) = \dfrac{6x-1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$.

Ta có $f'\left(x\right) = \dfrac{2}{x^2} > 0$

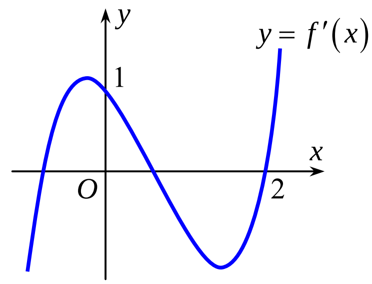
Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||			$+$	
$f(x)$	6	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$		0	$\nearrow$	6

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (*) có nghiệm khi $0 < m < 6$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 38: Cho hàm số $f\left(x\right)$, hàm số $y = f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f\left(x\right) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in \left(0; 2\right)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2)-2$. **B.** $m < f(2)-2$. **C.** $m \le f(0)$. **D.** $m < f(0)$.

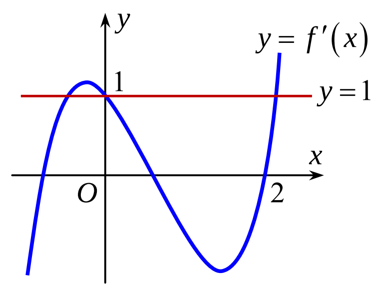
Lời giải

Chọn A.

Ta có $f(x) > x+m,\ \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m < f(x)-x,\ \forall x \in (0;2)$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$ trên $(0;2)$. Ta có $g'(x)=f'(x)-1$.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)<1,\ \forall x \in (0;2)$.



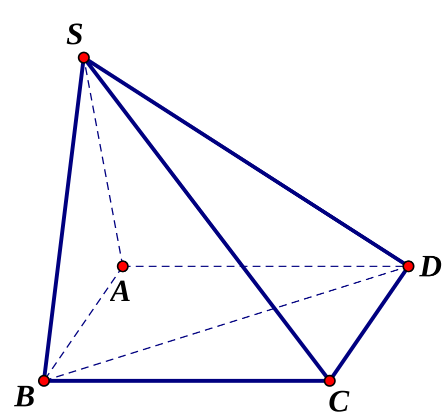
Suy ra $g'(x)<0,\ \forall x \in (0;2)$. Do đó $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Bảng biến thiên:

x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$f(0)$	$\searrow$	$f(2)-2$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m < g(x),\ \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m \le f(2)-2$.

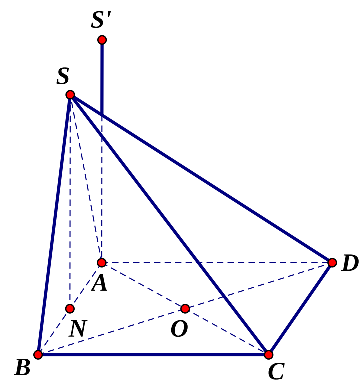
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến (SBD) bằng? (minh họa như hình vẽ sau)



A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Không mất tính tổng quát, cho $a = 1$.

Gọi N là trung điểm của đoạn AB. Dựng S' sao cho $SS'AN$ là hình chữ nhật.

Chọn hệ trục tọa độ:

A là gốc tọa độ, tia AB ứng với tia Ox, tia AD ứng với tia Oy, tia AS' ứng với tia Oz.

$A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $S\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SBD) là: $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y + z - \sqrt{3} = 0$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có O là trung điểm của AC.

Ta có $d(C;(SBD)) = d(A;(SBD)) = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Vậy chọn đáp án **D.**

Câu 40: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{13}{27}$. **B.** $\dfrac{14}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{365}{729}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{27}^{2} = 351$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

Trong 27 số nguyên dương đầu tiên có 14 số lẻ và 13 số chẵn.

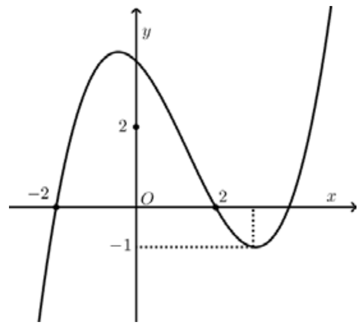
Tổng hai số là một số chẵn thì hai số đó hoặc cùng lẻ, hoặc cùng chẵn.

$n(A) = C_{14}^{2} + C_{13}^{2} = 169$.

$p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{169}{351} = \dfrac{13}{27}$.

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{1}{2}$ là

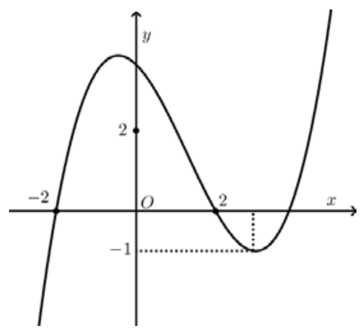


A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 3.

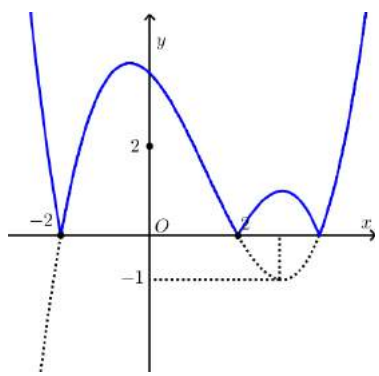
Lời giải:

Chọn B.

Xét đồ thị của hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ đã cho



Gọi $\left(C_1\right)$ là phần đồ thị phía trên trục hoành, $\left(C_2\right)$phần đồ thị phía dưới trục hoành. Gọi $\left(C'\right)$là phần đồ thị đối xứng của $\left(C_2\right)$qua trục hoành.



Đồ thị của hàm số $y = \left|f\left(x\right)\right|$ chính là phần $\left(C_1\right)$ và $\left(C'\right)$.

Xét $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^3 - 3x\right) = \dfrac{1}{2} \\ f\left(x^3 - 3x\right) = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Xét $g\left(x\right) = x^3 - 3x$, $g'\left(x\right) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát đồ thị:

+ Xét $f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x=1>2 \\ x^3-3x=b\in(0;2) \\ x^3-3x=c\in(-2;0) \end{array}\right.$ (có lần lượt 1, 3, 3 nên có tất cả 7 nghiệm).

+ Xet $f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x=c>2 \\ x^3-3x=d>2 \\ x^3-3x=c\in<-2 \end{array}\right.$ (có 3 nghiệm).

Vậy có tất cả 10 nghiệm.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 23. **C.** $\dfrac{123}{5}$. **D.** -25.

Lời giải

Chọn D.

$\int\limits_0^5 x^2 f'(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^5 - \int\limits_0^5 2xf(x)\mathrm{d}x = 25.1-2\int\limits_0^1 5tf(5t)\mathrm{d}(5t)=25-50.1=-25$.

Cách 2:

Ta có: $1=\int_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x$

Đặt $t=5x \Rightarrow \mathrm{d}t=5\mathrm{d}x \Rightarrow \dfrac{1}{5}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

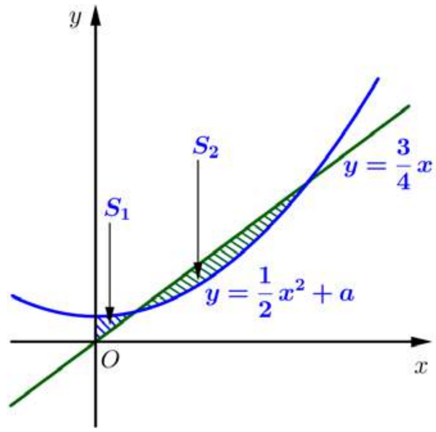
$\Rightarrow 1=\int_0^5 \dfrac{1}{5}t.f(t).\dfrac{1}{5}\mathrm{d}t \Leftrightarrow 1=\dfrac{1}{25}\int_0^5 t.f(t)\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int_0^5 t.f(t)\mathrm{d}t=25 \Rightarrow \int_0^5 x.f(x)\mathrm{d}x=25$

Đặt $I=\int_0^5 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$

Đặt: $\begin{cases} u=x^2 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$

$\Rightarrow I=x^2.f(x)\Big|_0^5 - 2\int_0^5 xf(x)\mathrm{d}x = 25.f(5)-2.25=-25$

Câu 43: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parbol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}x^2+a \Leftrightarrow 2x^2-3x+4a=0 \quad (*)$$

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại hai điểm dương phân biệt.

Do đó phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=9-32a>0\\ S=\frac{3}{2}>0\\ P=2a>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{32}$.

Khi đó (*) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1=\frac{3-\sqrt{9-32a}}{4}$, $x_2=\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}$, $(x_1<x_2)$

$$S_1=S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2+a-\frac{3}{4}x\right)\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x^2-a\right)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \left.\left(\frac{x^3}{6}+ax-\frac{3x^2}{8}\right)\right|_0^{x_1}=\left.\left(\frac{3x^2}{8}-\frac{x^3}{6}-ax\right)\right|_{x_1}^{x_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_1^3}{6}+ax_1-\frac{3x_1^2}{8}=\frac{3x_2^2}{8}-\frac{x_2^3}{6}-ax_2-\left(\frac{3x_1^2}{8}-\frac{x_1^3}{6}-ax_1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x_2^2}{8}-\frac{x_2^3}{6}-ax_2=0$$

$$\Leftrightarrow -4x_2^2+9x_2-24a=0$$

$$\Leftrightarrow -4\left(\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}\right)^2+9.\frac{3+\sqrt{9-32a}}{4}-24a=0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{9-32a}=64a-9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 64a-9>0 \\ 9(9-32a)=(64a-9)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \dfrac{9}{64} \\ 4096a^2-864a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge \dfrac{9}{64} \\ \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\dfrac{27}{128} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{27}{128}.$$

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** 12 **C.** 20 **D.** $2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $w=\dfrac{3+iz}{1+z} \Leftrightarrow w(1+z)=3+iz \Leftrightarrow w-3=(i-w)z \Leftrightarrow z=\dfrac{w-3}{i-w}$ (do $w=i$ không thỏa mãn)

Thay $z=\dfrac{w-3}{i-w}$ vào $|z|=\sqrt{2}$ ta được:

$\left|\dfrac{w-3}{i-w}\right|=2 \Leftrightarrow |w-3|=2|i-w| (*)$. Đặt $w=x+yi$, ta được:

$(*) \Leftrightarrow (x-3)^2+y^2=2\left[x^2+(1-y)^2\right] \Leftrightarrow x^2+y^2+6x-4y-7=0$. Đây là đường tròn có Tâm là $I(-3;2)$, bán kính $R=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D.

Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.

Dễ thấy: $d(A;Oz)=4$ nên $\max d(A;d)=d(A;Oz)+d(d;Oz)=7$.

Mặt khác, điểm $A\in(Oyz)$ nên $d\subset(Oyz)$ để khoảng cách từ A đến d lớn nhất thì điểm $A(0;4;-3)$ và d nằm khác phía với trục Oz

do $d(d;Oz)=3$ nên d đi qua điểm $K(0;-3;0)$ khác phía với điểm $A(0;4;-3)$.

Vì $d // Oz \Rightarrow d:\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=t \end{cases}$.

Kiểm tra 4 đáp án ta thấy $Q(0;-3;-5)$ thỏa mãn.

Cách 2:

Gọi $X(a;b;c)$ là hình chiếu của A lên d và $d(A,Oz)=4$.

Nhận xét: Họ các đường thẳng d tạo thành một khối trụ với trục là Oz và bán kính $R=3$.

Để khoảng cách từ A đến d là lớn nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} d \subset (Oyz)\ (1) \\ \max d(A,d) = d(A,Oz) + R = 7\ (2) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow a = 0$.

Ta có: $d(d,Oz) = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 3 \\ b = -3 \end{array}\right.$

$(2) \Leftrightarrow b = -3$.

Khi đó: $d : \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = c + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

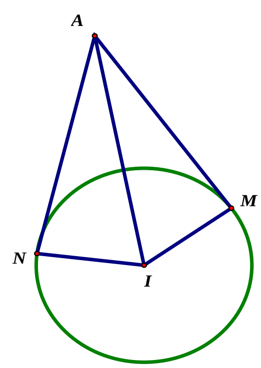
A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A.

Do $A(a;b;c) \in (Oxy)$ nên suy ra $A(a;b;0)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;\sqrt{2})$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.



Ta thấy mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kì thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến đến (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một hình nón đỉnh A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu $A \in (S)$ thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A.

Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

TH1. Hoặc $A \in (S) \Leftrightarrow IA = R$.

TH2. Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là:

$\widehat{MAN} \geq 90° \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq 45°$ suy ra $\sin \widehat{MAI} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{IM}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6$.

Ta có $IA^2 = a^2 + b^2 + 2$.

Do đó, $3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2 + b^2 + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2 + b^2 \leq 6$ (*)

Do $a,b\in\mathbb{Z}$ nên ta có 12 điểm thỏa mãn (*) là:

$A(0;1;0)$, $A(0;-1;0)$, $A(0;2;0)$, $A(0;-2;0)$

$A(1;0;0)$, $A(-1;0;0)$, $A(2;0;0)$, $A(-2;0;0)$

$A(1;1;0)$, $A(1;-1;0)$, $A(-1;1;0)$, $A(-1;-1;0)$.

Câu 47: Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** Vô số. **D.** 81.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\3^x-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\3^x\ge m\end{cases}$.

* Với $m=1$ thì phương trình trở thành:

$\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-1}=0$. Khi đó $x>0\Rightarrow 3^x>1$.

Do đó ta có $2\log_2^2 x-3\log_2 x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\\log_2 x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=2^{-\frac{1}{2}}\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+ Xét $m>1$, khi đó điều kiện của phương trình là $x\ge\log_3 m$.

Ta có $2\log_2^2 x-3\log_2 x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\\log_2 x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=2^{-\frac{1}{2}}\end{array}\right.$

Vì $4>2^{-\frac{1}{2}}$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $4>\log_3 m\ge 2^{-\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow 2^{2^{-\frac{1}{2}}}\le m<81$.

Trường hợp này $m\in\{3;4;5;...;80\}$, có 78 giá trị nguyên dương của m.

Tóm lại có 79 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn phương án **B.**

Cách 2:

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\3^x\ge m\end{cases}$

$\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=-\frac{1}{2}\\\log_2 x=2\\3^x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{\sqrt{2}}\\x=4\\x=\log_3 m\end{array}\right.$

Với $m=1$ thì $x=\log_3 m=0\,(l)$ khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Với $m>1$:

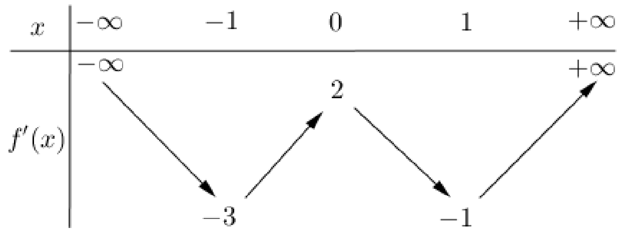
m nguyên dương nên phương trình luôn nhận $x=\log_3 m$ là một nghiệm.

Do $3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}<3^4$ nên để phương trình có đúng hai nghiệm thì phải có $3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\le m<3^4$

Mà m nguyên dương nên $3\le m<81$.

Vậy có 79 giá trị m nguyên dương.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2+2x\right)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = (2x+2)\,f'\left(x^2+2x\right)$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ f'\left(x^2+2x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x=a\in(-\infty;-1) \\ x^2+2x=b\in(-1;0) \\ x^2+2x=c\in(0;1) \\ x^2+2x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

* $x^2+2x-a=0$ có $\Delta'=1+a<0\ \ \forall a\in(-\infty;-1)$ nên phương trình vô nghiệm.

* $x^2+2x-b=0$ có $\Delta'=1+b>0\ \ \forall b\in(-1;0)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-c=0$ có $\Delta'=1+c>0\ \ \forall c\in(0;1)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* $x^2+2x-d=0$ có $\Delta'=1+d>0\ \ \forall d\in(1;+\infty)$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Nhận xét: 7 nghiệm trên khác nhau đôi một nên phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

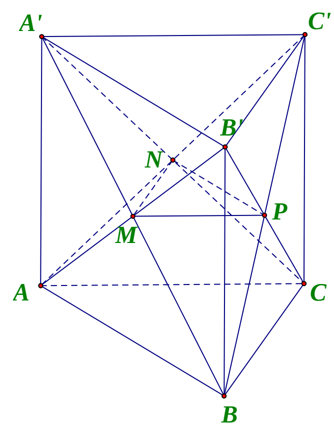
Vậy hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có 7 cực trị.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABA'B'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = 8.\frac{4^2.\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$.

$V_{ABCMNP} = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC}$.

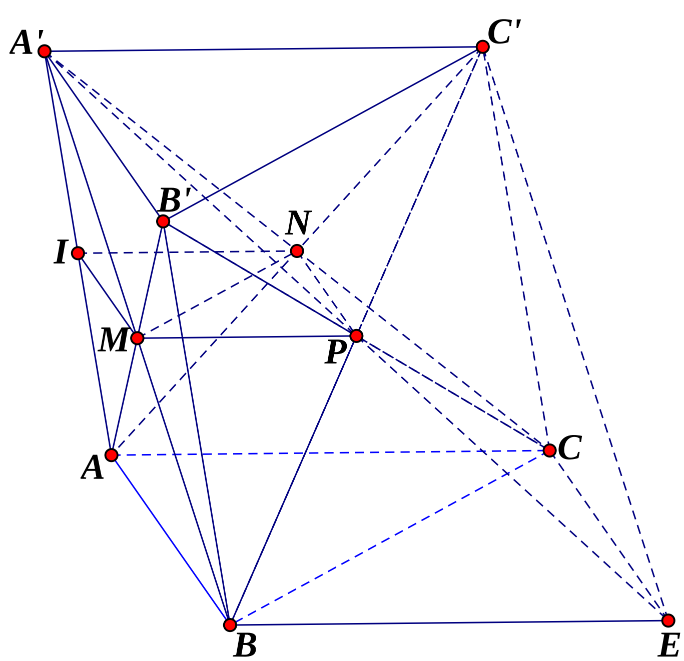
Ta có $V_{A'ABC} = \frac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB} = V_{A'ABC} - V_{A'AMN} = V_{A'ABC} - \frac{1}{4}V_{A'ABC} = \frac{3}{4}V_{A'ABC}$ nên $V_{AMNCB} = \frac{1}{4}V$.

Lại có $V_{BA'B'C'} = \frac{1}{3}V$ và $V_{BMNP} = \frac{1}{8}V_{BA'B'C'}$ nên $V_{BMNP} = \frac{1}{24}V$.

$V_{A'BCB'} = V_{CA'B'C'} = \frac{1}{3}V$ và $V_{BNPC} = \frac{1}{4}V_{BA'B'C}$ nên $V_{BNPC} = \frac{1}{12}V$.

Vậy $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC} = \frac{3}{8}V = 12\sqrt{3}$.

Cách 2:



Ta có: $S = S_{ABC} = 4^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$ và chiều cao $h = 8$.

Gọi I là trung điểm AA'. Ta có: $(MNP) // (ABC)$.

Gọi E là giao điểm của $A'P$ và (ABC), suy ra $\begin{cases} BE = (A'BC') \cap (ABC) \\ A'C' \,//\, AC \end{cases}$ nên $BE \,//\, AC$ và $BE = 2MP = AC$, hay E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABEC$.

Ta có: $V = V_{A'.ABEC} - V_{P.BEC} - V_{A'.IMPN} - V_{A.IMN}$

Với $V_{A'ABEC} = \frac{1}{3} S_{ABEC}.h = \frac{2}{3} S.h$.

