

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Chọn phương án trả lời đúng cho các câu hỏi sau:

Câu 1. Nếu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} [3x - 4f(x)]$ bằng bao nhiêu?

- A. -17. B. -1. C. 1. D. -20.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \frac{-3x+4}{x-2}$.

- A. $y' = \frac{2}{(x-2)^2}$. B. $y' = \frac{-11}{(x-2)^2}$. C. $y' = \frac{-5}{(x-2)^2}$. D. $y' = \frac{10}{(x-2)^2}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$.

Câu 4. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.

Câu 5. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

- A. -5. B. 5. C. 4. D. -4.

Câu 6. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi công thức $v(t) = 8t + 3t^2$, t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng (m/s). Tính gia tốc của chất điểm khi vận tốc đạt 11 (m/s).

- A. 20. B. 14. C. 2. D. 11.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA = SC, SB = SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CD \perp AD$. B. $CD \perp (SBD)$. C. $AB \perp (SAC)$. D. $SO \perp (ABCD)$

Câu 8. Hàm số $y = \cos^2 3x$ có đạo hàm là

- A. $y' = 6 \sin 6x$. B. $y' = 2 \cos 3x$. C. $y' = -3 \sin 6x$. D. $y' = -3 \sin 3x$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SA . Mặt phẳng (MBD) vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SBC) . B. (SAC) . C. (SBD) . D. $(ABCD)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 - (2m-3)x + 2020$, m là tham số. Biết rằng tồn tại giá trị m_0 sao cho $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây?
A. $(0; 2)$. **B.** $(-3; -1)$. **C.** $(3; 6)$. **D.** $(-4; -2)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng
A. $a\sqrt{2}$. **B.** a . **C.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{3x + 5}}{x^2 - 3x + 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản; a, b là số nguyên). Tính tổng $P = a^2 + b^2$.
A. $P = 5$. **B.** $P = 3$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = -2$.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (3,0 điểm)

1) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3}$. **b)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1})$.

2) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^4 + 2\sqrt{x}$ với $x > 0$. **b)** $y = 2 \cos x + \sqrt{3}x$.

Câu 14. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 15. (2,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC .

- a)** Chứng minh rằng $SH \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (SAB)$.
- b)** Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan \varphi$.
- c)** Tính khoảng cách từ K đến (SAD) .

Câu 16. (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị biểu thức

$$D = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}.$$

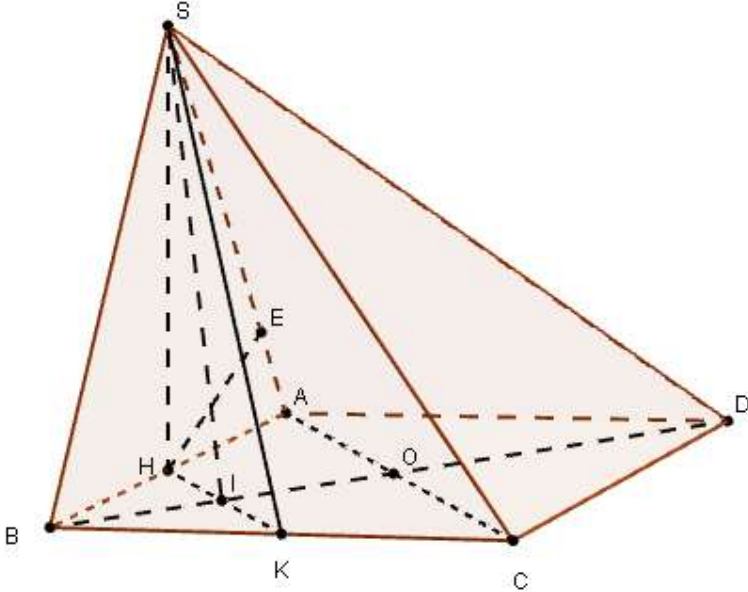
===== **HẾT** =====

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Đáp án	D	A	B	B	A	B	D	C	B	A	A	A

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
13	1	1) Tính các giới hạn sau:	1,5 điểm
		a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-4)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-4) = -1$	0,75
		b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{2}$	0,75
	2	2) Tính đạo hàm của các hàm số sau:	1,5 điểm
		a) $y = x^4 + 2\sqrt{x} \Rightarrow y' = 4x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$	0,75
	b) $y = 2 \cos x + \sqrt{3}x \Rightarrow y' = -2 \sin x + \sqrt{3}$.	0,75	
14		Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng 3	1,0 điểm
		Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.	0,25
		Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm Với $y_0 = 3 \Leftrightarrow x_0^3 - 3x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2, x_0 = -1$	0,25
		• $x_0 = -1 \Rightarrow y'(-1) = 0$. Phương trình tiếp tuyến: $y = 3$ • $x_0 = 2 \Rightarrow y'(2) = 9$. Phương trình tiếp tuyến: $y = 9(x - 2) + 3 = 9x - 15$.	0,5
15		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC . a) Chứng minh rằng $SH \perp (ABCD)$ và $(SAD) \perp (SAB)$.	2,5 điểm

	<p>b) Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan \varphi$.</p> <p>c) Tính khoảng cách từ K đến (SAD).</p>	
		
a)	<p>Theo Vì ΔSAB là tam giác đều và H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$ Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD)$.</p>	0,5
	<p>Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AD$. Mà $AB \perp AD$, suy ra $AD \perp (SAB) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$</p>	0,5
b)	<p>Có $SH \perp (ABCD)$ nên HC là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$. Do đó $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH} = \varphi$.</p> <p>Xét ΔSAB là tam giác đều cạnh a và SH là đường cao nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$</p> <p>Vậy $\tan \varphi = \frac{SH}{HC} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.</p>	0,5 0,25 0,25
c)	<p>Vì $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(K, (SAD)) = d(B, (SAD)) = 2d(H, (SAD))$ Trong mp (SAB) kẻ $HE \perp SA (E \in SA)$ Có $(SAD) \perp (SAB) \Rightarrow HE \perp (SAD)$ Do đó $d(H, (SAD)) = HE \Rightarrow d(K, (SAD)) = 2HE$.</p>	0,25
	<p>Xét tam giác SHA có HE là đường cao nên $HE = \frac{SH \cdot HA}{\sqrt{SH^2 + HA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$</p> <p>Vậy $d(K, (SAD)) = 2HE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.</p>	0,25

16	<p>Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị là (C). Biết (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức $D = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$.</p>	0,5 Điểm
	<p>Vi (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. $\Rightarrow f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.</p> <p>Suy ra $f'(x) = a(x - x_2)(x - x_3) + a(x - x_1)(x - x_3) + a(x - x_1)(x - x_2)$.</p> <p style="margin-left: 40px;">$f'(x_1) = a(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)$</p> <p>Do đó $f'(x_2) = a(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)$</p> <p style="margin-left: 40px;">$f'(x_3) = a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$</p> <p>Vậy</p> $D = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)}$ $= \frac{1}{a(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + \frac{1}{a(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \frac{1}{a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} = 0$	0,25 0,25