

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO    KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2021**  
**TỈNH QUẢNG NINH**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Môn thi : **TOÁN - Bảng A**

Ngày thi : **21/12/2021**

**Thời gian làm bài : 180 phút, không kể thời gian giao đề**

**Câu 1. (4 điểm)**

a) Cho hàm số  $y = 2(x+1)[4x^2 + 4(m+2)x + 5m+7] + 4$  có đồ thị là  $(C_m)$ , với  $m$  là tham số. Cho đường thẳng (d):  $y = 2x + 6$  và điểm  $I(-3; 4)$ . Tìm  $m$  để (d) cắt  $(C_m)$  tại ba điểm phân biệt  $A(-1; 4), B, C$  sao cho tam giác  $IBC$  có diện tích bằng 4.

b) Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có thể tích bằng  $\frac{125\pi}{4}(m^3)$ . Tìm bán kính đáy của bồn chứa dầu sao cho bồn chứa dầu được làm ra tốn ít nguyên vật liệu nhất.

**Câu 2. (4 điểm)**

a) Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  và hai số thực  $a, b$  thỏa mãn các điều kiện:  $a > 2021^{\log_{2021} b} \geq 1$ ;  $f(\log_{2021} a) + 2 = f(\log_{2022} b)$ . Tính  $\log_{2022}(a+b)$ .

b) Cho tam giác  $ABC$  có các góc thỏa mãn điều kiện  $\tan B = \frac{3-2\tan C}{2+3\tan C}$ . Chứng minh  $\Delta ABC$  có một góc tù và tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , biết rằng  $BC = 6$ .

**Câu 3. (4 điểm)**

a) Một hộp đựng 10 quả cầu được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ra  $n$  quả cầu trong 10 quả cầu đó, biết xác suất lấy được ít nhất một quả cầu mà số ghi trên đó chia hết cho 5 trong  $n$  quả cầu được lấy ra là  $\frac{2}{3}$ .

Tìm  $n$ .

b) Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{9-4x} + 2x^3 - 7x^2 + 6x - 1}{\sqrt{12x-15} + 3x^2 - 14x + 13}$ .

**Câu 4. (4 điểm)**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , góc  $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ ,  $AB = a\sqrt{6}$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , khoảng cách từ  $C$  đến  $(SAB)$  bằng  $\frac{12a}{7}$ .

a) Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

b) Gọi  $O, M$  lần lượt là trung điểm của  $BC, SC$ ;  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $BM$  và song song với  $AO$ . Gọi góc giữa  $SB$  và  $(P)$  là  $\alpha$ . Tính  $\sin \alpha$ .

c) Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $M.ABC$ .

**Câu 5. (2 điểm)**

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3^{\sqrt[3]{x-1}+1} - 3^{\sqrt[3]{y+1}+1} + x - 3y = 6 \\ \sqrt{3x^2 + 48} - 2\sqrt{6y+24} = 4\sqrt{6-x} \end{cases}$ .

**Câu 6. (2 điểm)**

Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab \geq 1$  và  $c(a+b+c) \geq 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{b+2c}{1+a} + \frac{a+2c}{1+b} + 6 \ln(a+b+2c)$ .

----- Hết -----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*