

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC KỲ THI CHỌN HSG LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2021 - 2022**ĐỀ THI MÔN: TOÁN - THPT****ĐỀ CHÍNH THỨC***Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.*

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 25}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 10)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$.

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4\cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1)\sin x$.

Câu 4. Cho $f(x) = \log_2\left(\frac{x}{1-x}\right)$. Tính $S = f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2019}{2021}\right) + f\left(\frac{2020}{2021}\right)$.

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x + \sqrt{1+x^2})(y + \sqrt{1+y^2}) = 1 \\ x\sqrt{6x - 2xy + 1} = 4xy + 6x + 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 6. Cho tập hợp $E = \{10, 10^2, 10^3, \dots, 10^{20}\}$. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp E , giả sử hai số được lấy ra là x và y (với $x < y$). Tính xác suất để $\log_x y$ là một số nguyên.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AC . Gọi hai điểm M, N tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm A lên hai đường thẳng SB và SD . Biết $SA = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và $(ABCD)$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AC = a$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $BC, B'C', A'B$ và $A'C$. Tính theo a thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có góc \widehat{BAC} tù. Đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $(C) : (x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC cắt đường tròn (C) tại điểm $K(1; -2)$ (K không trùng với A). Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(-1; \frac{16}{3}\right)$. Tính diện tích tam giác ABC .

Câu 10. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$.

..... **Hết**

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.