$V_{P.BEC} = \frac{1}{3} S_{BEC}.d\left(P,(ABC)\right) = \frac{1}{6} S.h$.

$V_{A'.IMPN} = \frac{1}{3} S_{IMPN}.d\left(A',(IMPN)\right) = \frac{1}{3}.2.\frac{1}{4} S_{ABC}.\frac{1}{2} h = \frac{1}{12} Sh$.

$V_{A.IMN} = \frac{1}{3} S_{IMN}.d\left(A,(IMN)\right) = \frac{1}{3}.\frac{1}{4} S.\frac{1}{2} h = \frac{1}{24} Sh$.

Vậy $V = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{24}\right) Sh = \frac{3}{8} Sh = 12\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho hai hàm số $y = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} = |x+1| - x + m$

$\Leftrightarrow \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} - |x+1| + x = m$ (1)

Hàm số

$$p(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} - |x+1| + x = \begin{cases} \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} - 1 & \text{khi } x > -1 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} + 2x + 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$$

Ta có $p'(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} > 0, \forall x > -1 \\ \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} + 2 > 0, \forall x < -1 \end{cases}$ nên hàm số $y = p(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$.

Mặt khác ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} p(x) = 3$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} p(x) = -\infty$.

Bảng biến thiên hàm số $y = g\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$+$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$	
$g\left(x\right)$		$\nearrow$	$+\infty \,\|\|$	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|$	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|$	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|$	$\nearrow$	3
	$-\infty$		$\|\|\, -\infty$		$\|\|\, -\infty$		$\|\|\, -\infty$		$\|\|\, -\infty$		

Do đó để $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = p\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m \geq 3$.

---HẾT---

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề 103

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)

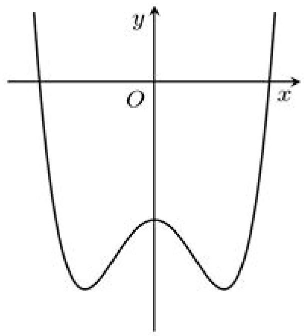
A. $\overrightarrow{n_3}=(-3;1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$ suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;1)$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên ?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta dựa vào đồ thị chọn $a>0$.
Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.
Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $b<0$.

Câu 3. Số các chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **D.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D.

$\int_1^2 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{5}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{2x-1}=8 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bánh kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$ **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $-1+2i$.

Lời giải

Chọn B.

Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là $1+2i$

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\dfrac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x=1$. Chọn đáp án **D.**

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $A(0;0;-1)$. **B.** $B(2;0;-1)$. **C.** $C(0;1;0)$. **D.** $D(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Hình chiếu của điểm M thuộc trục Oy, nên loại các đáp án **A, B, D.** Chọn đáp án **C.**

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công sai: $d = u_2 - u_1 = 4$.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+3$ là

A. $2x^2 + C$. **B.** x^2+3x+C. **C.** $2x^2+3x+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (2x+3)dx = x^2+3x+C$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng :

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_2 a^3=3\log_2 a$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;\,0)$. **B.** $(-1;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty;\,-1)$. **D.** $(0;\,1)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn BBT ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;\,0)$ và $(1;\,+\infty)$. Đáp án A đúng.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

PT $\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$
							$y=\dfrac{3}{2}$

Có 3 giao điểm. Vậy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy điểm biểu diễn của số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A. $(2;5)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;2)$. **D.** $(5;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 + 2z_2 = 1 + i + 2(2 + i) = 5 + 3i$

Điểm biểu diễn của số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là $(5;3)$.

Câu 18. Hàm số $y = 2^{x^2 - x}$ có đạo hàm là

A. $(x^2 - x).2^{x^2 - x - 1}$. **B.** $(2x - 1).2^{x^2 - x}$. **C.** $2^{x^2 - x}.\ln 2$. **D.** $(2x - 1).2^{x^2 - x}.\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức: $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$.

Ta có: $y' = \left(2^{x^2 - x}\right)' = (2x - 1).2^{x^2 - x}.\ln 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$f(x) = x^3 - 3x$ xác định trên đoạn $[-3;3]$.

$f'(x) = 3x^2 - 3$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-3;3] \\ x = -1 \in [-3;3] \end{array}\right.$

Ta có $f(-3) = -18$; $f(-1) = 2$; $f(1) = -2$; $f(3) = 18$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} y = f(3) = 18$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 21. Cho a; b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

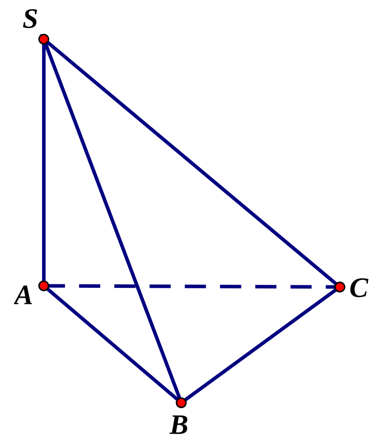
A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^2.b^3 = \log_2 16 = 4$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$.   **B.** $60°$.   **C.** $30°$.   **D.** $90°$

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$

Ta có $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$

Mà $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45°$.

Câu 23. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, có bán kính đáy lần lượt bằng $1\,\text{m}$ và $1,8\,\text{m}$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8\,\text{m}$.   **B.** $2,6\,\text{m}$.   **C.** $2,1\,\text{m}$.   **D.** $2,3\,\text{m}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chiều cao của các bể nước hình trụ là h. Bán kính đáy của bể nước dự định làm là R.

Thể tích của bể nước hình trụ có bán kính đáy $1\,\text{m}$ là $V_1=\pi.1^2.h=\pi h$ (m^3).

Thể tích của bể nước hình trụ có bán kính đáy $1,8\,\text{m}$ là $V_2=\pi.1,8^2.h=3,24\pi h$ (m^3).

Khi đó bể nước dự định làm có thể tích là $V_3=V_1+V_2=\pi.h+3,24\pi.h=4,24\pi h$ (m^3).

Mà $V_3=\pi.R^2.h\Leftrightarrow 4,24\pi h=\pi.R^2.h\Leftrightarrow R^2=4,24\Leftrightarrow R\approx 2,06$ (m).

Vậy bán kính đáy của bể nước dự định làm là $R\approx 2,06$ (m).

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

A. $x=3$.   **B.** $x=2$.   **C.** $x=-1$.   **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

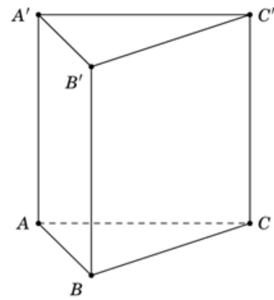
Điều kiện xác định $\begin{cases}x+1>0\\3x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x>\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{3}$.

Khi đó phương trình trở thành

$$\log_2(2x+2)=\log_2(3x-1)\Leftrightarrow 2x+2=3x-1\Leftrightarrow -x=-3\Leftrightarrow x=3 \text{ (nhận).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{ABC}.AA'=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu là: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2-(-7)}=3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(4;3;-1)$ của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-4)+2(y-3)-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0			3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$		0	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || 2	$\searrow$		-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

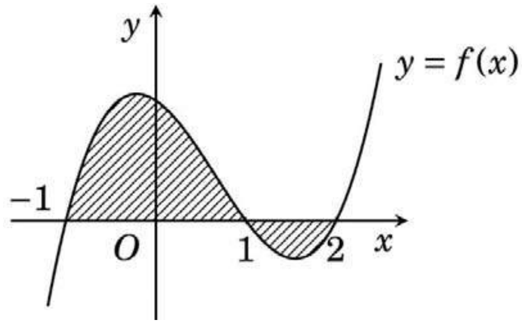
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 0^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to -\infty} y = 1$; $\lim\limits_{x\to +\infty} y = 3$.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng $x = 0$ và hai tiệm cận ngang $y = 1$; $y = 3$. Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$; $x = -1$ và $x = 2$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = -\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x - \int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S = -\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x - \int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x - \int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2+i \\ z_2 = 2-i \end{array}\right.$.

Do đó $z_1^2 + z_2^2 = (2+i)^2 + (2-i)^2 = 6$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Có $\overrightarrow{BC} = (-1;1;-1)$, $\overrightarrow{BD} = (0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right] = (3;2;-1)$.

Đường thẳng đi vuông góc với (BCD) nên nhận vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right] = (3;2;-1)$.

Có 2 đáp án thỏa mãn vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;2;-1)$ là A và C.

Kiểm tra thấy đường thẳng trong đáp án C đi qua điểm A. Vậy chọn C.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i$. Môđun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$.

$(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i \Leftrightarrow (2+i)(a+bi)-4(a-bi-i)=-8+19i$

$\Leftrightarrow (-2a-b)+(a+6b+4)i=-8+19i \Leftrightarrow \begin{cases}-2a-b=-8\\ a+6b+4=19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}.$

$\Rightarrow z=3+2i \Rightarrow |z|=\sqrt{13}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=f'(3-2x)=(3-2x)'\,f'(3-2x)=-2f'(3-2x)$.

*) $y'=0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x)=0 \Leftrightarrow f'(3-2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3-2x=-3\\ 3-2x=-1\\ 3-2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=2\\ x=1\end{array}\right.$.

*) $y'\ge 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(3-2x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3-2x\le -3\\ -1\le 3-2x\le 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ 1\le x\le 2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$. **B.** $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$.

C. $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$. **D.** $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int\frac{2x+1}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=\int\frac{2(x+2)-3}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=\int\frac{2(x+2)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x-\int\frac{3}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$$

$$=2\int\frac{\mathrm{d}(x+2)}{x+2}-\int 3(x+2)^{-2}\mathrm{d}(x+2)=2\ln|x+2|+\frac{3}{x+2}+C=2\ln(x+2)+\frac{3}{x+2}+C.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\int\left(2\sin^2 x+1\right)\mathrm{d}x=\int(2-\cos 2x)\mathrm{d}x=2x-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4$ hay $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[2x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right]\mathrm{d}x=\left(x^2+\frac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{4}+\pi=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}.$$

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ (1) (m là tham số).

Điều kiện: $x>\dfrac{1}{5}$ $(*)$.

Với điều kiện $(*)$ ta có:

$(1)\Leftrightarrow \log_3 x-\log_3(5x-1)=-\log_3 m\Leftrightarrow \log_3\dfrac{x}{5x-1}=\log_3\dfrac{1}{m}\Leftrightarrow\dfrac{5x-1}{x}=m$ (2).

Ta có (1) có nghiệm khi và chỉ khi (2) có nghiệm thỏa mãn $(*)$.

Xét hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x}$ trên $\left(\dfrac{1}{5};+\infty\right)$. $y'=\dfrac{1}{x^2}>0,\ \forall x>\dfrac{1}{5}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{5}$		$+\infty$
y'	‖	$+$	
y	‖ 0	$\nearrow$	5

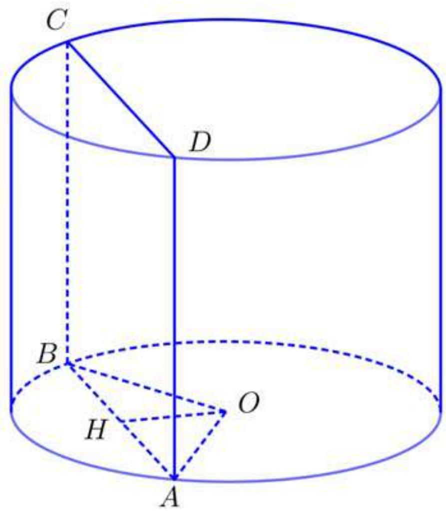
Khi đó $0<m<5$, mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4\}$ là các giá trị cần tìm. Hay có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH \perp AB$ và $OH \perp BC$ nên

$OH \perp (ABCD) \Rightarrow OH = d\left(O,(ABCD)\right) = 1$.

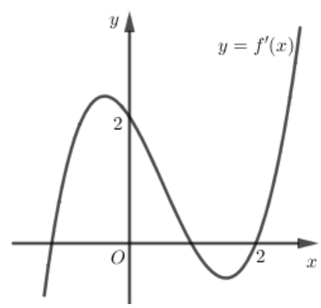
Ta có $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB.h = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4$.

Mà $AH = \frac{1}{2}AB = 2$.

$R = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{5}$ và $l = h = 3\sqrt{2}$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi Rl = 6\pi\sqrt{10}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(0)$. **B.** $m > f(2) - 4$. **C.** $m \geq f(0)$. **D.** $m \geq f(2) - 4$.

Lời giải

Chọn C

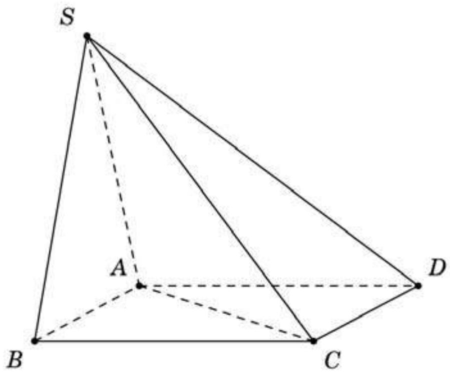
Ta có $f(x) < 2x + m \Leftrightarrow m > f(x) - 2x$ $(*)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ trên $(0;2)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 2 < 0$ $\forall x \in (0;2)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó $(*)$ đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi $m \geq g(0) = f(0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ).

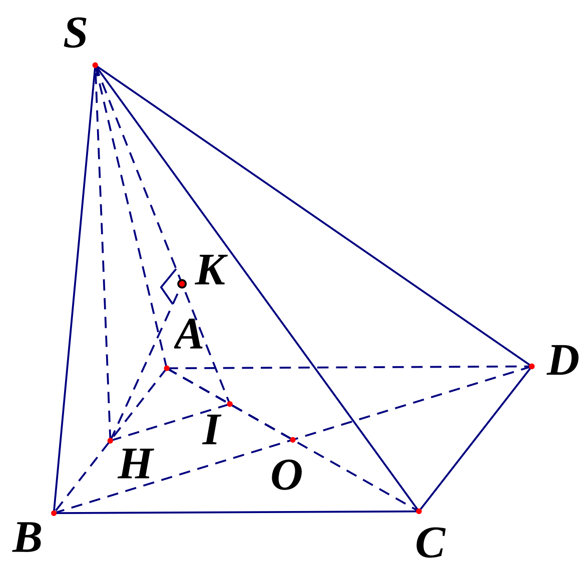


Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là trung điểm của cạnh AB.

Do tam giác ΔSAB đều nên $SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Do $BD \cap (SAC) = O$ và O, H lần lượt là trung điểm của BD, AB nên

$d(D,(SAC)) = d(B,(SAC)) = 2d(H,(SAC))$.

Gọi I là trung điểm của cạnh AO, ta có

$\begin{cases} HI \,//\, BO \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow HI \perp AC \Rightarrow AC \perp (SHI) \Rightarrow (SAC) \perp (SHI)$.

Trong tam giác ΔSHI dựng $HK \perp SI$ $(K \in SI)$ ta có $HK \perp (SAC) \Rightarrow d(H,(SAC)) = HK$.

Tam giác ΔSHI vuông tại H, HK là đường cao, ta có $HK = \frac{HI.HS}{SI}$, trong đó

$HI = \frac{1}{2}BO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SI = \sqrt{HI^2 + HS^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$, suy ra $HK = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{14}}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Vậy $d\left(D,\left(SAC\right)\right)=2d\left(H,\left(SAC\right)\right)=2.HK=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{21}$. **B.** $\dfrac{221}{441}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

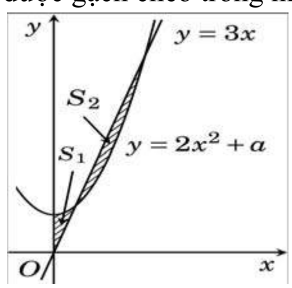
Ta có: $n\left(\Omega\right)=C_{21}^{2}$.

Gọi A là biến cố: "chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

Ta có: $n\left(A\right)=C_{11}^{2}+C_{10}^{2}$.

Vậy: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{10}{21}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{9}{10};1\right)$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $2x^2+a=3x\Leftrightarrow 2x^2-3x+a=0\quad\left(1\right)$

Xét $\Delta=9-8a>0\Leftrightarrow a<\dfrac{9}{8}$ thì nên phương trình $\left(1\right)$ luôn có hai nghiệm phân biệt

$x_1=\dfrac{3-\sqrt{9-8a}}{4};\ x_2=\dfrac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\quad\left(x_1<x_2\right)$.

Từ hình vẽ ta có: $S_1=\int\limits_0^{x_1}\left(2x^2-3x+a\right)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=F\left(x\right)\Big|_0^{x_1}=F\left(x_1\right)$

Và $S_2=-\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(2x^2-3x+a\right)\mathrm{d}x=-\left(\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=-F\left(x\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=F\left(x_1\right)-F\left(x_2\right)$.

Theo giả thiết $S_1=S_2\Leftrightarrow F\left(x_2\right)=0\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}x_2^3-\dfrac{3}{2}x_2^2+ax_2=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}\left(2x_2^2-\dfrac{9}{2}x_2+3a\right)=0\Leftrightarrow 3x_2-a-\dfrac{9}{2}x_2+3a=0\ -3x_2+4a=0\Leftrightarrow 4a=3.\dfrac{3+\sqrt{9-8a}}{4}$

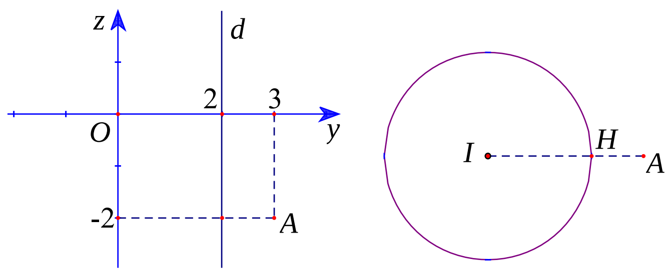
$\Leftrightarrow 3\sqrt{9-8a}=16a-9 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9}{16}<a<\dfrac{9}{8} \\ 256a^2-216a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=\dfrac{27}{32}\in\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{9}{10}\right)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $M(x;y;z)$ là điểm tùy ý thuộc d. Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên M thuộc mặt trụ $(T): x^2+y^2=4$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với trục Oz. Khi đó, $(P): z=-2$, cắt trục Oz tại điểm $I(0;0;-2)$ và cắt (T) theo giao tuyến là đường tròn $(C): x^2+y^2=4$ ((C) nằm trong mặt phẳng (P)).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Khi d thay đổi thì H thuộc (C).

Do đó, khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi H là giao điểm của IA với (C), H nằm giữa I và A, tức là $H(0;2;-2)$.

Do đó, khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua H và song song với Oz, suy ra

$d: \begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Vậy d đi qua điểm $Q(0;2;-5)$.

* C2: Gọi $M(a;b;c)$ là điểm tùy ý thuộc d. Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên ta có $a^2+b^2=4$.

Ta có: $AM^2=a^2+(b-3)^2+(c+2)^2\ge a^2+(b-3)^2=a^2+b^2+9-6b=13-6b$;

$AM^2=13-6b$ khi $c=-2$.

Từ $a^2+b^2=4 \Rightarrow -2\le b\le 2 \Rightarrow 13-6b\ge 1 \Rightarrow AM^2=13-6b\ge 1$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a^2+b^2=4 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$.

Do đó, $AM\ge 1$ và $AM=1$ khi $a=0$, $b=2$ và $c=-2$.

Khi đó, đường thẳng d đi qua điểm $M(0;2;-2)$.

Vì d song song với Oz nên phương trình của d là $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$.

Vậy d đi qua điểm $Q(0;2;-5)$.

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $w=x+iy$, $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $w=\dfrac{2+iz}{1+z}\Leftrightarrow z=\dfrac{2-w}{w-i}$

nên: $|z|=\left|\dfrac{2-w}{w-i}\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow |2-w|=\sqrt{2}|w-i|\Leftrightarrow (2-x)^2+y^2=2\left[x^2+(y-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+4x-4y-2=0$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính:

$r=\sqrt{4+4+2}=\sqrt{10}$.

Cách 2:

$w=\dfrac{2+iz}{1+z}=\dfrac{(2+iz)(z-1)}{z^2-1}=(2-i)z+2i-2$

$\Rightarrow z=\dfrac{w+2-2i}{2-i}\Rightarrow |z|=\dfrac{|w+2-2i|}{|2-i|}\Leftrightarrow |w+2-2i|=\sqrt{10}$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính: $r=\sqrt{10}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f(6)=1$ và $\int_0^1 xf(6x)dx=1$. Khi đó $\int_0^6 x^2f'(x)dx=?$

A. $\dfrac{107}{3}$ **B.** 34 **C.** 24 **D.** -36

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^1 xf(6x)dx=1$. Đặt $t=6x\Rightarrow dt=6dx\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{6}$.Đổi cận:

x	0	1
t	0	6

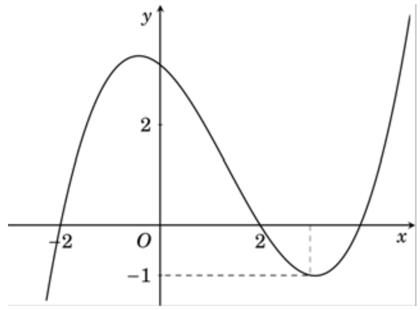
Từ $t=6x\Rightarrow x=\dfrac{t}{6}$

Từ đó ta có: $I=\int_0^6 \dfrac{t}{6}f(t)\dfrac{dt}{6}=1\Rightarrow \dfrac{1}{36}\int_0^6 tf(t)dt=1\Rightarrow \int_0^6 tf(t)dt=36\Rightarrow \int_0^6 xf(x)dx=36$ (Do ẩn sau khi tính có vai trò như nhau)

$J=\int_0^6 x^2f'(x)dx$. Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2xdx\\ v=f(x)\end{cases}$

Suy ra: $J=\int_0^6 x^2f'(x)dx=x^2f(x)\Big|_0^6-2\int_0^6 xf(x)dx)=36.f(6)-2.36=-36$

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{3}{2}$ là

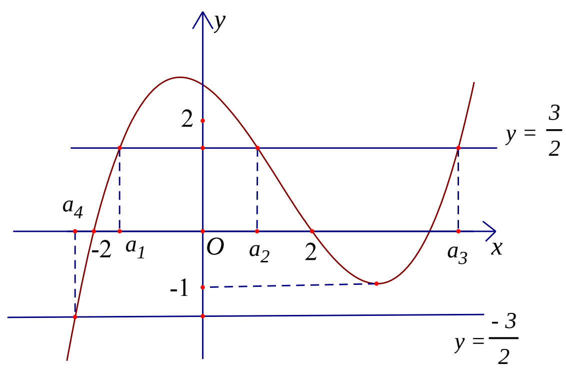


A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

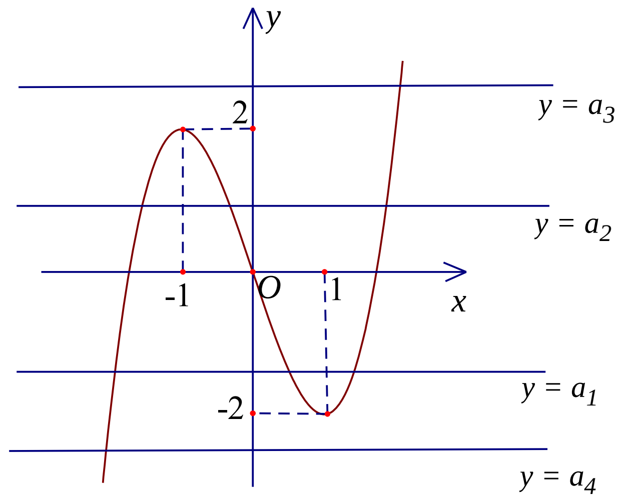
Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{3}{2}\\ f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.



* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=a_1,\left(-2<a_1<0\right)\\ x^3-3x=a_2,\left(0<a_2<2\right)\\ x^3-3x=a_3,\left(a_3>2\right)\end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x^3-3x=a_4,\left(a_4<-2\right)$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có dạng như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên ta có:

- Phương trình $x^3-3x=a_1$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Phương trình $x^3-3x=a_2$ có 3 nghiệm phân biệt.

- Phương trình $x^3-3x=a_3$ có 1 nghiệm.

- Phương trình $x^3-3x=a_4$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{3}{2}$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 123 **B.** 125 **C.** Vô số **D.** 124

Lời giải

Chọn A

Do $m>0$, ta có điều kiện của x $\begin{cases} x>0 \\ x\ge \log_5 m \end{cases}$

Khi đó ta có $\left[\begin{array}{l} \log_3 x=1 \\ \log_3 x=-\dfrac{1}{2} \\ x=\log_5 m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x=\log_5 m \end{array}\right.$

Do $3>\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ nên để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì:

$\left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{\sqrt{3}}\le \log_5 m<3 \\ \log_5 m\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^3>m\ge 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \\ 0<m\le 1 \end{array}\right.$

Vậy, ta có 123 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Vì $A(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow A(a;b;0)$.

TH1 : $A(a;b;c)\in(S)\Rightarrow a^2+b^2=4$. Vì $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có các điểm thỏa mãn là $A_1(2;0;0);A_2(-2;0;0);A_3(0;2;0);A_4(0;-2;0)$.

TH2 : Điểm $A(a;b;c)\notin(S)$ $\Rightarrow IA>R$. Giả sử có hai tiếp tuyến IM,IN là hai tiếp của (S) đi qua A và vuông góc với nhau.

TH2.1 : IM,IN,IA đồng phẳng, khi đó $IMAN$ là hình vuông có cạnh là $R=\sqrt{5}$.

Khi đó : $IA=R\sqrt{2}=\sqrt{10}\Leftrightarrow a^2+b^2+1=10\Leftrightarrow a^2+b^2=9$ **.** Vì $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có các điểm thỏa mãn là $A_5(3;0;0);A_6(-3;0;0);A_7(0;3;0);A_8(0;-3;0)$.

TH2.2 : IM,IN,IA không đồng phẳng khi đó IA là trục của mặt nón tròn xoay có hai đường sinh IM,IN và $IM\perp IN$ nên $R<IA<R\sqrt{2}\Leftrightarrow 4<a^2+b^2<9$.

* Nếu $a^2+b^2=5$, vì $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên ta có các điểm thỏa mãn là : $A_9(1;2;0)$; $A_{10}(1;-2;0)$; $A_{11}(-1;2;0);A_{12}(-1;-2;0)$; $A_{13}(2;1;0);A_{14}(2;-1;0);A_{15}(-2;1;0);A_{16}(-2;-1;0)$.

* Nếu $a^2+b^2=6$, vì $a,b\in\mathbb{Z}$ nên vô nghiệm.

* Nếu $a^2+b^2=7$ vì $a,b\in\mathbb{Z}$ nên vô nghiệm.

* Nếu $a^2+b^2=8$, vì $a,b\in\mathbb{Z}$ nên có các điểm thỏa mãn là $A_{17}(2;2;0);A_{18}(2;-2;0);A_{19}(-2;2;0);A_{20}(-2;-2;0)$.

Vậy có tất cả 20 điểm $A(a;b;c)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2-4x)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in(-\infty;-1)\\x=b\in(-1;0)\\x=c\in(0;1)\\x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

Ta có: $y'=(8x-4)f'(4x^2-4x)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8x-4=0\\f'(4x^2-4x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\4x^2-4x=a\in(-\infty;-1)\\4x^2-4x=b\in(-1;0)\\4x^2-4x=c\in(0;1)\\4x^2-4x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

Mặt khác: $4x^2-4x=(2x-1)^2-1\ge-1$ nên:

$4x^2-4x=a$ vô nghiệm.

$4x^2-4x=b$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

$4x^2-4x=c$ có 2 nghiệm phân biệt x_3, x_4.

$4x^2-4x=d$ có 2 nghiệm phân biệt x_5, x_6.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Cách 2:

Gọi m đại diện cho các tham số ta xét phương trình $4x^2-4x-m=0$ có $\Delta'=4(m+1), \Delta'>0\Rightarrow m>-1$.

Vậy với mỗi giá trị b,c,d thuộc khoảng đã cho phương trình $f'(4x^2-4x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

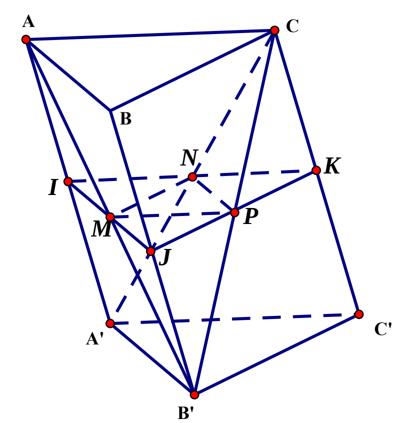
Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



$V_{ABC.A'B'C'}=6.16\dfrac{\sqrt{3}}{4}=24\sqrt{3}$,

Thể tích cần tìm là $V_1=V_{ABC.MNP}=V_{A'B'C'.MNP}$

$V_2=V_{A'.AMN}=V_{B'.BMP}=V_{C'CNP}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=2V_1+3V_2$

$S_{AMN}=\dfrac{1}{4}S_{AB'C'}\Rightarrow V_2=\dfrac{1}{4}V_{A'.AB'C'}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 2V_1 + \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_1 = \frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'} = 9\sqrt{3}$$

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = |x+2| - x - m$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3;-2;-1;0\}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$$4 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = |x+2| - x - m \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x = m.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} - 4 + |x+2| - x$ với tập xác định D. Ta có

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{(x+3)^2} + \frac{x+2}{|x+2|} - 1 < 0, \forall x \in D.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘		-2

Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m \le -2$.

---HẾT---

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2019**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Bài thi: TOÁN**
Mã đề 104	Thời gian làm bài: **90 phút**

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Lời giải

Chọn A

Ta chọn 2 học sinh từ 8 học sinh C_8^2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(3;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(4;3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(4;1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(4;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$ ta có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_3}=(4;3;1)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{17}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tương đương với $2^{2x-1}=2^5 \Leftrightarrow 2x-1=5 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D.

Công thức cơ bản.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là:

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=3-2i \Leftrightarrow \bar{z}=3+2i$.

Câu 6. Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$ **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là: $A(0;1;0)$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có công sai : $d=u_2-u_1=3$.

Câu 8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

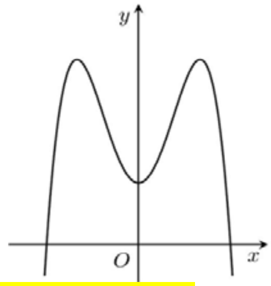
A. $2x^2+4x+C$. **B.** x^2+4x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x^2+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int(2x+4)dx = x^2+4x+C$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn B.

+) Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị, nên là đồ thị của hàm số bậc 4. Loại đáp án **A** và **D**;

+) Đồ thị có hệ số $a<0$, loại **C**. Chọn đáp án **B**.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. Chọn đáp án **A.**

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn **D**

$d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$ có vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;3)$

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^2$ bằng

A. $2\log_3 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_3 a$. **C.** $\frac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $2+\log_3 a$.

Lời giải

Chọn **A**

Với a là số thực dương , ta có: $\log_3 a^2 = 2\log_3 a$.

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 15. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\int\limits_0^1[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^1[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2+(-4)=-2$

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $2z_1+z_2$ có toạ độ là

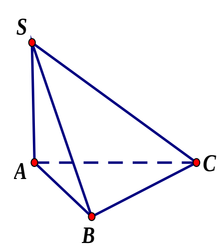
A. $(5;-1)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left.\begin{array}{l}2z_1=4-2i\\ z_2=1+i\end{array}\right\}\Rightarrow 2z_1+z_2=5-i$, số phức này điểm biểu diễn có toạ độ là $(5;-1)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=\sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).

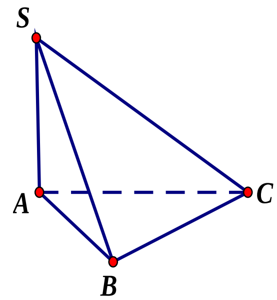


Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases}$.

$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = (\widehat{SC,AC}) = \widehat{SCA}$.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$.

Vì ΔSAC vuông cân tại A nên ta có $\widehat{SCA} = 45°$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

$\Rightarrow$ (S) có bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. **B.** $3x + y + z - 6 = 0$. **C.** $x + y + 2z - 6 = 0$. **D.** $3x - y - z = 0$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (-6;2;2) = -2(3;-1;-1)$.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra tọa độ điểm $I(1;1;2)$.

Do đó mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(1;1;2)$ và nhận $\vec{n} = (3;-1;-1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là $3(x-1) - 1(y-1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 2 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 2 - \sqrt{3}i$.

Vậy $z_1^2 + z_2^2 = \left(2 + \sqrt{3}i\right)^2 + \left(2 - \sqrt{3}i\right)^2 = 2$.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Mà $f(-3)=-18$; $f(-1)=2$; $f(1)=-2$; $f(3)=18$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -18.

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1{,}5\text{ m}$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kinh đáy của bể dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $1{,}6\text{ m}$. **B.** $2{,}5\text{ m}$. **C.** $1{,}8\text{ m}$. **D.** $2{,}1\text{ m}$.

Lời giải

Chọn C

Tổng thể tích của hai bể ban đầu là: $V=\pi.1^2.h+\pi.1{,}5^2.h=\pi h.\dfrac{13}{4}$.

$\Rightarrow R_d=\sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}\approx 1{,}8\text{ m}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

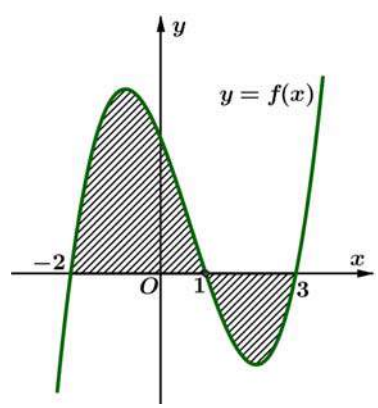
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=-\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ thì diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-2$ và $x=3$ là $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

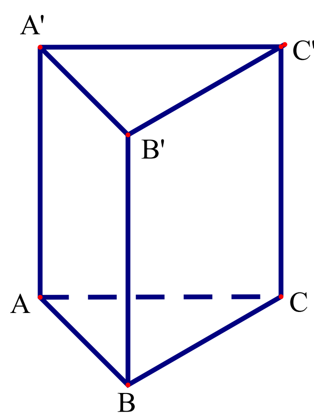
A. $3^{x^2-x}.\ln 3$. **B.** $(2x-1)3^{x^2-x}$. **C.** $(x^2-x).3^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\left(3^{x^2-x}\right)'=\left(x^2-x\right)'.3^{x^2-x}.\ln 3=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=S_{ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{2}a=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>1$.

$\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)\Leftrightarrow\log_3(2x+1)=\log_3 3+\log_3(x-1)$

$\Leftrightarrow\log_3(2x+1)=\log_3\left[3(x-1)\right]\Leftrightarrow 2x+1=3x-3\Leftrightarrow x=4$.

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

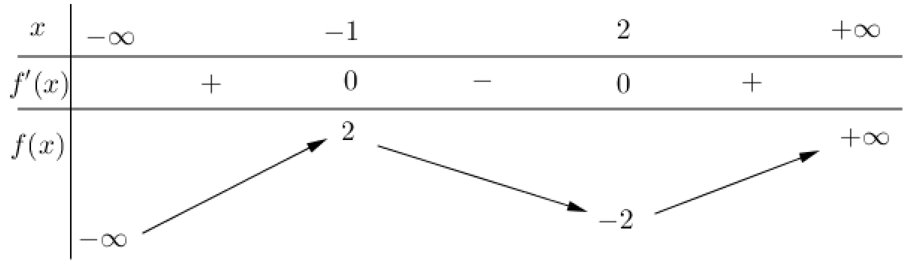
A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2\left(ab^3\right) = \log_2 8 = 3$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

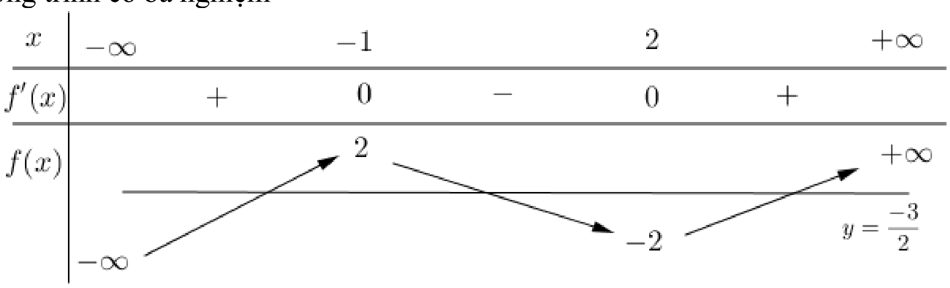
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm nên phương trình có ba nghiệm



Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i = 2\left(\overline{z}+i\right)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$.

$(2-i)z+3+16i=2\left(\overline{z}+i\right) \Leftrightarrow (2-i)(a+bi)+3+16i = 2(a-bi+i)$

$\Leftrightarrow (2a+b+3)+(2b-a+16)i = 2a+(2-2b)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b+3=2a \\ 2b-a+16=2-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow z = 2-3i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. **D.** $\frac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x) = 2\sin^2 x + 3 = 4 - \cos 2x$.

Có $\int (4 - \cos 2x)\mathrm{d}x = 4x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$ suy ra $f(x) = 4x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Do $f(0) = 4$ nên $C = 4 \Rightarrow f(x) = 4x - \frac{1}{2}\sin 2x + 4$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(4x - \frac{1}{2}\sin 2x + 4\right)\mathrm{d}x = \left.\left(2x^2 + \frac{1}{4}\cos 2x + 4x\right)\right|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;3;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-1;0)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương : $\vec{u} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;-2)$.

Phương trình của đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3-2t \end{cases}$.

Với $t = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases}$ thuộc đường thẳng Δ.

Vậy phương trình đường thẳng Δ cần tìm: $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = f'(5-2x) = (5-2x)' f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$.

*) $y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x=-3 \\ 5-2x=-1 \\ 5-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$.

*) $y' \geq 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x \leq -3 \\ -1 \leq 5-2x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 4 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \dfrac{4}{x-2} + C$.

B. $3\ln(x-2) + \dfrac{2}{x-2} + C$.

C. $3\ln(x-2) - \dfrac{2}{x-2} + C$.

D. $3\ln(x-2) - \dfrac{4}{x-2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\displaystyle\int \frac{3x-2}{(x-2)^2}\mathrm{d}x = \int \frac{3(x-2)+4}{(x-2)^2}\mathrm{d}x = \int \left[\frac{3}{x-2} + \frac{4}{(x-2)^2}\right]\mathrm{d}x = 3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (1) (m là tham số).

Điều kiện: $x > \dfrac{1}{4}$ $(*)$

Với điều kiện $(*)$ ta có:

$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(4x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{x}{4x-1} = \log_3 \dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \dfrac{4x-1}{x} = m$ (2).

Ta có (1) có nghiệm khi và chỉ khi (2) có nghiệm thõa mãn $(*)$

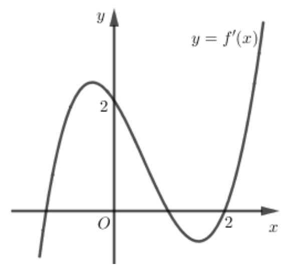
Xét hàm số $y = \dfrac{4x-1}{x}$ trên $\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$. $y' = \dfrac{1}{x^2} > 0$, $\forall x > \dfrac{1}{4}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{4}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
y'	$\|\|$ $\qquad\qquad$ $+$
y	$\|\|$ 0 $\nearrow$ 4

Khi đó $0 < m < 4$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3\}$ là các giá trị cần tìm. Hay có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m \leq f(2) - 4$. **B.** $m \leq f(0)$. **C.** $m < f(0)$. **D.** $m < f(2) - 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) > 2x + m \Leftrightarrow m < f(x) - 2x \ (*)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ trên $(0;2)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 2 < 0$, $\forall x \in (0;2)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó $(*)$ đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi $m \leq g(2) = f(2) - 4$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{23}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{268}{529}$. **D.** $\frac{12}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 2 trong 23 số: $n(\Omega) = C_{23}^2$.

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên có 12 số lẻ và 11 số chẵn.

Gọi A là biến cố "hai số được chọn có tổng là một số chẵn".

Để chọn được hai số thỏa bài toán, ta có các trường hợp:

+ Hai số được chọn đều là số lẻ: có C_{12}^2 cách.

+ Hai số được chọn đều là số chẵn: có C_{11}^2 cách.

Do đó $n(A) = C_{12}^2 + C_{11}^2$.

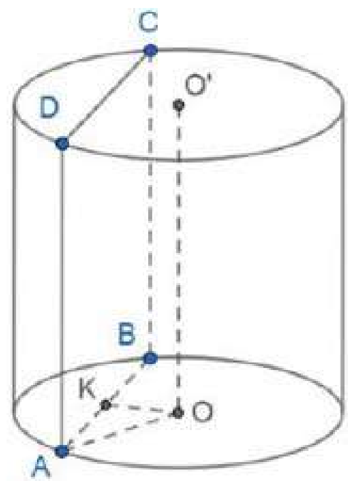
Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{12}^2 + C_{11}^2}{C_{23}^2} = \frac{11}{23}$.

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}\pi$. **B.** $6\sqrt{39}\pi$. **C.** $3\sqrt{39}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Gọi chiều cao của hình trụ là h

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABB'A'$

Gọi H là hình chiếu của O trên AB thì OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $OH = 1$

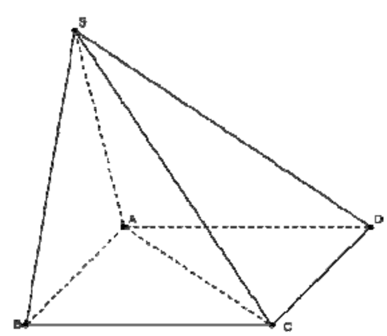
Diện tích thiết diện là $S = AB.AA'$ trong đó $AA' = h = 3\sqrt{3}$ nên $AB = \dfrac{S}{AA'} = \dfrac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

Do tam giác OAB cân nên $OH^2 = OB^2 - HB^2 = OB^2 - \dfrac{AB^2}{4}$

Suy ra $OB^2 = OH^2 + \dfrac{AB^2}{4} = 1 + \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)}{4} = 4 \Rightarrow OB = 2$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2.3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi$

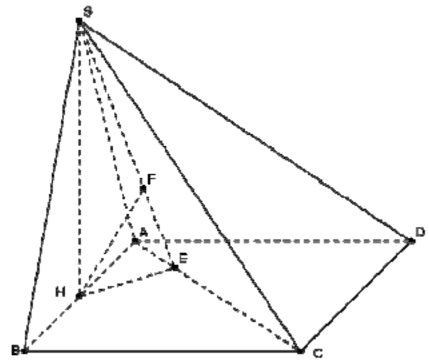
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của AB. Ta có: $SH \perp (ABCD)$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $HE \perp AC$ tại E.

Mà $AC \perp SH$ nên $AC \perp (SHE) \Rightarrow (SAC) \perp (SHE)$.

Trong (SHE), kẻ $HF \perp SE$ tại F $\Rightarrow HF \perp (SAC)$ tại F.

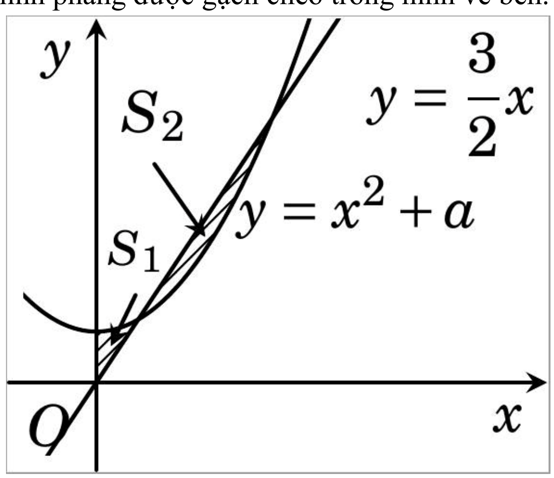
$\Rightarrow d(H,(SAC)) = HF$.

Ta có: $HE = \dfrac{BD}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$, $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\dfrac{1}{HF^2} = \dfrac{1}{HE^2} + \dfrac{1}{SH^2} \Rightarrow HF = \dfrac{a\sqrt{21}}{14} = d(H,(SAC))$.

Do H là trung điểm $AB \Rightarrow d(B,(SAC)) = 2d(H,(SAC)) = \dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{16}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{20}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{9}{20};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{2}{5}\right)$

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $x^2 + a = \dfrac{3}{2}x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2a = 0 \quad (1)$

Xét $\Delta = 9 - 16a > 0 \Leftrightarrow a < \dfrac{9}{16}$ thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{3-\sqrt{9-16a}}{4}$; $x_2 = \dfrac{3+\sqrt{9-16a}}{4}$ $\left(x_1 < x_2\right)$.

Từ hình vẽ ta có: $S_1 = \int\limits_0^{x_1}\left(x^2 - \dfrac{3}{2}x + a\right)\mathrm{d}x = \left(\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{4}x^2 + ax\right)\Bigg|_0^{x_1} = F\left(x\right)\Big|_0^{x_1} = F\left(x_1\right)$

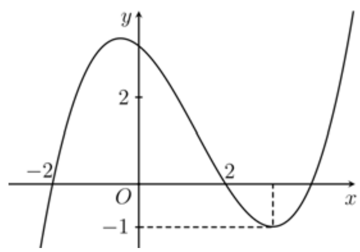
Và $S_2 = -\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(x^2 - \dfrac{3}{2}x + a\right)\mathrm{d}x = -\left(\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{4}x^2 + ax\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2} = -F\left(x\right)\Big|_{x_1}^{x_2} = F\left(x_1\right) - F\left(x_2\right)$.

Theo giả thiết $S_1 = S_2 \Leftrightarrow F\left(x_2\right) = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{3}x_2^3 - \dfrac{3}{4}x_2^2 + ax_2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\left(x_2^2 - \dfrac{9}{4}x_2 + 3a\right) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}x_2 - a - \dfrac{9}{4}x_2 + 3a = 0\ -3x_2 + 8a = 0 \Leftrightarrow 8a = 3.\dfrac{3+\sqrt{9-16a}}{4}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{9-16a} = 32a - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9}{32} < a < \dfrac{9}{16} \\ 1024a^2 - 432a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \dfrac{27}{64} \in \left(\dfrac{2}{5}; \dfrac{9}{20}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{2}{3}$ là

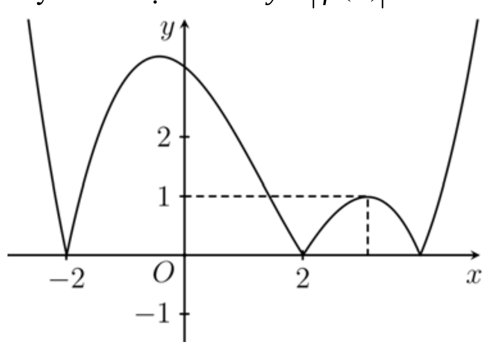


A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ suy ra đồ thị hàm số $y = \left|f\left(x\right)\right|$ là:



Đặt $t = x^3 - 3x$, ta có: $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \left|f\left(t\right)\right| = \dfrac{2}{3}$.

Từ đồ thị trên suy ra phương trình $\left|f\left(t\right)\right| = \dfrac{2}{3}$ có sáu nghiệm phân biệt $t = t_i$, (với $i = \overline{1,6}$ và $t_1 < -2$; $-2 < t_2, t_3 < 2$; $t_4, t_5, t_6 > 2$).

Xét hàm số $t\left(x\right) = x^3 - 3x$, ta có: $t'\left(x\right) = 3x^2 - 3$; $t'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm $t\left(x\right)$ là:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$t'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$t(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- Phương trình $x^3 - 3x = t_1$ có một nghiệm (do $t_1 < -2$).
- Mỗi phương trình $x^3 - 3x = t_2$, $x^3 - 3x = t_3$ có ba nghiệm phân biệt (do $-2 < t_2, t_3 < 2$).
- Mỗi phương trình $x^3 - 3x = t_4$, $x^3 - 3x = t_5$, $x^3 - 3x = t_6$ có một nghiệm (do $t_4, t_5, t_6 > 2$).

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \frac{2}{3}$ có 10 nghiệm.

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** 44.

Lời giải

Chọn B

Gọi $w = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $w = \frac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z = \frac{5-w}{w-i}$

nên: $|z| = \left|\frac{5-w}{w-i}\right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |5-w| = \sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (5-x)^2 + y^2 = 2\left[x^2 + (y-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 10x - 4y - 23 = 0$

Vậy bán kính đường tròn biểu diễn cho w là: $r = \sqrt{25+4+23} = 2\sqrt{13}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f(3) = 1$ và $\int_0^1 xf(3x)dx = 1$. Khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)dx = ?$

A. 3 **B.** 7 **C.** -9 **D.** $\frac{25}{3}$

Chọn B

Ta có: $I = \int_0^1 xf(3x)dx = 1$. Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$.Đổi cận:

x	0	1
t	0	3

Từ $t = 3x \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Từ đó ta có: $I = \int_0^3 \frac{t}{3} f(t)\frac{dt}{3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{9}\int_0^3 tf(t)dt = 1 \Rightarrow \int_0^3 tf(t)dt = 9 \Rightarrow \int_0^3 xf(x)dx = 9$ (Do ẩn sau khi tính có vai trò như nhau)

$J=\int_0^3 x^2 f'(x)dx$. Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2xdx \\ v=f(x) \end{cases}$

Suy ra: $J=\int_0^3 x^2 f'(x)dx = x^2 f(x)\Big|_0^3 - 2\int_0^3 xf(x)dx) = 9.f(3)-2.9=-9$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Giả sử đường thẳng d đi qua điểm $M_0(a;b;c)$.

Do d song song với trục Oz nên vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}=(0;0;1)$.

Đường thẳng d cách trục Oz một khoảng bằng 2 nên khoảng cách từ điểm O đến d bằng 2.

Khi đó: $\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM_0},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=2 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=2 \Leftrightarrow a^2+b^2=4$. (1)

Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d là:

$h=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM_0},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{a^2+(b-3)^2}=\sqrt{a^2+b^2-6b+9}=\sqrt{13-6b}$.

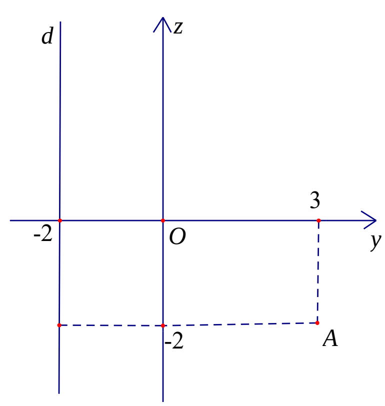
Từ (1) ta có: $-2\le b\le 2 \Rightarrow 1\le 13-6b\le 25 \Rightarrow 1\le \sqrt{13-6b}\le 5$.

Do đó: $h_{max}=5$ khi $b=-2, a=0$.

Vậy khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

Cách 2:

Do đường thẳng d song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2 nên tập hợp các đường thẳng d tạo thành mặt trụ tròn xoay có trục là Oz, bán kính bằng 2. Khi đó khoảng cách từ A đến d lớn nhất khi và chỉ khi d, Oz, A cùng nằm trên mặt phẳng Oyz và d, A ở hai phía đối với Oz.



Khi đó khoảng cách từ A đến d lớn nhất bằng 5.

Vậy khoảng cách từ A đến d lớn nhất bằng 5 khi d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

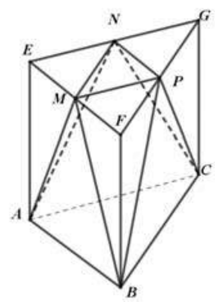
Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ **B.** $8\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Chia đôi khối lăng trụ bằng mặt phẳng (MNP). Khi đó ta có $(MNP)\cap BB'=\{F\}$ thì

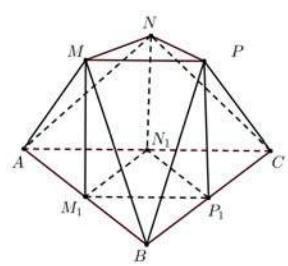
$V_{ABC.EFG}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}$

Lại có $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.EFG}-V_{B.MPF}-V_{A.EMN}-V_{C.NPG}$

Dễ thấy $V_{B.MPF}=V_{A.EMN}=V_{C.NPG}=\frac{1}{4}V_{ABC.EFG}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}$

Tức là $V_{ABC.MNP}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}.\frac{4.4^2\sqrt{3}}{4}=6\sqrt{3}.$

Cách 2:



$S_{ABC}=\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$; $V_{ABC.A'B'C'}=V$

Hạ M_1,N_1,P_1 lần lượt vuông góc AB,AC,BC,

khi đó M_1,N_1,P_1 lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AC,BC

Khi đó $V_{ABCMNP}=V_{MNP.M_1N_1P_1}+V_{B.MPP_1M_1}+V_{C.NPP_1N_1}+V_{A.MNN_1M_1}$

Dễ thấy $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{ABC}$; $MM_1=\frac{1}{2}AA'$ nên $V_{MNP.M_1N_1P_1}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V$

Do đáy là tam giác đều nên $V_{B.MPP_1M_1}=V_{C.NPP_1N_1}=V_{A.MNN_1M_1}$

Ta có $d\left(B;\left(MPP_1M_1\right)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right)$; $S_{MPP_1M_1}=\dfrac{1}{4}S_{ACC'A'}$ nên

$V_{B.MPP_1M_1}=\dfrac{1}{8}V_{B.ACC'A'}=\dfrac{1}{8}.\dfrac{2}{3}V=\dfrac{1}{12}V$.

Do đó $V_{ABCMNP}=\dfrac{1}{8}V+\dfrac{1}{12}V+\dfrac{1}{12}V+\dfrac{1}{12}V=\dfrac{3}{8}V=\dfrac{3}{8}.4.4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất các các giải trịcủa m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm : $\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}=|x+1|-x-m$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;0;-1;-2\}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành :

$4-\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}=|x+1|-x-m\,(*)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}-4+|x+1|-x=m$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}-4+|x+1|-x$ với tập xác định D, ta có:

$f'(x)=-\dfrac{1}{(x-1)^2}-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{x+1}{|x+1|}-1<0, \forall x\in D.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-3

Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m\le -3$.

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ 4^x-m\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\ge \log_4 m\end{cases}$ $(m>0)$.

Ta có: $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=-\dfrac{1}{2}\\ x=\log_4 m\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\ x=\log_4 m\end{array}\right.$.

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì: $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{3}}\le \log_4 m<3\\ \log_4 m\le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\le m<4^3\\ 0<m\le 1\end{array}\right.$.

Với m nguyên dương nên $m\in\{1;3;4;...;63\}$ có 62 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$ có tâm $I(0;0;-1)$, $R=\sqrt{5}$

$A(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow A(a;b;0)$

TH1: $A(a;b;c)\in(S)\Rightarrow a^2+b^2=4$. Do $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có các điểm thỏa mãn là

$A_1(0;2;0)$, $A_2(2;0;0)$, $A_3(0;-2;0)$, $A_4(-2;0;0)$

TH2: $A(a;b;c)\notin(S)\Rightarrow IA>R$ Giả sử có hai tiếp tuyến *IM, IN*là hai tiếp tuyến của (*S*) đi qua *A* và vuông góc với nhau.

+)*IM, IN, IA*đồng phẳng. Khi đó *IMAN*là hình vuông cạnh là $R=\sqrt{5}$. Khi đó

$IA=R\sqrt{2}=\sqrt{10}\Rightarrow a^2+b^2+1=10\Leftrightarrow a^2+b^2=9$. Do $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có các điểm thỏa mãn là

$A_5(0;3;0)$, $A_6(3;0;0)$, $A_7(0;-3;0)$, $A_8(-3;0;0)$

+) *IM, IN, IA* không đồng phẳng. Khi đó *IA*là trục của mặt nón tròn xoay có hai đường sinh *IM, IN*. $R<IA<R\sqrt{2}\Leftrightarrow 4<a^2+b^2<9$

* $a^2+b^2=5\Rightarrow a=\pm1,\ b=\pm2\Rightarrow A(1;2;0), A(-1;2;0), A(-1;-2;0), A(1;-2;0),$
$A(2;1;0), A(2;-1;0), A(-2;-1;0), A(-2;1;0)$

* $a^2+b^2=6\ (VN)$

* $a^2+b^2=7 (VN)$

$a^2+b^2=8\Rightarrow a=\pm2,\ b=\pm2\Rightarrow A(2;2;0), A(-2;2;0), A(-2;-2;0), A(2;-2;0)$

Vậy có tất cả 20 điểm thỏa mãn.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(8x+4\right)f'\left(4x^2+4x\right); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(4x^2+4x\right)=0 \\ 8x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(4x^2+4x\right)=0 \\ x_1=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f'\left(x\right)$ nhận thấy $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in\left(-\infty;-1\right) \\ x=b\in\left(-1;0\right) \\ x=c\in\left(0;1\right) \\ x=d\in\left(1;+\infty\right) \end{array}\right.$.

Do đó $f'\left(4x^2+4x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+4x=a\in\left(-\infty;-1\right) \\ 4x^2+4x=b\in\left(-1;0\right) \\ 4x^2+4x=c\in\left(0;1\right) \\ 4x^2+4x=d\in\left(1;+\infty\right) \end{array}\right.$ $\left(*\right)$. Lại có

$4x^2+4x=a$ vô nghiệm vì $4x^2+4x=\left(2x+1\right)^2-1\geq -1, \forall x$;

$4x^2+4x=b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=c \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_4 \\ x=x_5 \end{array}\right.$;

$4x^2+4x=d \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_6 \\ x=x_7 \end{array}\right.$.

Vì $b\neq c\neq d$ do thuộc các khoảng khác nhau (như $\left(*\right)$) nên các nghiệm x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7 đều khác nhau và khác $x_1=-\dfrac{1}{2}$. Do đó $y'=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt nên y' đổi dấu 7 lần suy ra hàm số có 7 điểm cực trị.

---HẾT---